



52-65-75-48
(128.8)



Девизи

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 10 класс

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Максимовой Марии Михайловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

М.М.

Чистотык

① Пусть длина, ширина, высота - a, b, c , соответственно. $a, b, c \in \mathbb{N}$, различные по условию.

Рассчитаем объем, площадь поверхности, сумму длин всех ребер.

Объем: $a \cdot b \cdot c$

Полная площадь поверхности: $2ab + 2bc + 2ac$

Сумма длин всех ребер: $4a + 4b + 4c$

Такой подсчет следует из того, что призма - прямая и прямоугольная

Знаем, можем составить уравнение:

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 2026$$

Заметим, что

$$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c + 8 =$$

$$(c+2)(a+2)(b+2)$$

Тогда:

$$(c+2)(a+2)(b+2) = 2026 + 8 = 2034$$

$$2034 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 113, \text{ где } 113 - \text{ простое число}$$

Кроме того, т.к. $a, b, c \geq 1$ и различные

$c+2, a+2, b+2 \geq 3$ и также различные и

Тогда: натуральные

Единственные возможные значения для $c+2, a+2, b+2$ - 3, 6, 113 (никак либо скобки равны, либо одна из скобок равна 2, что невозможно)

Тогда тройке a, b, c могут соответствовать только значения $3-2, 6-2, 113-2 = 1, 4, 111$

Таким образом объем призмы находится единственным способом:

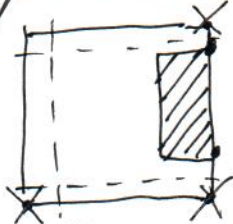
$$a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 4 \cdot 111 = 444$$

Ответ: 444.

штырик

2) Для того, чтобы сделать условия разреза, необходимо, чтобы он проводился вдоль одной из сторон, не затрагивая противоположную. Рассмотрим случаи:

Случай 1. Разрез не затрагивает крайние точки сторон; например: тогда для каждой стороны; такой разрез будет уникальным.



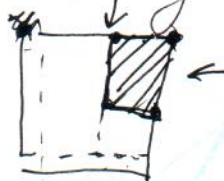
Всего способов сделать такие разрезы:

$$\frac{(101-2) \cdot (101-3)}{2} \cdot (101-2) \cdot 4, \text{ где } 4 -$$

какое-то количество сторон, а $(101-2)$ количество способов выбрать третью точку прямоугольника, четвертая определяется однозначно.

Случай 2: Разрез затрагивает одну из крайних точек на вторую нет.

Таких разрезов будет прощитано дватридцать, т.к. производится вдоль двух сторон; например:



Всего таких разрезов:

$$\frac{2 \cdot (101-2) \cdot 4}{2} \cdot (101-2)$$

~~Случай 3: Разрез затрагивает 2 крайних точки. Такой разрез может быть прощитан тридцать. например: один раз вдоль одной стороны и дважды как разрез, описанный во втором случае, для 2-х прилегающих краев.~~



шестой из
шугай 3. Разрез затрагивает 2 крайние точки. Т.к. в предыдущих шугаях 2 крайние точки никаким из краев не были затронуты эти шугай не пересекаются
Пример



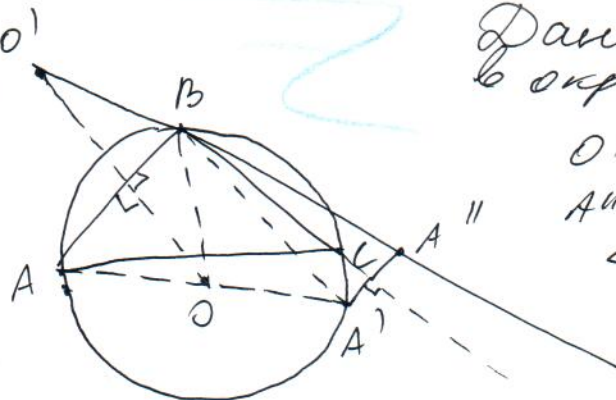
1. $(101-2) \cdot 4$

Общее количество разрезов является суммой значений, полученной при рассмотрении шугаев:

$$\begin{aligned} & \frac{99 \cdot 99}{2} \cdot 99 \cdot 4 + 99 \cdot 99 \cdot 4 + 99 \cdot 4 = \\ & = 99 \cdot 49 \cdot 99 \cdot 4 + 99^2 \cdot 4 + 99 \cdot 4 = \\ & = 99 \cdot 4 (49 \cdot 99 + 99 + 1) = \\ & = 99 \cdot 4 (49 \cdot 99 + 100) = 4 \cdot 99 \cdot 4951 \end{aligned}$$

Ответ: $4 \cdot 99 \cdot 4951$.

3.



Дано: $\triangle ABC$ - вписан в окр. с центром O

O' отражена от AB

A'' отражена от BC

$\angle C = 30^\circ$

Найти: $\angle B$

Решение: Пусть AA' - точка, диаметрально противоположная A . Тогда $\triangle ABA'$ - прямоугольный с $\angle ABA' = 90^\circ$, т.к. угол опирается на диаметр.

$\angle BAA' = 30^\circ$, т.к. опирается на дугу AB , так же, как $\angle C$. $\Rightarrow \angle BAA' = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Рассмотрим $\triangle AOB$:

$AO = OB$ - радиусы окружности $\Rightarrow \triangle AOB$ - равнобедренный, т.к. один из углов 60° ($\angle BAO$), то $\triangle AOB$ - равнобедренный, все по углам - 60° .

Итоговик

Рассмотрим $\triangle O'BO$. Пусть $AB \perp OO' = N$

BN - медиана и высота, т.к. O' - отражена относительно AB , откуда $O'N = NO$ и

$OO' \perp AB$, значит $\triangle O'BO$ р/б \Rightarrow

BN также бис-са угла $O'BO$, т.к.

$$\angle ABO = 60^\circ, \angle O'BO = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ, \text{ а}$$

$$\angle BOO' = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

Рассмотрим $\triangle BOA'$, т.к. $BO = OA' =$ радиусу описанной окружности,

$\triangle BOA'$ - р/б, значит $\angle OA'B = \angle OBA' = 30^\circ$,

Рассмотрим $\triangle BOA'$ - т.к. $\angle BOA' = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$

$O'BA'O$. $O'B = OA'$ (радиусы)

$$\angle BO'O = \angle BOO' = \angle BA'O = 30^\circ$$

$$\angle O'OA' = \angle OBA' = 30^\circ + 120^\circ = 150^\circ$$

$\Rightarrow *$

* $O'BA'O$ - паралл. $\Rightarrow O'B \parallel OA' = O'A'' \parallel OA'$

при $O'A'' \parallel OA'$ и сек. BA' $\angle OA'B = \angle A''BA'$ как

накрест лежащие $\Rightarrow \angle A'BA'' = 30^\circ$

Рассмотрим $\triangle A''BA'$ - равнобедренной аналогично

$\triangle O'BO$, значит $\angle A''BA' = \frac{\angle A'BA''}{2} = 15^\circ$

Отсюда:

$$\begin{aligned} \angle B &= \angle ABO + \angle OBA' + \angle A'BA'' = \\ &= 60^\circ + 30^\circ + 15^\circ = 105^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 105° .

④ Превращение ^{двух} чисел максимум, когда сами числа наименее близки к своему среднему арифметическому (если они дают постоянную сумму):

шестовик

Пусть a, b - сумма 2-х чисел, где $a > b$

$$a - b = t$$



Сравним:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \text{ и } (a+t)$$

$$(b+t)(a+t) \text{ и } a \cdot b$$

$$ab + at - bt + t^2 \quad \vee \quad ab \quad | :ab$$

$$1 + at - bt + t^2 \quad \vee \quad 1$$

$$at + (a-b)t + t^2 > 0, \text{ т.к. } t > 0,$$

Возможная ошибка для $a > b, t^2 > 0$ -
 3-х чисел, тогда $t > 0$ -
 в любом случае

$$\max(\operatorname{tg} y + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} z) = \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

Ответ: $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Герцогский

$$\frac{a^{2x} - 3a^{x+1} + 2a^2}{\log_2 a} \geq 0 \quad a > 0$$

при $a > 1$

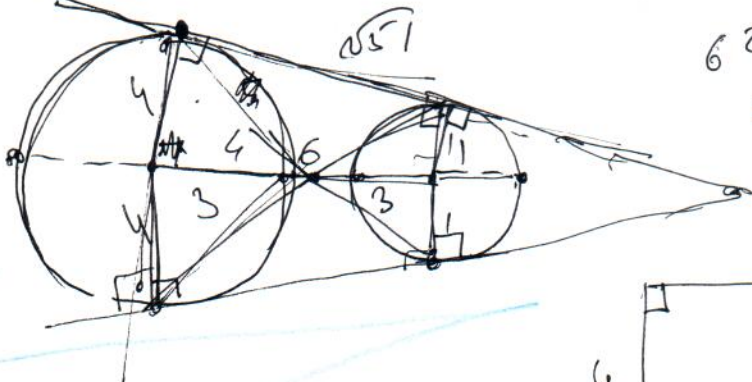
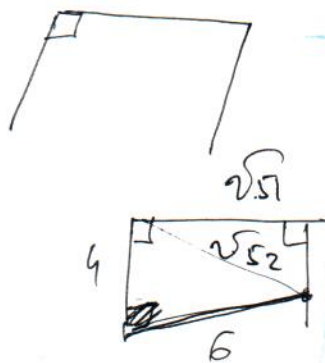
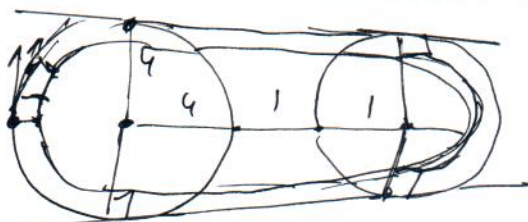
$$y = \frac{a^{2x} - 3a^{x+1} + 2a^2}{\log_2 a}$$

от момента равенства 0

до того как

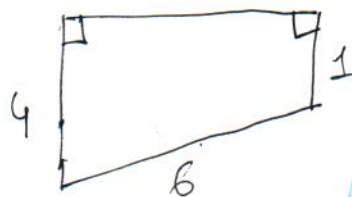
а функция станет отриц. действитель

$$a^{2x} - 3a^{x+1} + 2a^2 = 0 \quad \text{при } a=1$$

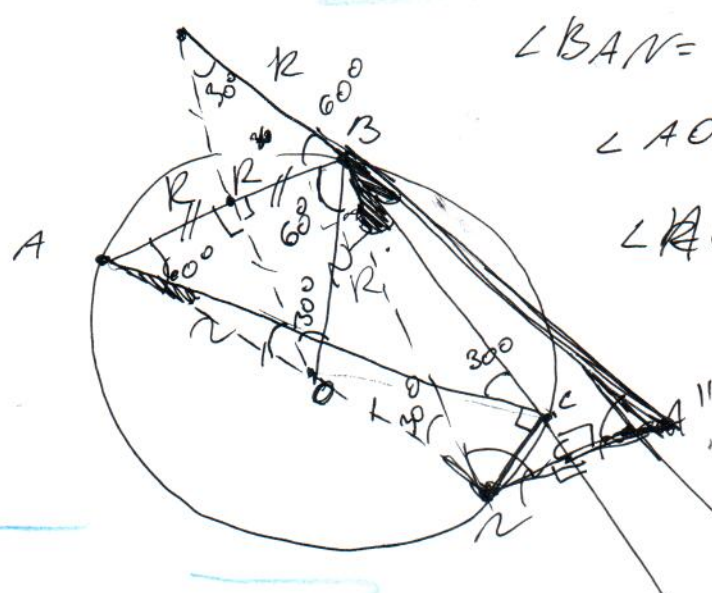


$$6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$52 - 1$$



Черновик

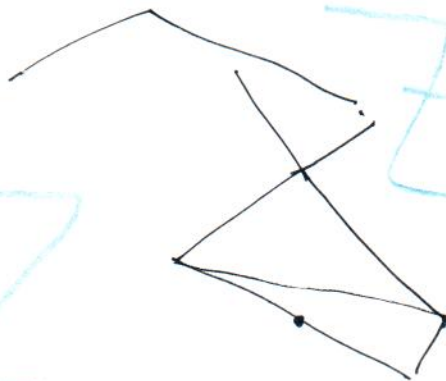
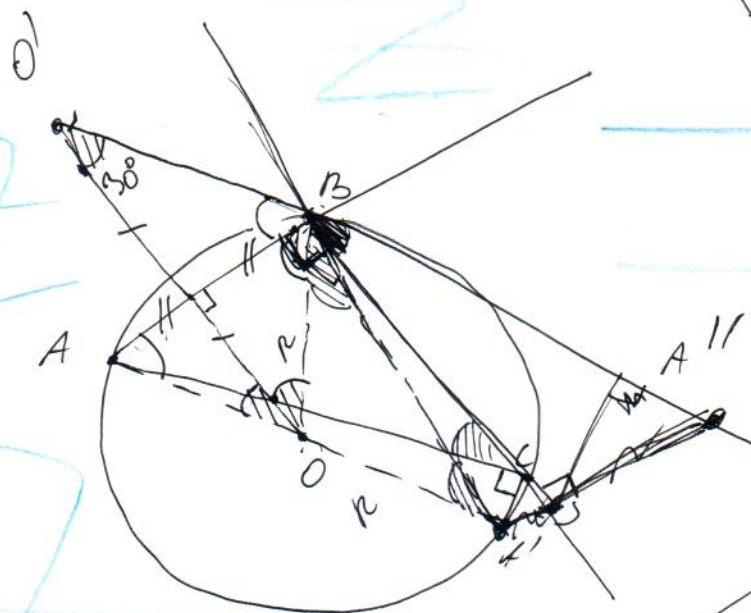


$\angle BAN = 60^\circ$

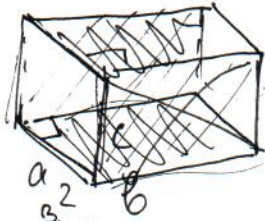
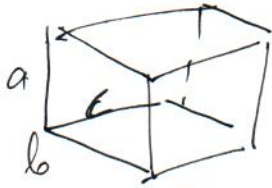
$\angle AOK = 30^\circ$

$\angle AOB = 60^\circ$,
т.к. дуги,
опирается
на MO
 $\triangle AOB$ -
р/б

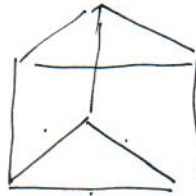
$OB = R$



ЧЕРНО БЫК



a^2
 b^2
 c^2
 $\times 46$
 $\times 46$



$$(a+2)(b+2)(c+2) = (ab+2a+2b+4)(c+2) = abc + 2ac + 2bc + 4c + 2ab + 4a + 4b + 8$$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$a \cdot b \cdot c$

$ab \cdot 2 + bc \cdot 2 + ac \cdot 2$

$abc + 2ab + 2bc + 2ac + 4a + 4b + 4c = 2026$

$$\begin{array}{r} 276 \\ 184 \\ \hline 2126 \end{array}$$

$2(ab+bc+ac) + abc + 4(a+b+c) = 2026$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$abc + 2(ab+bc+ac) + 4(a+b+c) = 2026$

$(a+1)(b+1)(c+1) = (ab+a+b+1)(c+1) = abc + ac + bc + c + ab + a + b + 1$

$(a+2)(b+2)(c+2) = (ab+2a+2b+4)(c+2) = abc + 2ac + 2bc + 4c + 2ab + 4a + 4b + 8$

$(a+2)(b+2)(c+2) = 2026 - 8$

1 2 3 5 7 11 13 17 19 23
~~27~~ 29 31 37

$$\begin{array}{r} 2026 \\ - 8 \\ \hline 2018 \end{array} \begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \end{array}$$

$2018 | 2$

1009

$$\begin{array}{r} 1009 | 7 \\ - 7 \\ \hline 30 \\ - 27 \\ \hline 3 \end{array}$$

$17 \times 5 = 85$

$$\begin{array}{r} 1009 | 13 \\ - 13 \\ \hline 996 \\ - 1009 \\ \hline 85 \\ \hline 159 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 37 \\ 37 \\ \hline 259 \\ 81 \\ \hline 1069 \end{array}$$

2034	2
1017	3
39	3
13	13
1	

$$\begin{array}{r} 1009 | 19 \\ - 19 \\ \hline 990 \\ - 92 \\ \hline 898 \\ 1009 | 23 \\ - 23 \\ \hline 975 \\ 1009 | 29 \\ - 29 \\ \hline 980 \\ 1009 | 31 \\ - 31 \\ \hline 949 \\ 1009 | 37 \\ - 37 \\ \hline 912 \end{array}$$

abc

$(a+2)(b+2)(c+2) = (ab+2a+2b+4)(c+2) = abc + 2ac + 2bc + 4c + 2ab + 4a + 4b + 8 = 2026 + 8$

$(a+2)(b+2)(c+2) = 2034$

9

гербиотик

$$\begin{array}{r} 2034 \mid 2 \\ 1017 \mid 3 \\ 339 \quad 3 \\ 113 \\ \text{- простое} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1017 \mid 3 \\ - 9 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 27 \\ - 27 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 113 \mid 7 \\ - 7 \\ \hline 43 \\ 12 \\ \times 113 \\ 18 \\ \hline + 504 \\ 113 \\ \hline 2034 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 99 \\ \hline 441 \\ + 441 \\ \hline 4851 \\ 4951 \end{array}$$

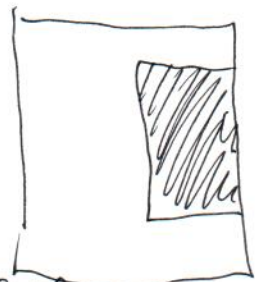
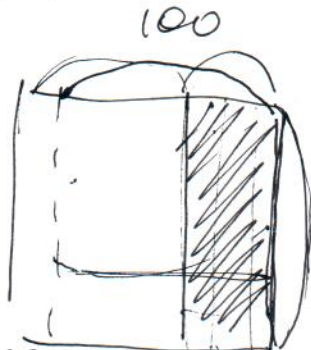
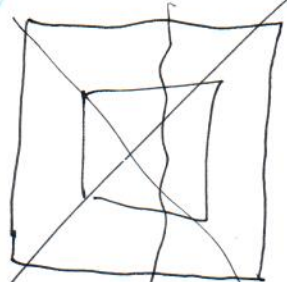
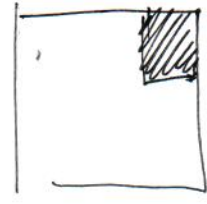
$2034 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 113$

т.к. все числа разности, скобка больше или равна 3, то

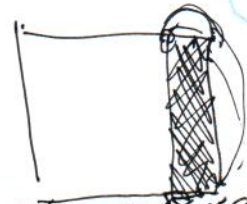
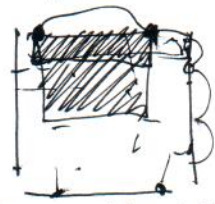
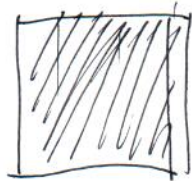
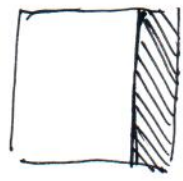
его возм. тройки чисел

$6 \quad 3 \quad 113 \quad abc = 444$

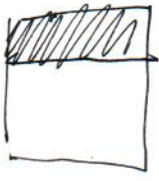
$a = 4 \quad b = 1 \quad c = 111$



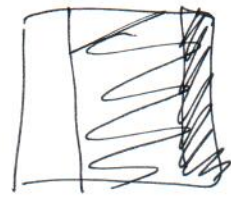
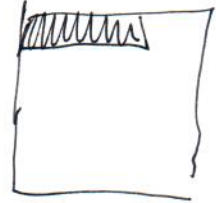
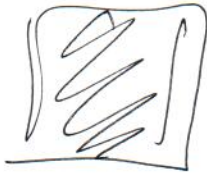
равен. шур. когда разрез превращается с трапецией стороны, как до разреза соотв. такой же сверху, ширины и высоты чтобы задать разрез нужно a, b



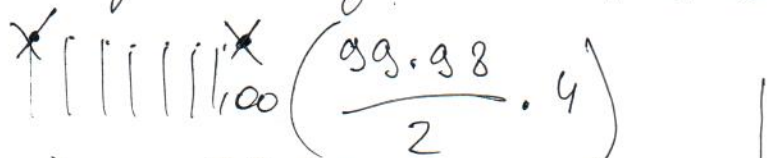
когда ~~нет~~ ~~все~~ разрез-разности нет ~~все~~ разрез-разности



если лежит на какой полностью на границе - то посчитают 3 раза
Если одна клетка на границе



Чертовик
1 случай, когда клетки разрезаем на грани



1) $\frac{99.98}{2} \cdot 4$

2) когда обе клетки на грани

$\left(\frac{1.99}{3}\right) \cdot 4$ *101-Дешифр*

3) одна из кл. на грани, а другие нет

$\frac{2.99 \cdot 4}{2}$ 1)

