90-03-62-52
(121.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7 -8 классы

Место проведения Москва
город

дшифр

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Медведева Ильи Игоревича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

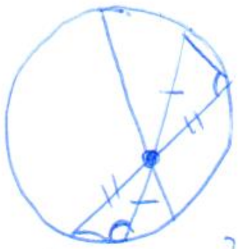
Дата
«29» марта 2026 года

Подпись участника
Им.

90-03-62-52 (121.3)

черновик: $313-28=300-15=285$

$36\cdot 76\cdot 7=2632$



$76\ 76\ (\overline{abcd})^2=$

$1200a+100\cdot 7^2+36$

$20\cdot 42$

$840+4900+36+1200a$

$8+9+2a \bmod 10=a$

$(\overline{abc})^2=\overline{xyzabc}$

$2\cdot 10^3\cdot 10^2\cdot ab$

$(\overline{abc})^2=10000a^2+100b^2+c^2+$

$20bc+200ac+2000ab$

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

$20bc+c^2-c \equiv_{10} b$

$c(20b+c-1)$

3750

$1200+50$

$c^2-c \Rightarrow c(c-1)\vdots 10$

376×376, $2256+$

$100b+20 \Rightarrow b=2$

$120b+30$

$390625 \mid 625$, 3750, 625, 15625, 1250, 3125

$2b+3\equiv_{10} b$

$2b+3=b$ X

$2b+3=20+b \Rightarrow$ X

$2b+3=10+b \Rightarrow$

$b=7$

$7+2a=20+a$

$7+2a=10+a\Rightarrow$

$a=3$

$7+2a \bmod 10=a$

a b c

2 5

7 6

$7\ 9376$

$2256+2800$, $256+376\cdot 6$

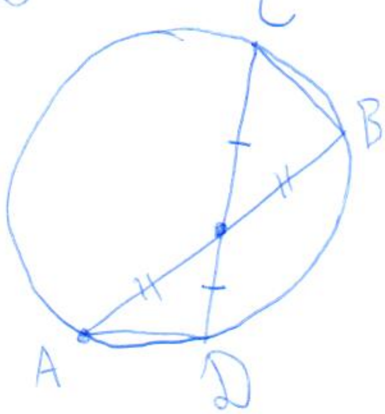
$10000a^2+400+25+200+1000a+4000a$

625 $\quad 5000a$

$360000+30000+625=390625$

Чистовик:

Задача 1



Рассмотрим две хорды делящиеся пополам (AB и CD) $\Rightarrow ACBD$ - паралелограмм, а как известно ~~единственный~~ паралелограмм который можно вписать в окр. - это прямоугольник или квадрат, а точкой пересечения вписанного квадрата или прямоугольника - это центр окружности $\Rightarrow$ любая хорда проходящая через центр окружности это диаметр $\Rightarrow$ Третья хорда - диаметр $\Rightarrow$ её длинна 10.

Ответ: 10

Задача 3

$(\overline{abc})^2 = \overline{xyzabc} \Rightarrow c^2 \bmod 10 = c \Rightarrow$ с может быть 1, 5 или 6; разложим $(\overline{abc})^2 = 10000a^2 + 100b^2 + c^2 + 20bc + 200ac + 2000ab \Rightarrow 20cb + c^2 \bmod 100 = 10b + c \Rightarrow$ $\frac{20bc + c^2 - c}{10} \bmod 10 = b \Rightarrow$ пусть $c = 1 \Rightarrow$ $2b \bmod 10 = b \Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow c \neq 1$; пусть $c = 5 \Rightarrow 10b + 2 \bmod 10 = b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow$ т.к. $c = 5$ то $200ac = 1000a \Rightarrow$ на цифру сотен a не влияет $\Rightarrow$

Чистовик:

Задача 3 (Продолжение)

$(\overline{abc})^2 \bmod 1000 = 625 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow$

$625^2 = 390625 \Rightarrow$ один из вариантов ответа

$\overline{xyzabc} = 390625$.

Рассмотрим случай когда $c = 6 \Rightarrow$

$12\phi b + 3\phi \bmod 10 = b \Rightarrow b = 7 \Rightarrow$

$\frac{1200a + 20 \cdot 42 + 4900 + 36 - 76}{100} \bmod 10 = a$

$\Rightarrow 8 + 9 + 2a \bmod 10 = a \Rightarrow 17 + 2a \bmod 10 = a$

$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow (\overline{abc})^2 = 376^2 = 36 + 4900 + 840 +$

$200 \cdot 3 \cdot 6 + 10000 \cdot 9 + 2000 \cdot 21 = 90000 + 42000 +$

$3600 + 4900 + 876 = 132000 + 9376 = 141376$

$\Rightarrow$ т.к. $x = z = 1$ то противоречие $\Rightarrow$

Ответ: 390625

Черновик:

1 2в

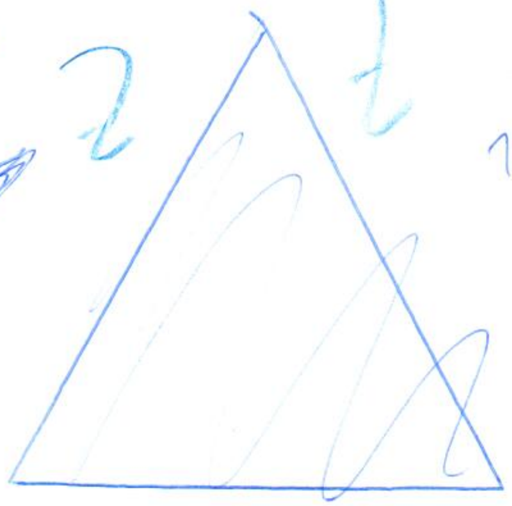
$1000000a^2$

$10a^2$ 2вa

a^2

100000 · 2aв

10000 · 2xy

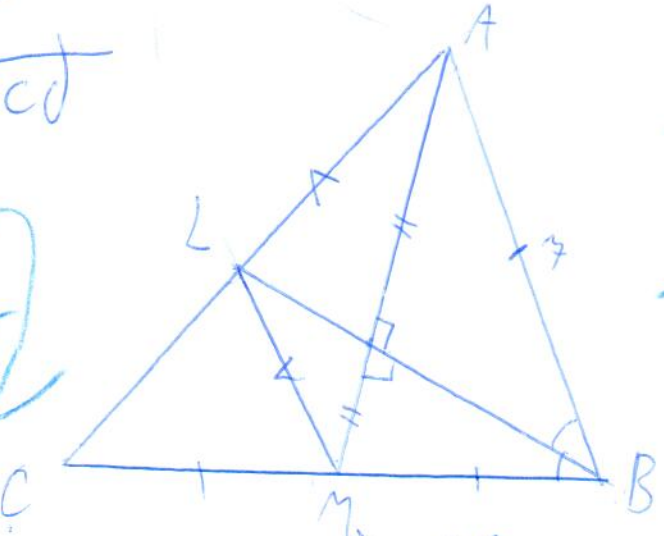


1962 81

1620000

28+20=48

100d



28+

13=41

15=43

36

37

38 28+

21

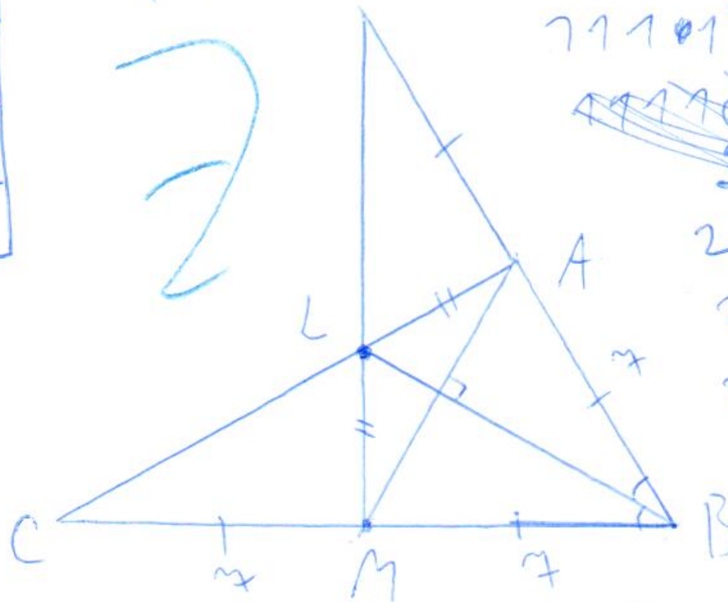
7+14=

1000+100+10+1

1111^2=1111+11110

max(a; в) ≤ 6

a	в
a-k	a+k+1



28

29 2

28+7=35

14+7+21=42

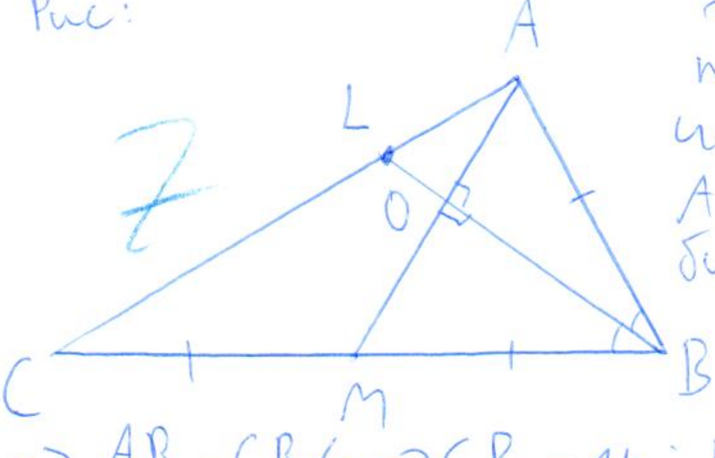
14·2=28+7=35

21>x>7

Чистовик:

Задача 4

Рис:



Решение:

~~Т.к.~~ Пусть O-точка пересечения биссектрисы BL и медианы AM => BO-высота и биссектриса в $\triangle MAB$ => $\triangle MAB$-равнобедренный

=> $AB = CB/2 \Rightarrow CB = 14$; пусть $AC = x$ =>

$7 < x < 21$ и $x \neq 14$ (т.к. $\triangle ABC$-неравнобедренный)

=> периметр P может принимать значения:

~~P: 36, 37, ..., 40, 41, 43, 44, ..., 47, 48~~

Ответ: все целые числа от 29 до 42 не включая 35

~~=> Ответ: все целые числа от 36 до 48 не включая 42~~

Задача 2

~~Т.к.~~ В ответ просят писать либо 0 (если таких чисел нету) либо наименьшее число обладающее всеми заданными свойствами.

Оценка:

~~Т.к.~~ все возможные числа подходящие к условию ≥ 1000

Пример:

т.к. $1000^2 = 1000000$ то 1000^2 начинается на 1000 => 1000 подходит => Ответ: 1000 дешифр

Черновик:

Дом — 30 сек / 50 метров — |||||| — 30 метров 80 / 120 метров — |||| — 10 метров / 0 метров — Школа

$v\cdot\tau_1 = 50$ $\quad \tau_1 = 30 + n\cdot 80 + t'$

$v\cdot t_1 = 30$ $\quad t_1 + t' < 50$

$v\cdot\tau_2 = 120$ $\quad \tau_1+\tau_2+t_1 = 10+50+m\cdot 100+t''$

$v\cdot t_2 = 10$ $\quad t''+t_2 < 50$ $\quad \frac{30\cdot 3}{5}$

$v = \frac{50}{\tau_1} = \frac{30}{t_1} = \frac{120}{\tau_2} = \frac{10}{t_2}$ $\quad \frac{120\cdot 3}{5}$

$24\cdot 3 = 72$

$\tau_1 - t' - 30 \vdots 80$

$t_1+\tau_1+\tau_2 - t'' - 60 \vdots 100$

$t_1+t'<50$ $\quad$ 50сек / 10 метров

$t_2+t''<50$ $\quad \frac{30}{50}$

30

$v \le \frac{50}{30} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ м/с $\quad$ 80м 40

10

$\frac{5}{3}\cdot 30$ $\quad 30 + 18 + 108 = 156$ с

$\frac{5\cdot 3}{5}$ 36 10 46 160+50=210

$\frac{200}{210} = \frac{20}{21} \ge v$ $\quad \frac{200\cdot 3}{5} = 120$сек $\quad \frac{5}{3}$

$\frac{50\cdot 21}{20} = \frac{5\cdot 21}{2} = \frac{105}{2} = 52{,}5$ $\quad \frac{80}{80}$ $\frac{200}{1}$ 200сек

22,5 $\quad$ 27,5

$\frac{30}{27{,}5} < \frac{20}{21}$ $\quad \frac{3}{5} < v < \frac{5}{3}$ $\quad \frac{S}{v}$

$\frac{50}{\frac{3}{5}} = \frac{250}{3} = 83\frac{1}{3}$ $\quad$ 30 50 30 $\quad t_м$ $\quad t_б$

~~Чистовик:~~ Черновик:

Задача 5

Дом — 50 метров — 30 метров — 120 метров — 10 метров — Школа

Т.К. Девочка не может приехать быстрее чем за 30 сек она первый переход $\Rightarrow$ то $v \le \frac{5}{3}$ м/с т.к. на 30 метровом переходе девочки должна тратить ≤ 50 сек времени $\Rightarrow$ в первые то $\frac{3}{5} \le v \Rightarrow \frac{3}{5} \le v \le \frac{5}{3} \Rightarrow$ затратит $\le \frac{50 \cdot 5}{3} = 83\frac{1}{3}$ сек $\Rightarrow$ 50 метров она затратит

Она должна успеть пройти первый переход во время того как ПЕРВЫЙ раз будет гореть зелёный $\Rightarrow$ пройти перве 80 метров она должна за ≤ 80 сек $\Rightarrow v \ge 1$ м/с $\Rightarrow 1 \le v \le 1\frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ первые 200 метров она пройдет за τ, где $120 < \tau < 200$

предположим что $v = \frac{5}{3}$ м/с $\Rightarrow$ первый переход Агриппина пройдет на зелёный за 18 сек, а ~~второй~~ к второму переходу подъедет после $\frac{200 \cdot 3}{5} = 120$ сек ~~после~~ начала $\Rightarrow$ останится 40 относительно

$\frac{200}{160} = \frac{20}{16} = \frac{5}{24} =$

10 50 50 50 50

К 3 К 3

$160 < \tau < 200 \Rightarrow$

$\frac{5}{4}$ 40 40

40 24 96 $\frac{30 \cdot 4}{5} = 24$

$24 \cdot 4 = 96$ 160

Чистовик:

Задача 5

Дом —— ||||| —— ||||| Школа
50 м, 30 м, 120 м, 10 м

Т.К. первые 50м она должна проехать за ≥ 30 сек то $v \leq \frac{5}{3}$ м/с; Т.К. 30м она должна преодолевать за $\leq$ чем 50 сек то $\frac{3}{5} \leq v \Rightarrow$ в первые 50м она затратит $\leq 83\frac{1}{3}$ сек. $\Rightarrow$ она должна успеть проехать переход 1 за время когда первый раз загорится зелёный $\Rightarrow$ за первые 80м она ~~проеде~~ потратит ≤ 80 сек $\Rightarrow$ $1 \leq v \leq \frac{5}{3} \Rightarrow$ За первые 200м она потратит τ секунд, где $120 < \tau < 200 \Rightarrow$ она должна преодолеть 2 переход во время того как 2 раз загорится зелёный $\Rightarrow$ $10+50+50+50=160 \leq \tau \leq 200 \Rightarrow$ $v \leq \frac{200}{160} = \frac{5}{4}$ м/с $\Rightarrow$ Т.К. за $\frac{5}{4}$ м/с Агриппина успеет проехать все светофоры на зелёный и $\frac{5}{4}$ – максимальная возможная скорость то $v = \frac{5}{4} \Rightarrow$ Ответ: $\frac{5}{4}$ м/с