0 251347 260002
25-13-47-26
(122.7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____ демидр

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Москвичевой Олеси Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

Дата

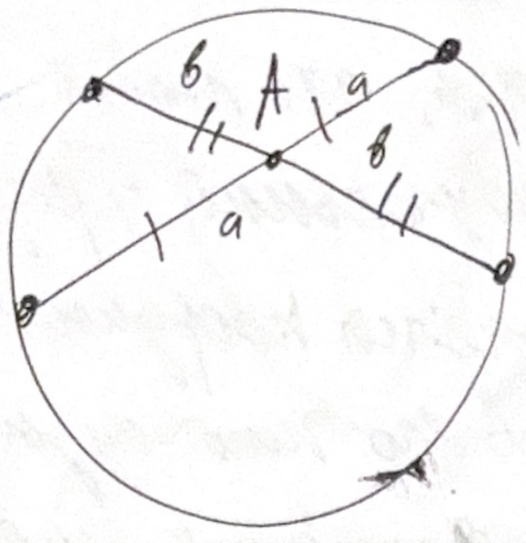
«29» 03 2026 года

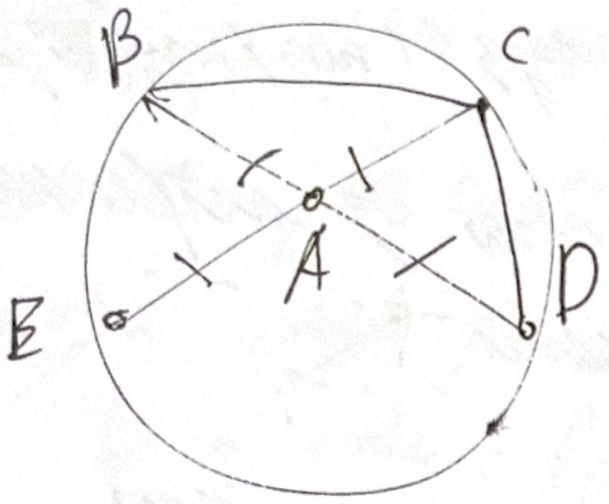
Подпись участника

25-13-47-26
(122.7)

Чистовик:

№1





① Докажем что, A совпадает с центром.

Т.к. точки пересечения они делятся пополам, то обозначим длины каждой половины: a и a; в и в. Так

посчитаем степень точки A:

$a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$ (т.к $a>0$ $b>0$)

↓

$\Rightarrow$ то длины

значит если половины хорд равны, то и хорды равны:

А. Т.к. $AB = AC = AD$ (медиана $\triangle$ BCП = CA, равна половине стороне, то) $\angle BEП = 90°$

А хорда на которую он опирается является диаметром:

Аналогично и EC диаметр;

Точка пересечения двух не совпадающих диаметров:

EC и BP - это центр $\Rightarrow$ "A=O"

Так как и все хорды проходящие через центр ⊙ являются диаметрами $d = 2r$ значит наименьшее возможная длина трёх хорды 10:

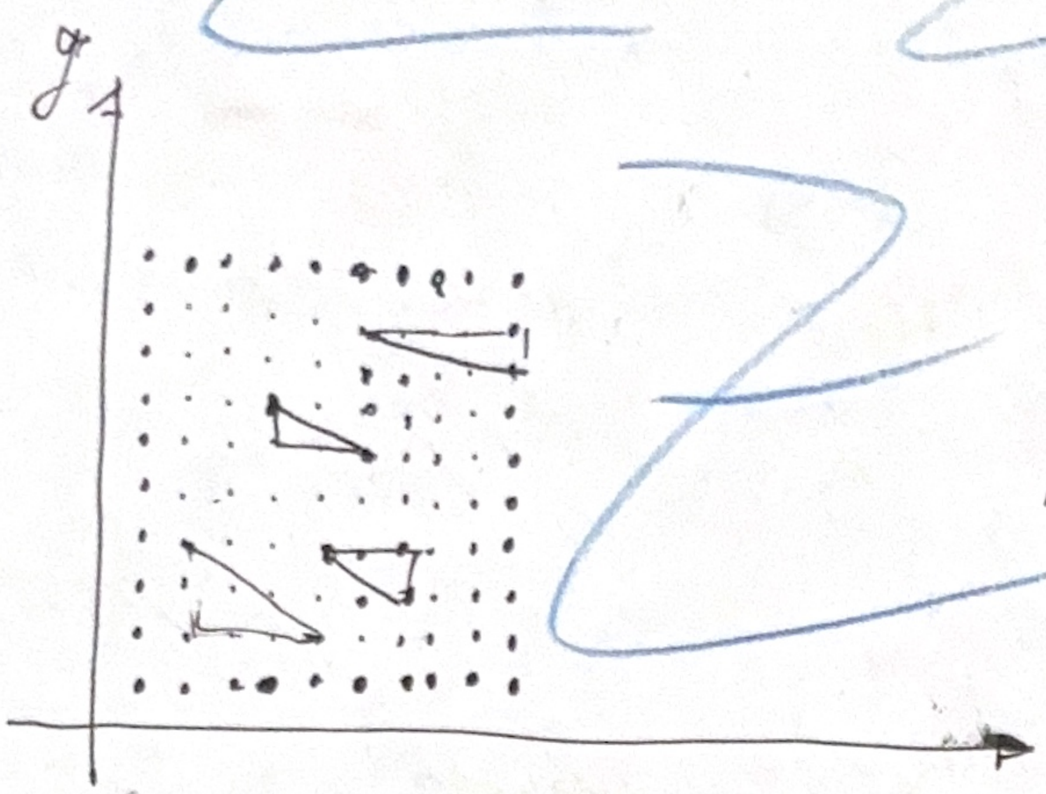
$(d = 2r \quad r = 5) \quad d = 10$

Ответ: 10

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

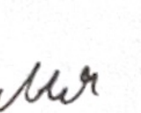
Чистовик:

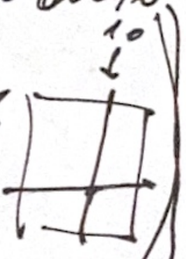
№ 3



Заметим, что любой прямоугольный треугольник задаётся координатами концов его гипотенузы и расположением его относительно гипотенузы (под/над(▼/▲))

(т.к. зная эти координаты можно единственным способом восстановить треугольник)

Также заметим, что гипотенуза задаётся двумя точками не лежащими на одной вертикали или горизонтали (считаем  что это не треугольник))

Количество способов выбрать две точки для гипотенузы это $\frac{100 \cdot (100-1)}{2}$ (т.к. первую точку можно выбрать 100 способами; вторую уже нельзя поставить не на туже вертикаль не на туже горизонталь  поэтому 100-1 способов а также нам не важен их порядок поэтому $\frac{}{2}$)

также к каждой гипотенузе нужно выбрать расположение △ под или над, поэтому $\cdot 2$:

$$\frac{100 \cdot (100-1)}{2} \cdot 2 = 9900$$

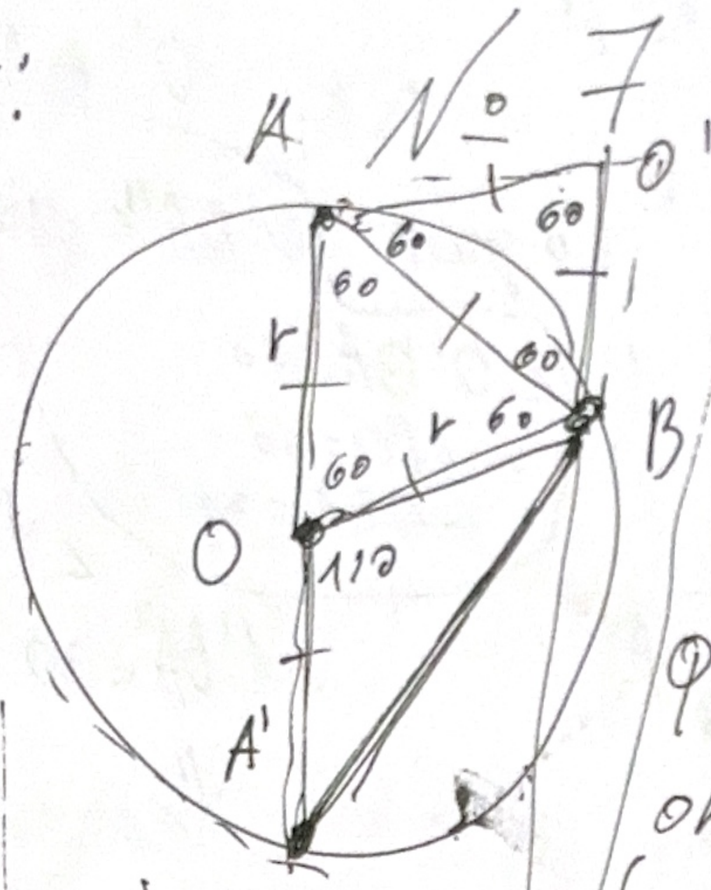
Ответ: 9100

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

25-13-47-26
(122.7)

Чистовик:

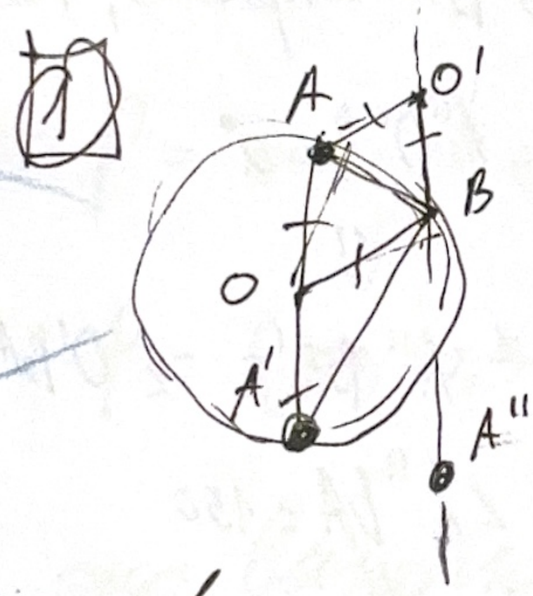
№ 7

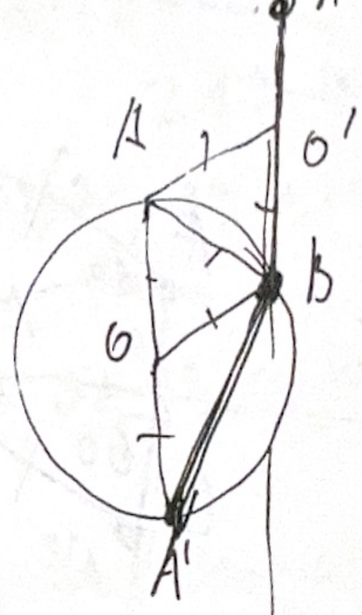


△AOB - р/с
△AO'B - р/с ← данный
△A'OB - р/б ← счёт углов симм

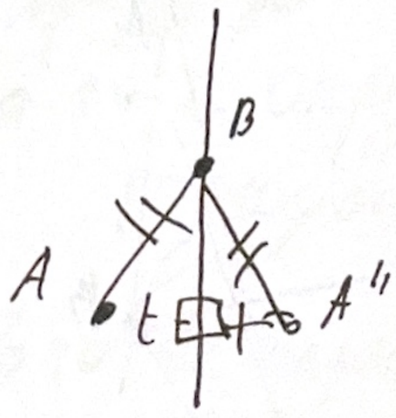
① Заметим, что можно рассматривать как-то что есть фиксированные A и B, та окружности такие что OA = OA (т.к. ∠AOB = 2∠C = 60°) ⇒ △AOB - р/с а по окружности касается точка C.

и есть два случая когда точка A'' на прямой O'B она с одной стороны от B а она с Другой стороны от B





причем в каждом случае A'B = A''B, т.к. линия симметрии A'A'' проходит через B:
BC - биссектриса и р/б △A'BA''

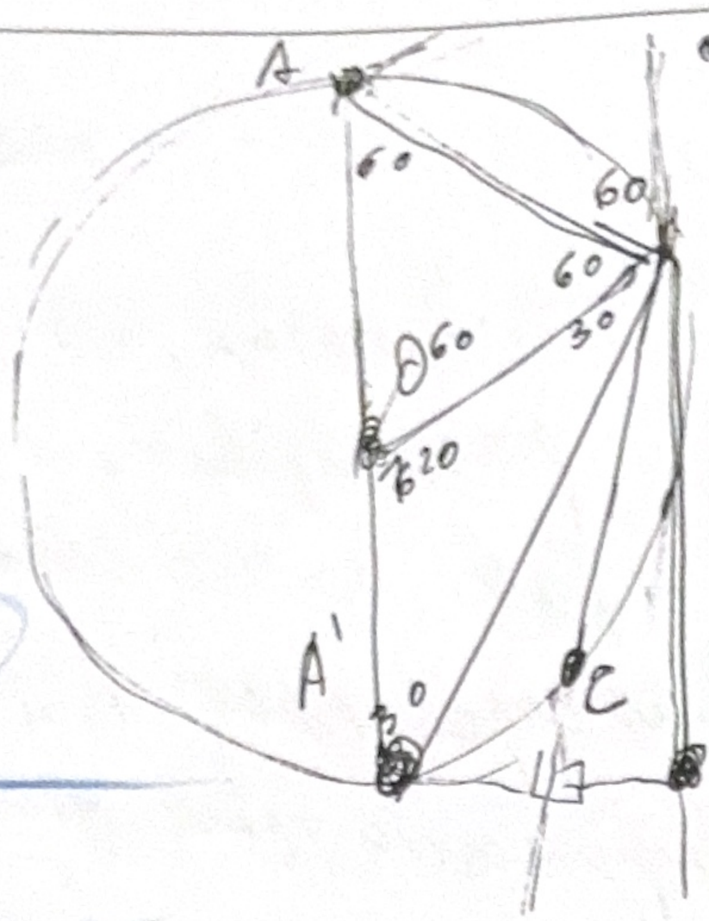


Сначала рассмотрим случай 1 затем случай 2

Стр 3

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

1



т.к. $O'BA''$ - прямая,

то угол $O'BA'' = 180°$

$\angle O'BA = 60$

$\angle ABO = 60$

$\angle OBA' = 30$

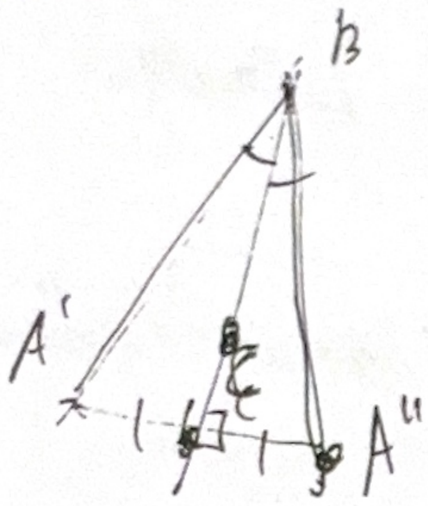
$\angle A'BA'' = 180 - 60 - 60 - 30$

$\angle A'BA'' = 30$

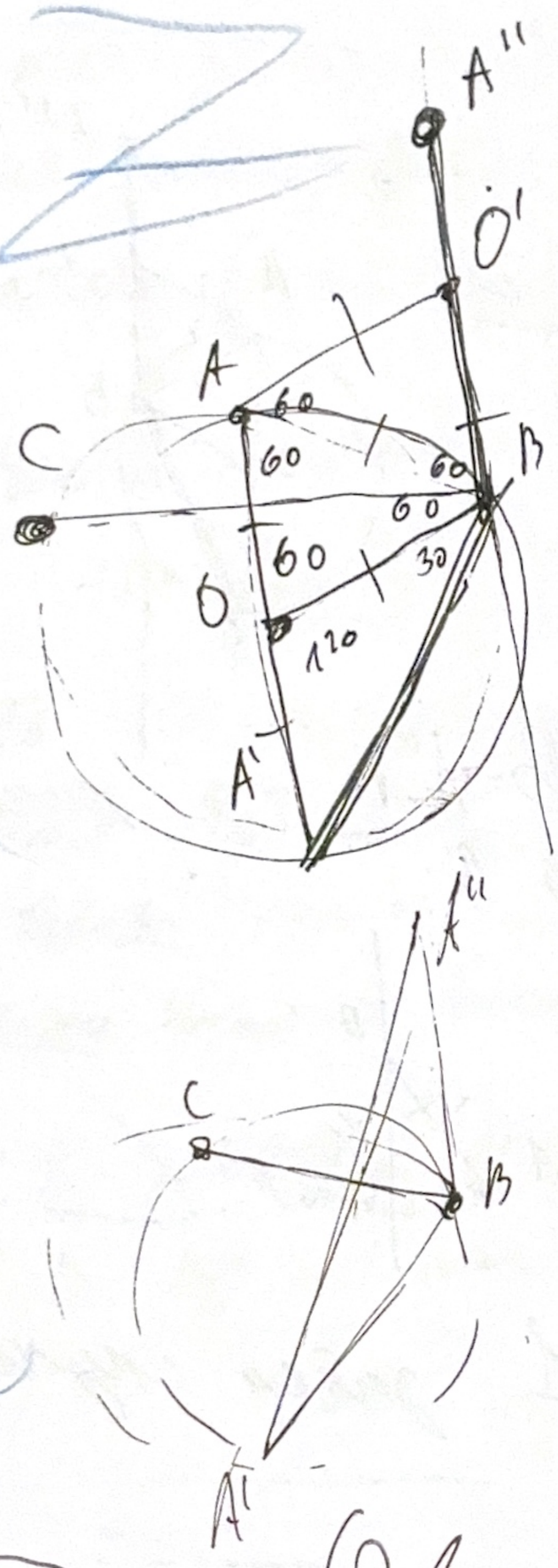
$\angle A'BC = 15° \left(= \frac{1}{2}\angle A'BA''\right)$

$\angle B = \angle ABO + \angle OBA' + \angle A'BC$

$\boxed{\angle B = 105}$



2



т.к. $O'BA''$ - прямая, то

угол $A''O'B = 0°$

$\angle A''BA' = \angle O'BA + \angle ABO + \angle OBA'$

$\angle A''BA = 150$

$A'B$ - биссектриса

BC - биссектриса $\angle A''BA$

$\angle A'BC = 75°$

$\angle ABC = \angle ABA' - \angle A'BC = 90 - 75$

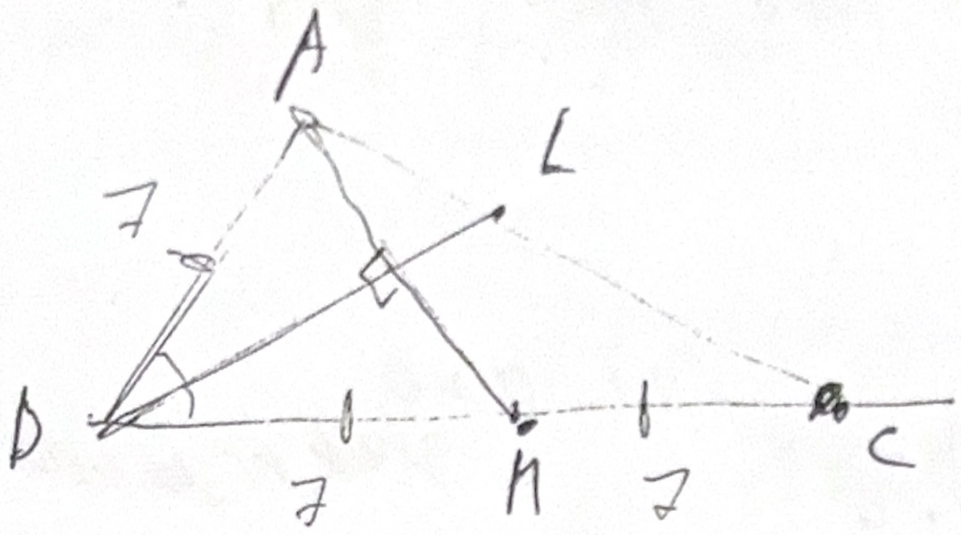
$\angle B = 15°$

Ответ: $\angle B = 105$ или $\angle B = 15°$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

25-13-47-26
(122.7)

Чистовик: № 9



рассмотрим $\triangle AMB$, т.к. биссектриса $BK \perp AM$, значит в ней биссектриса совпадает с высотой и $\triangle ABM$ – р/б $\Rightarrow AB = BM = MC = 7$

Теперь рассмотрим чему может равняться сторона AC (должно выполняться неравенство $\triangle$)*

т.к. он не р/б, то $X \neq 7$

$X = 14$ ←

$AB + AC > BC$

$AB + BC \geq AC$

значит $X \in \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ $7 + X > 14$ $(X > 7)$

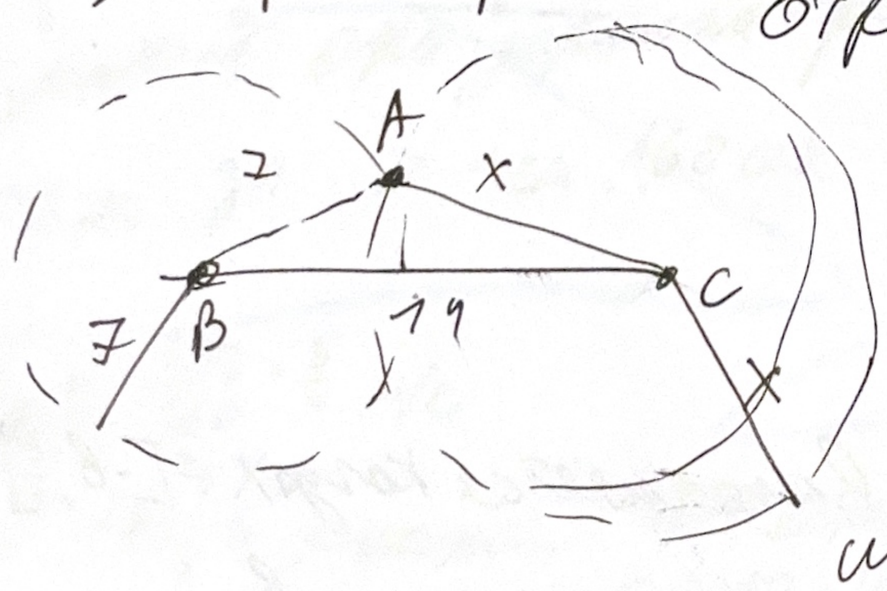
$21 > X$

тогда $P = X + 7 + 14 \in \{29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41\}$

Ответ: $P \in \{29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41\}$

* если оно выполняется $\triangle$ можно построить

т.к. достаточно провести окружность радиуса 7 центр которой на ~~отрезке радиуса~~ AK (конце отрезка 14 и окружность радиуса X



в точке пересечения будет вершина A

таких не существует, все остальные можно построить

стр. 5 ↓

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

№6

① $a \neq 0$ (ну как бы на ноль делить нельзя :)

② $a > 0$:

$$\frac{1}{a} + \frac{2x}{a^2} - \frac{3x^2}{a^3} \leq 0 \quad | \cdot a^3$$ т.к. $a > 0$, знак не меняем

$$a^2 + 2xa - 3x^2 \leq 0$$

$$a^2 \leq 3x^2 - 2xa$$

$a^2 \leq x(3x - 2a)$

$a \leq 3x$

$a \leq x$

a^2 ✓

замечаем что все $x \geq a$ подходят (можно написать ещё что это уже отрезок единичной длины)

ну и (длина дескомент)

③ $a < 0$;

$b = -a$

$$\frac{1}{a} + \frac{2x}{a^2} - \frac{3x^2}{a^3} \leq 0 \quad | \cdot a^3$$ т.к. $a < 0$, знак меняется

~~$b^2 - 2xb - 3x^2$~~

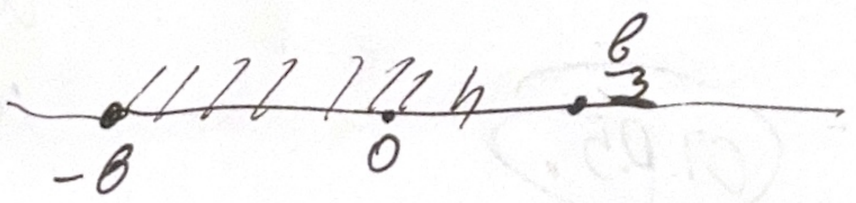
$$b^2 - 2xb - 3x^2 \geq 0$$

$$3x^2 + 2xb - b^2 \leq 0$$

~~$3(x - \frac{b}{3})(x + b)$~~

$$(3x - b)(x + b) \leq 0$$

выполняется когда $x \in [-b; \frac{b}{3}]$



стр 6.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

25-13-47-26 (122.7)

значит отрезок $[-b; \frac{b}{3}]$ длины 2026

тогда $\frac{b}{3} - (-b) = 2026$ $\frac{4b}{3} = 2026$

$b = 1519.5$

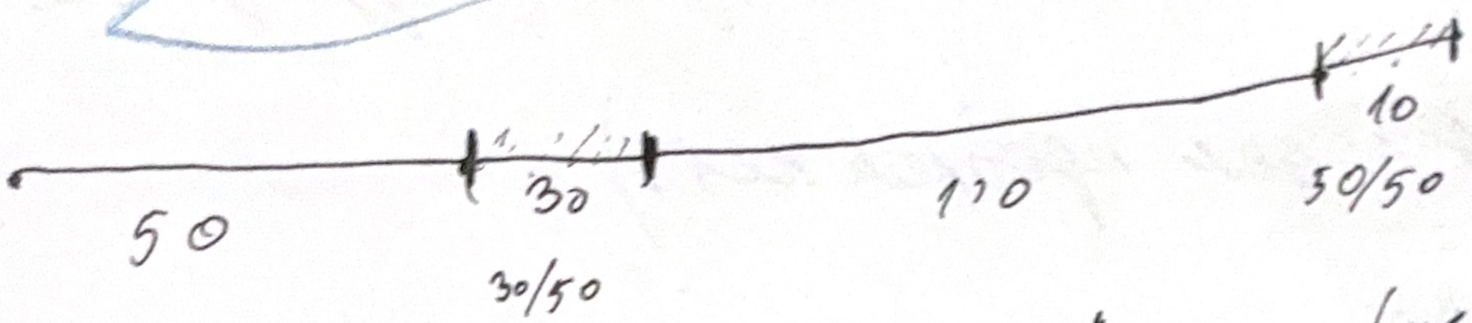
$a = -1519.5$

Ответ: $a = -1519.5$

№5

~~Вертолет~~ $V = const$

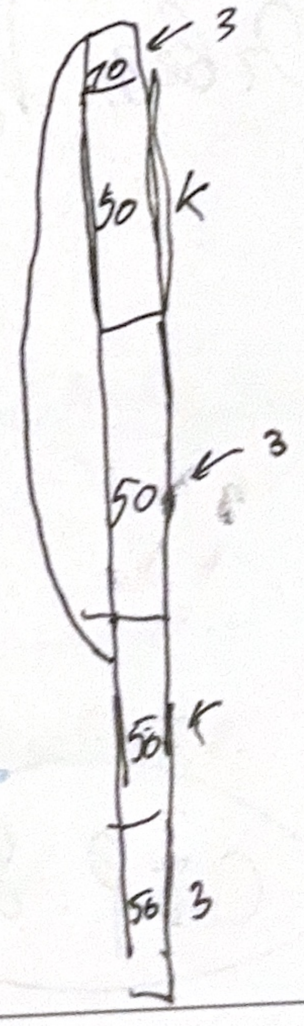
вельсипед



заметим, что первый отрезок Аграфена (улица Она) должна преодолеть более чем за 30 сек, иначе она выйдет на крыльцо на дорогу. (т.к светофор в момент пальма горит красным а зелёный только через 30 сек)

$V_A \leq \frac{5}{3}$ м/с

заметим также, что первые 200 м (отрезок до второго перехода она должна пройти за сколько сторона время ≥ 120 сек с другой стороны зелёный загорится в движущий промежуток только через 40 сек. значит она должна преодолеть путь в 200 м за $\geq$ чем 160 сек

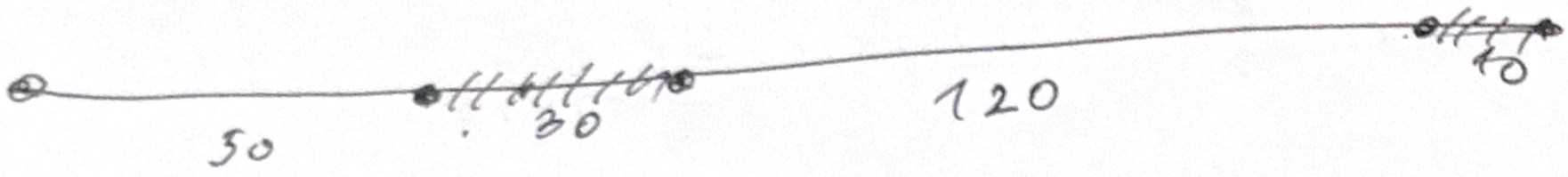


$V_a \leq \frac{200}{160} = \frac{5}{4}$ м/с

а теперь докажем что если она пойдет с этой скоростью, то всё ок

(Стр. 7.)

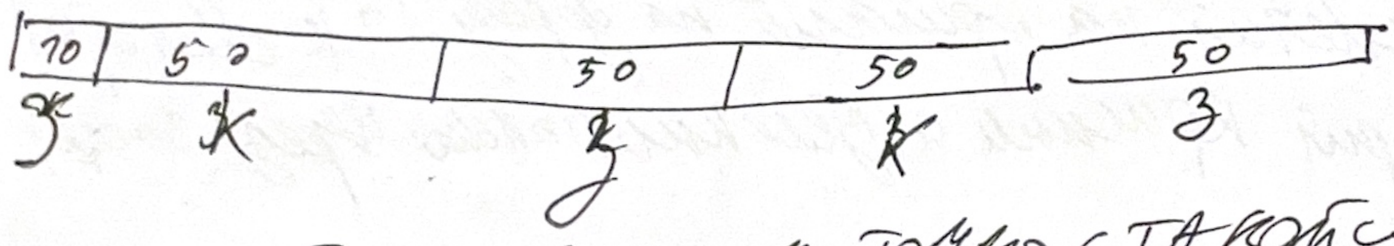
Чистовик:



$V_a = \frac{5}{4}$ м/с

Первые 50м за 40сек значит сейчас, когда
Она на светофоре 1 ему осталось гореть зелёным
40сек и ей проехать 30м (40сек - 30с = 10с он уже горит зел
30 - 10 = 40с ему осталось гореть
А за 40 сек она проедет 30м А значит будет уже не
на переходе.
с первым переходом проблем нет :)

Второй переход: 200м до второго перехода она
проедет за 160сек. а за это время там загорится
зел



А 150 м за 50 сек она уж точно с такой скоростью
проедет. $\frac{1}{5} < \frac{5}{4}$

Ответ $V_a = 1.25$ м/с

стр 8.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

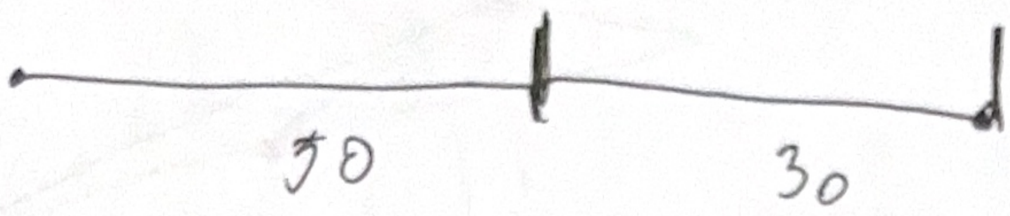
25-13-47-26

Черновик:

110

(n-10) 15 @

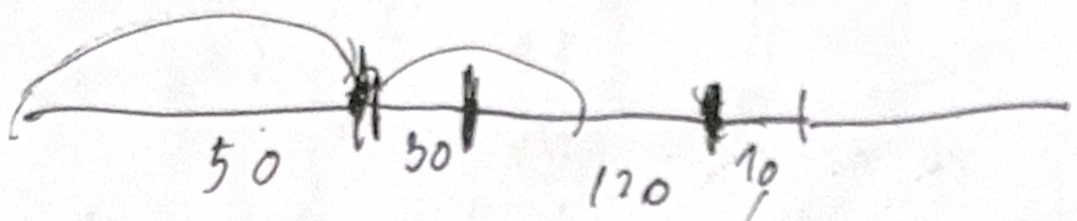
1120 м



110

200 м - 1сек

40



30/50

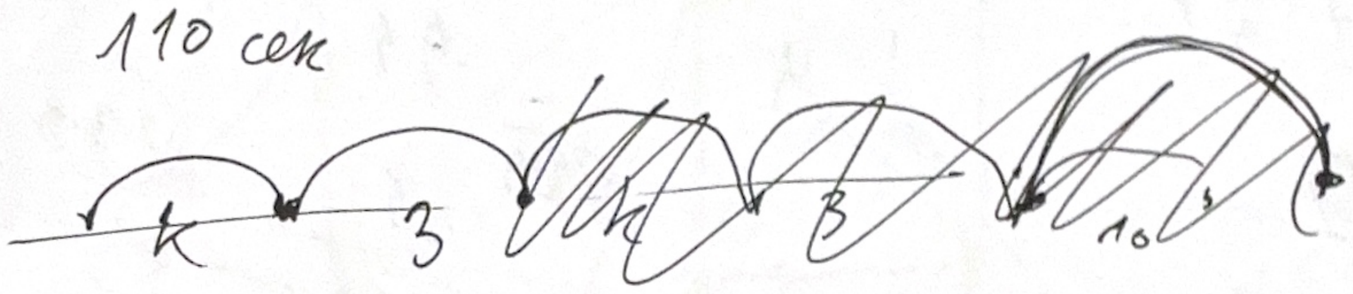
50/50

50 м проехал больше чем за 30сек

5/13 м/с

50 м 40

110 сек



100 м за 160 сек

50 м за 40 сек

$(10^9 - 2) =$ 9998001

9996004

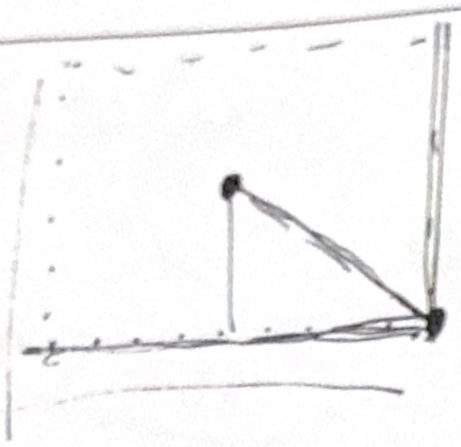
100 60

5 4

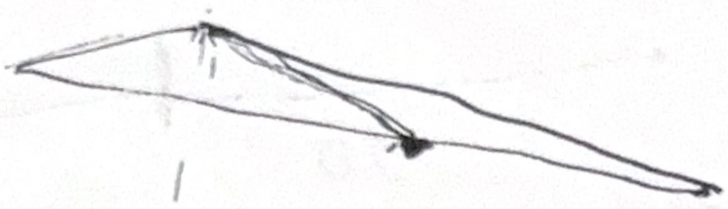
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

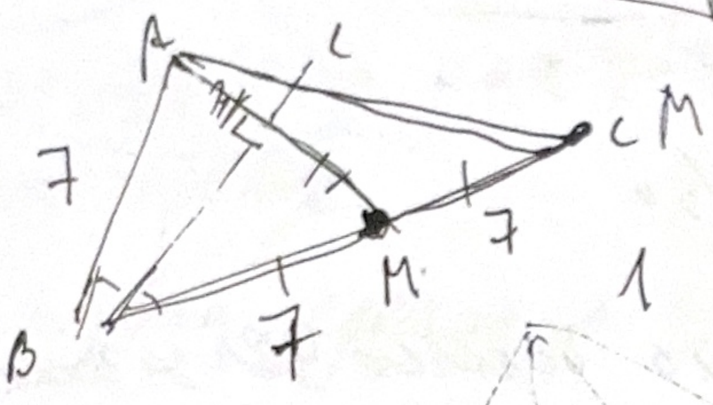
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

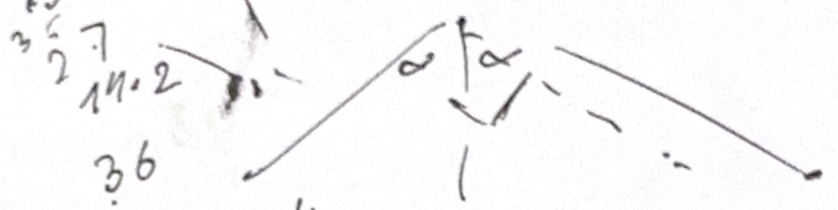
Черновик

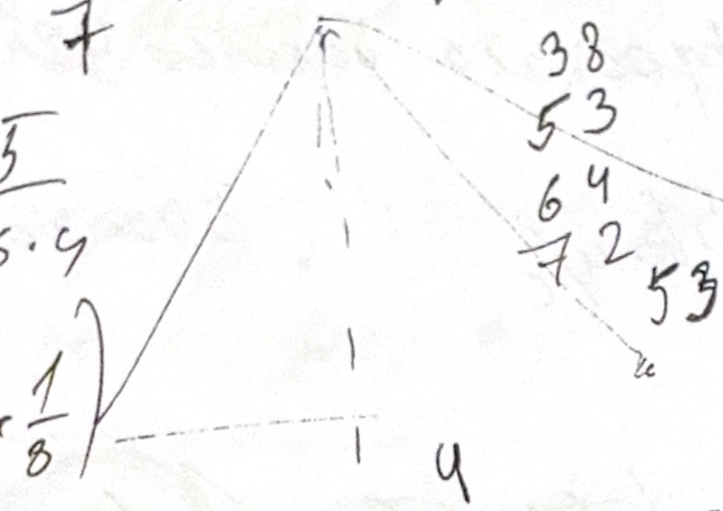


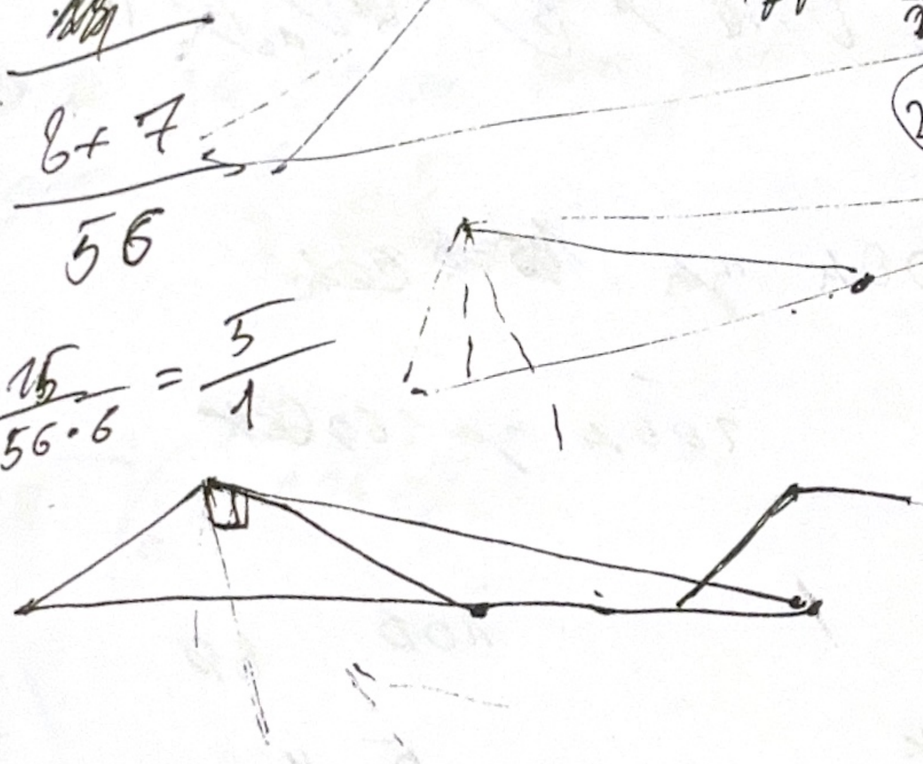
$\frac{(100-19)\ 100}{2}$

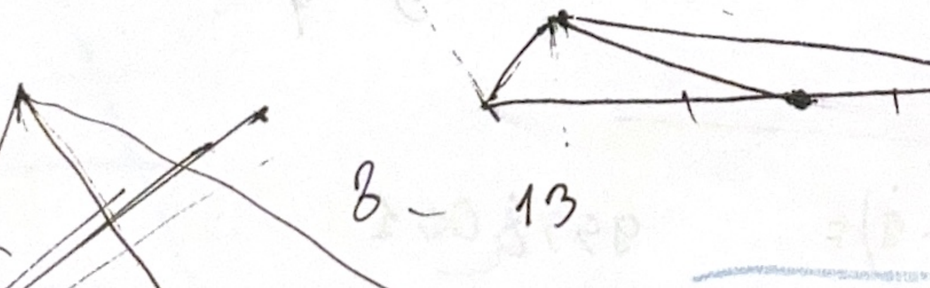












$\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)$

$\frac{15}{56 \cdot 6} = \frac{5}{1}$

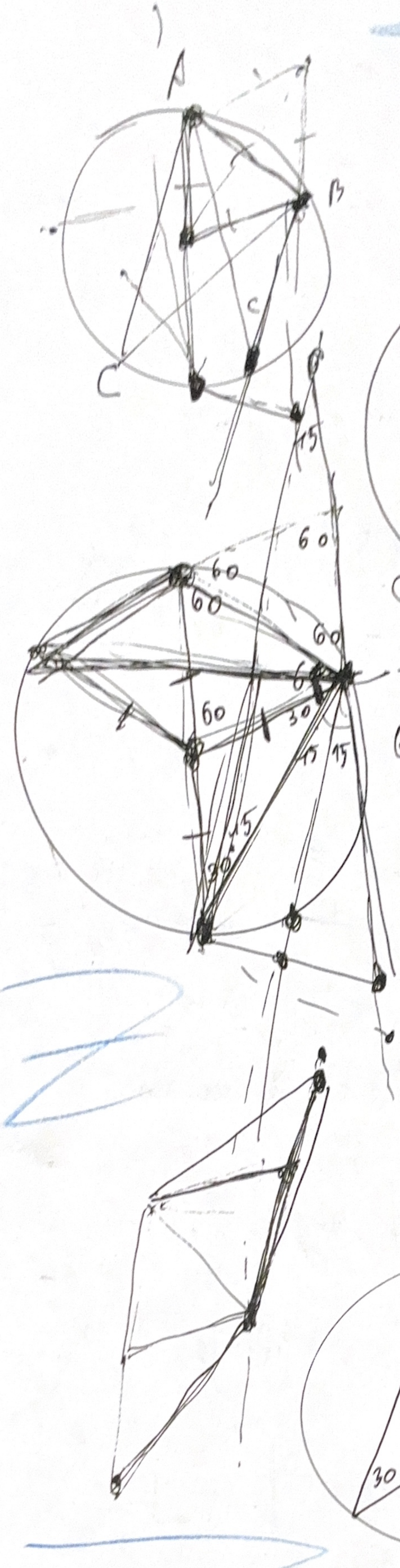
$(a+b+c+d)^2 =$

$a^2 \cdot 10^6 + 2ab \cdot 10^5 + (b^2 + 2ac) \cdot 10^4 + (2ad + 2bc) \cdot 10^3 + (c^2 + 2bd) \cdot 10^2 + 2cd \cdot 10^1 + d^2$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

25-13-47-26
(111)

Черновик:



$\angle B = 60 + 30 + 15$

$\angle B = 105$

$\angle B = 15$

$60 \cdot 3 - 75 = 15$

$\frac{\angle B}{3} = 1013$

$\frac{2B}{3} = 1013$

5065

3039

2

1519.5

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик:

$a^2 + 2xa - 3x^2 \leq 0$

$a^2 + 2xa - 3x^2 \geq 0$

$-3x^2$

$a > 0$

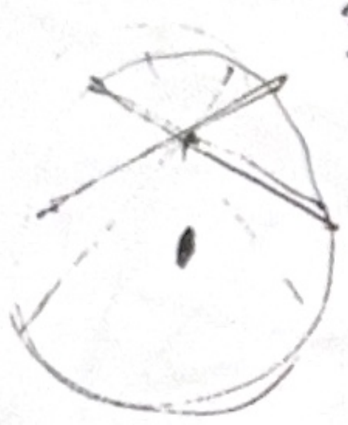
$a = -a$

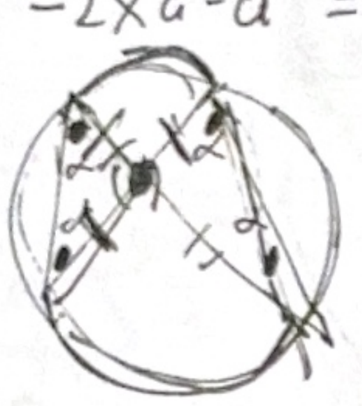
$3x^2 + 2xa - a^2 \leq 0$

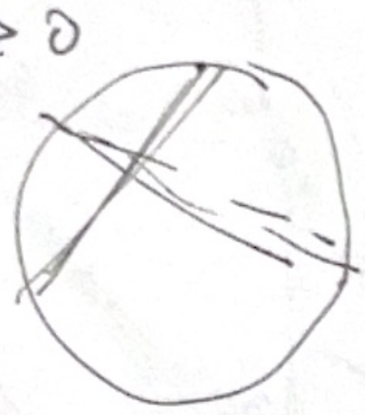
$3x^2 + 2$

$D/4 = a^2 -$

$3x^2 - 2xa - a^2 \geq 0$







$\sqrt{\frac{D}{4}} = \sqrt{a^2 + 3a^2}$

$\frac{a \pm 2a}{3}$

$-a$

$\frac{+a}{3}$

$\frac{a^2}{3} + \frac{2a^2}{3} - 2a$

$3a$

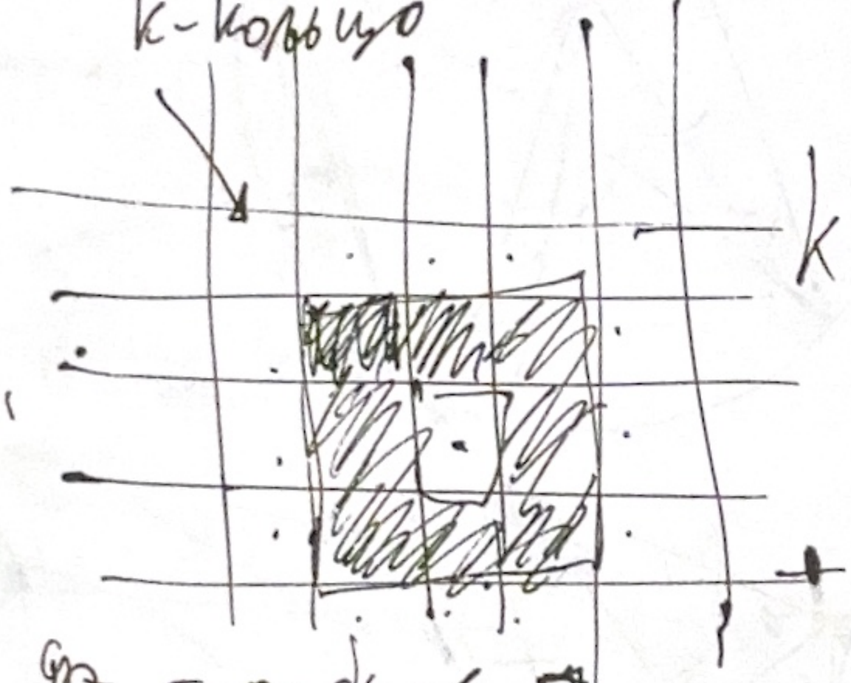
$3(x - 0$

$3a^2 + 2a^2$

$-a$ $\frac{a}{3}$

Тавтому

к-кольцо

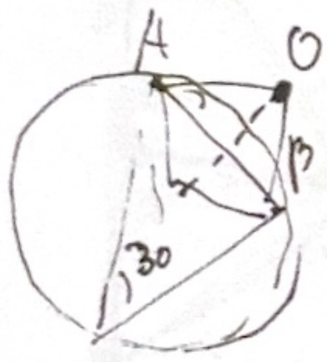


$k \cdot \frac{1}{13}$

Решено: 1, 7, 3

Идейно: 6, 8

Записано



Ф - типо фукба

$K = 4p \cdot \frac{1}{12} + 4q \cdot \frac{1}{13}$

abcd

abcd = a · 1000 + b · 100 + c · 10 + d

$abcd^2 =$

$x(3x - 2a)$

$a = 2a$

2 5 8

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запре

25-13-47-26
(122.7)

Чистовик:

* заметил что если две фигуры совмещаются поворотом или отражением, то вероятность их получить одинаковая.

Тогда вероятность получить такое кольцо

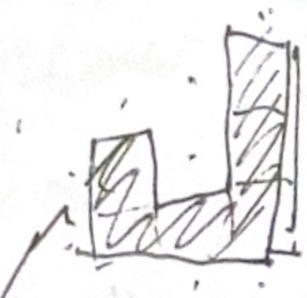
равно вероятность получить · 4 · $\frac{1}{12}$ + · 4 · $\frac{1}{13}$

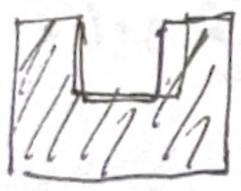
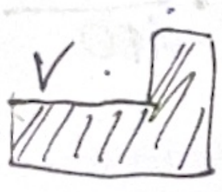
т.к. это удаление одной из вкпток + поворот!
а дальше поставить её на нужное место

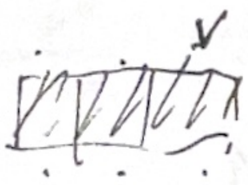
2

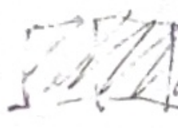
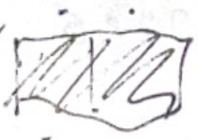
вероятность получить = · 2 · $\frac{1}{12}$

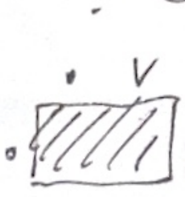
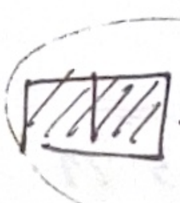
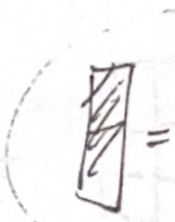
отличаются симметрией и поставить нужное место клетку (одну из 12)

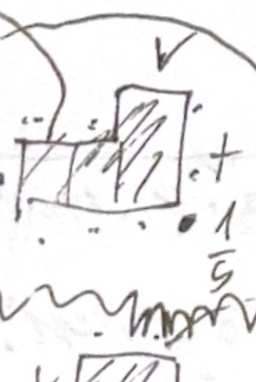
 = · $\frac{1}{10}$ + · $\frac{1}{11}$

 =  · $\frac{1}{9}$ · 2 ← отличаются симметрией

=  · $\frac{1}{8}$ + · $\frac{1}{7}$

 =  V · $\frac{2}{6}$ (← т.к. две из шести возможных подходят)

=  · $\frac{1}{6}$ (+ · $\frac{1}{6}$  = $\frac{1}{2}$  = $\frac{1}{2}$

=  · $\frac{1}{5}$ ← они равны т.к. отличаются поворотом

= · $\frac{1}{12}$ ← они равны (по вероятности т.к. отличаются поворотом.

СТРЗ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

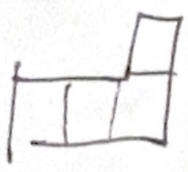
Человек:

** Очевидно, что иные кректи удалять нельзя, т.к. фигура станет не связной, а её появление невозможно.

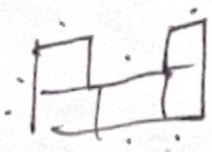
Теперь соберём эту "пирамидку" из фрагментов

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

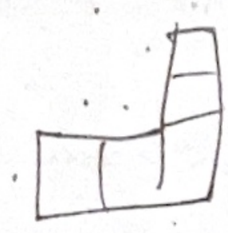
$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$



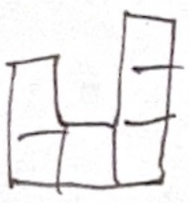
$= \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{112}$



$= \frac{5}{112} \cdot \frac{1}{9} \cdot 2 = \frac{5}{56 \cdot 9}$

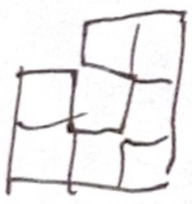


$= \frac{5}{112} \cdot 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{5}{56 \cdot 9}$



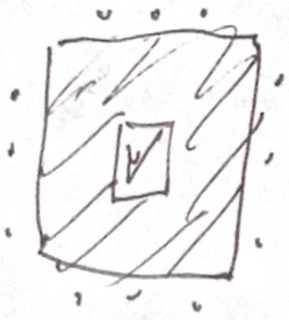
$= \frac{5}{56 \cdot 9} \cdot \frac{1}{10} + \frac{5}{56 \cdot 9} \cdot \frac{1}{11} = \frac{5}{56 \cdot 9} \cdot \frac{21}{110} = \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 3 \cdot 110} =$

$= \frac{1}{8 \cdot 3 \cdot 22}$



$= \frac{1}{8 \cdot 3 \cdot 22} \cdot 4 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 22 \cdot 6}$

$= \frac{1}{8 \cdot 3 \cdot 22} \cdot 2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 22 \cdot 6}$



$= \frac{1}{2 \cdot 22 \cdot 3 \cdot 6} \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{13} \right) = \frac{25}{2 \cdot 22 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 13} = \frac{25}{6 \cdot 6 \cdot 22 \cdot 12 \cdot 13}$

и теперь из 13 возможных надо выбрать одну: $\cdot \frac{1}{13}$

Ответ: $\frac{25}{36 \cdot 22 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 13}$

стр 10

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша

25-13-47-26 (122.7)

Чистовик:

* это так потому что мы можем повернуть прокатать на 90°, 180°, 270° и записать работа снова это сделать и вероятность будет одной и той же:

** т.к. в числителе робот выпадет приловывает только последний ТК чего, поэтому фигура всегда связная, а когда мы делаем "шаг назад" то она тоже должна остаться связной.

*** когда я рисую фигуры (например в равенствах я имею в виду вероятность получ чем именно такой фигуры ч

**** вокруг фигур стоят точки это все возможные варианты куда поставить крестику а v это подходящие. и того то на что я умножаю это количество • -ов и количество v двух количеств v

$$P = \frac{v}{\bullet + v} \quad a = \frac{A(\text{благ})}{A_{\text{все}}} = (\text{как сверху})$$

$$P(A) = P(A|B) + P(A|\bar{B})$$

стр 11

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Искомое число: № 2

1600000 / 99ab ⇒ $(99)^2 = 8100 + 81 + 990 = 8190 \cdot 2$

1620

Актуализация и проверка некоторых возможных начал подсказывает что ответ только 1000!

других нет.

8100
+1620
81
9701 0000

возможные начала

99
38
53
64
72
10

9000.00

99999 ⇒

$(10000-1)^2 =$

$(10^5-1)^2 = 10000$

$10^{10} - 2 \cdot 10^5 + 1$

$99-1 = 198$

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1
9 9 9 9 9 8 0

$(10^5-1)^2 =$

99999 + проходит

$(10^5-1) = 9999980000?$

1000 + ответ т.к. это наименьшее четырёхзначное число подходит.

$1000^2 = 1000000$

Ответ: 1000

стр 12.

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!