0 838026 580004

83-80-26-58

(121.6)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Пегасова Ивана Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» Марта 2026 года

Подпись участника

70(Свиридов) Вика

83-80-26-58
(121.6)

Чистовик

Задача 1.

Есть свойство о хорде и диаметре, что если хорда пересекается с диаметром под прямым углом, то хорда точкой пересечения делится пополам, но тогда в задаче, чтобы третья хорда ~~пересекалась в~~ проходила через точку пересечения и делилась пополам (т.к. нельзя гарантировать, что диаметр тоже будет делится пополам) нужно чтобы она была под прямым углом с диаметром, но тогда первая хорда и третья хорда, которые перпендикулярны диаметру (вторая хорда) будут совпадать, тогда ~~...~~ вторая хорда (диаметр) тоже должен ~~пересекать~~ делиться пополам точкой пересечения, но тогда по ~~свойству~~ свойству о хордах, что если хорда делит другую хорду ~~...~~ пополам, то эта хорда является диаметром, но тогда первая и вторая хорда диаметры и их точка пересечения это центр окружности, а тогда по определению диаметра, третья хорда проходящая через центр окружности является тоже диаметром и её длина равна 10.

Ответ: 10.

Задача 3

$$\begin{array}{r} \times\ ТУК \\ ТУК \\ \hline ФАРТУК \end{array}$$

При умножении $К \times К$ мы в итоге должны получить $К$, т.е. $К = 0$ или $К = 1$, или $К = 5$, или $К = 6$

Пусть $К = 0$, тогда

$$\begin{array}{r} \times\ ТУ0 \\ ТУ0 \\ \hline 000 \\ У \cdot ТУ0 \cdot У\ \ 0 \\ \ldots\ \ \\ \hline \ldots\ 00 \end{array}$$

В итоге мы получили что последние две цифры это ноль, но У и К - различны, то $К \neq 0$.

Пусть тогда К = 1, тогда

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} ТУ1 \\ ТУ1 \end{array} \\ \hline ТУ1 \\ ...У \\ \hline ......2У1 \end{array}$$

В итоге мы получили, что последние две цифры это 2У и 1. Если же 1 подходит, то последняя цифра 2У равна У тогда и только тогда, когда У = 0,

Проверим:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} Т01 \\ Т01 \end{array} \\ \hline Т01 \\ + \ 000 \\ Т^2 0 Т \\ \hline Т^2 0 2Т 0 1 \end{array}$$

(Ф А Р Т У К)

Теперь если же Т < 5, то Р = У, т.к. Р = 0

если же Т ≥ 5, то Р = К, т.к. 2Т ≥ 10 произойдёт переход и единичка добавится к Р, а значит Р = 1

И в итоге К ≠ 1

Пусть К = 5, тогда

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} ТУ5 \\ ТУ5 \end{array} \\ \hline ....5У+2\,5 \\ + \ ....5У \\ \hline 10У+2\,5 \end{array}$$

В итоге мы получили, что последние две цифры это 10У+2 и 5. Если же 5 подходит, то последняя цифра 10У+2 равна У тогда и только тогда, когда У = 2

Проверим:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} Т25 \\ Т25 \end{array} \\ \hline 5Т+1\ 2\ 5 \\ + \ 2Т\ 5\ 0 \\ Т^2(+1)2Т(+1)5Т \\ \hline Т^2(+1)2Т(+1)10Т+6\,2\,5 \end{array}$$

Теперь проверим Т, 10Т+6 имеет последнюю цифру Т, тогда и только тогда, когда Т = 6

Проверим Т = 6:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 625 \\ 625 \end{array} \\ \hline 3125 \\ + \ 1250 \\ 3750 \\ \hline 390625 \end{array}$$

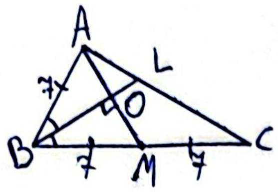
Т = 6 подходит, значит ФАРТУК = 390625

Ответ: 390625.

83-80-26-58 (121.6)

Задача 4

3



① Пусть $O = BL \cap AM$

② Рассмотрим $\triangle ABO$ и $\triangle MBO$:

1) BO - общая
2) $\angle ABO = \angle MBO$ (т.к. BL - биссектриса (по усл.))
3) $\angle AOB = \angle MOB = 90°$ (т.к. $AM \perp BL$ (по усл.))

Значит $\triangle ABO = \triangle MBO$ (по стороне и двум прилежащим к ней углам), то

$AB = BM \overset{=7}{}$ (как соответственные элементы в равных треугольниках), тогда

$MC = 7$ (т.к. $BM = MC$ (AM - медиана) и $BM = 7$ (по доказ.)), тогда $BC = BM + MC = 7 + 7 = 14$

③ По неравенству треугольника ABC: $AC > BC - AB$
$AC < BC + AB$

Т.е. $BC - AB < AC < BC + AB$

$14 - 7 < AC < 14 + 7$

$7 < AC < 21$

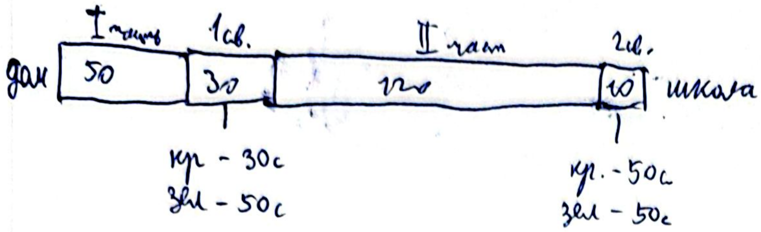
Т.к. $AC \in \mathbb{Z}$ (по усл.) и т.к. $\triangle ABC$ - неравнобед., то ~~[illegible]~~ $AC = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$

а тогда $P_{ABC} = AB + BC + AC = 7 + 14 + AC = 21 + AC$

и тогда возможная длина периметра $P_{ABC} \in [29; 34] \cup [36; 41]$ ~~[illegible]~~, где $P_{ABC} \in \mathbb{Z}$

Ответ: ~~[illegible]~~ $P_{ABC} \in [29; 34] \cup [36; 41]$, где $P_{ABC} \in \mathbb{Z}$, т.е. $P_{ABC} = \{29; 30; 31; 32; 33; 34; 36; 37; 38; 39; 40; 41\}$.

Задача 5



Рассмотрим с какой скоростью может ехать А., чтобы успеть проехать на 1 св., по условию как только А выезжает горит красный это значит, что промежуток времени за который она может проехать от 48с до 80с, т.к. когда она доедет до светофора в момент ~~разог~~ загорания зел. её скорость равна $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ м/с, и тогда она проедет участок I и 1 св. за $80 : \frac{5}{3} = 80 \cdot \frac{3}{5} = 48$с., и когда она проедет светофор в момент загорания красного, то её скорость равна $80 : (30+50) = 80 : 80 = 1$ м/с и она проедет участок I и 1 св. за 80с., т.е. её скорость варьируется от 1 м/с до $\frac{5}{3}$ м/с., теперь рассмотрим с какой скоростью А может ехать, чтобы успеть проехать на 2 св., по условию когда она вышла красный загорится через 10 секунд, тогда через 60с будет зелёный, через 110с – красный и через 160с – зелёный, на первый зелёный она не успеет, т.к. в нашем промежутке скоростей макс. скорость – $\frac{5}{3}$ м/с, и чтобы проехать $50+30+120 = 200$ м. с этой скоростью понадобится $200 : \frac{5}{3} = 200 \cdot \frac{3}{5} = 120$с., а в это время будет красный, значит она проедет на второй зелёный, который будет через 160с. и тогда чтобы проехать до 2 св. за 160с. на расстояние 200 м., потребуется скорость $200 : 160 = 1{,}25$ м/с – это скорость самая оптимальная нужная для задачи

Ответ: 1,25 м/с.

83-80-26-58
(121.6)

5

Задача 2

пусть n представим в виде $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$

тогда n^2 представимо в виде $(\overline{abcd})^2 = (1000a + 100b + 10c + d)^2 =$

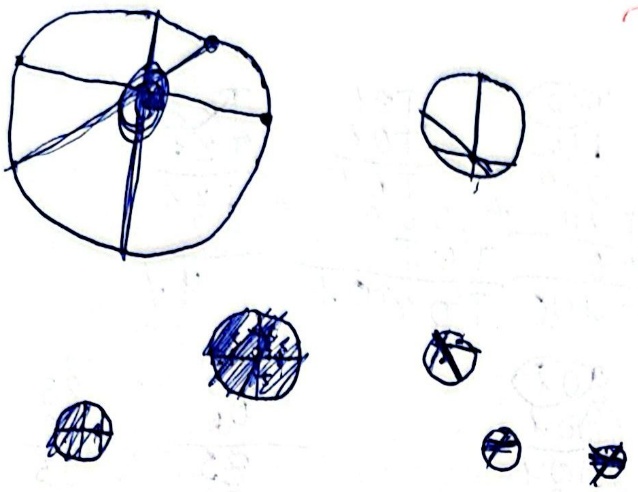
$1000000a^2 + 10000b^2 + 100c^2 + d^2$

Здесь a^2 должно быть как a, т.е. 1

Поэтому число $n = 1000$

Ответ: 1000

Черновик



Есть свойство о хордах, что хорда, которая перпендикулярна диаметру делится на пополам, в этом случае сам диаметр не обязан делится пополам, ~~но хорда~~ хорда но чтобы пополам делилось и другая хорда надо, чтобы она через точку пересечение первой хорды с диаметром и перпендикулярна диаметру, ~~но~~ тогда эти хорды совпадают, тогда значит рассмотрим случай когда диаметр делится пополам, ~~но~~ тогда по свойству о хордах он должен быть тоже перпендикулярен другому диаметру, тогда эти два диаметра будут пересекатся в середине окружности и делится этой точкой пополам а значит, что любая третья хорда проведенная через эту точку тоже ~~будет~~ ~~является~~ диаметром, а значит её длина это

представим число n в виде $\overline{abcd} = 1000a+100b+10c+d$

тогда n^2 можно представить в виде $(\overline{abcd})^2=(1000a+100b+10c+d)^2$

черновик

7

ТУК × ТУК = ФАРТУК

ТУК × ТУК = К·ТК·УК·К У·К

К = ~~0~~, ~~1~~, 5, 6
У =

ТУ0 × ТУ0 = 000

51 × 51

901 × 901 = 811.801

45 × 45 = 25

$50 : \frac{5}{4} = 50 \cdot \frac{4}{5} = 40с$.

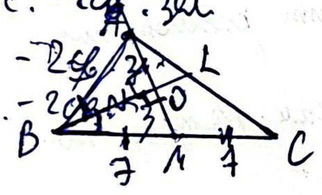
$30 : \frac{5}{4} = 30 \cdot \frac{4}{5} = 24с$

$120 : \frac{5}{4} = 120 \cdot \frac{4}{5} = 96с$.

$10 : \frac{4}{5} = 8с$

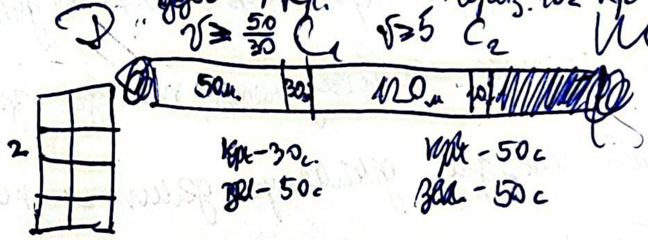
925 × 925; 825 × 825; 625 × 625 = 390625

40с. – 1св зел.
54с. – 1ср. зел
160с – 2
168с. – 2



BC = 14

кр. 20 еще. 30с
перез. 10с Кр



кр – 30с. зел – 50с
кр – 50с зел – 50с

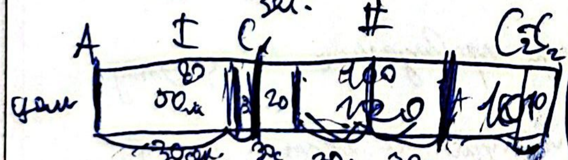
$\frac{150}{30} = 5$

48+72
50+70 = 120 с

$80 : \frac{5}{3} = 80 \cdot \frac{3}{5} = 48с$

По нерав. треуг. AB + BC > AC и BC – AB > AC

I: $1 - 1\frac{2}{3}$ м/с; 40с – 80с
II: $1 - 1\frac{2}{3}$ м/с; 72с – 120с



t_{10} – крас
t_{60} – зел
t_{110} – кр
t_{160} – зел

80 м
80 с

1 м/с – нет прохода есть
и $\frac{5}{3}$ м/с проход перв.

t = 0 — t = 10 с – красный
t = 30 с. — t = 60 с – зел.
t = 60 с. — t = 110 – кр
t = 90 с — t = 150 – зел
t = 120 с

$120 : \frac{5}{3} = 120 \cdot \frac{3}{5} = 72$

$\frac{200}{160} = \frac{5}{4} = 1,25$ м/с

160 с.