

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Разубаевой Анастасии Николаевны

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29»03 2026 года

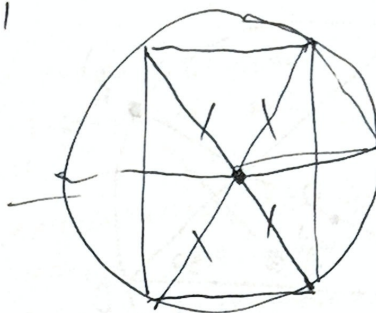
Подпись участника

4

85 (восемьдесят
шесть)
~~двадцать~~

Черновик

~1



Диаметр

~2

n - кат.

n - четырех значное.

$$n^2 = n \cdot 10^k + m$$

$$n^2 = n \cdot 10^4 + n \cdot p$$

$\sqrt{10000}$

$$1000,000 n = 10^4 + p$$

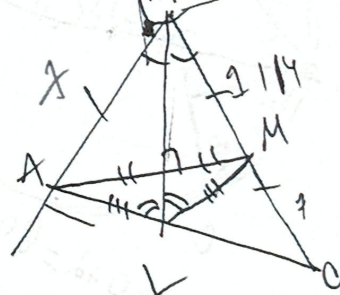
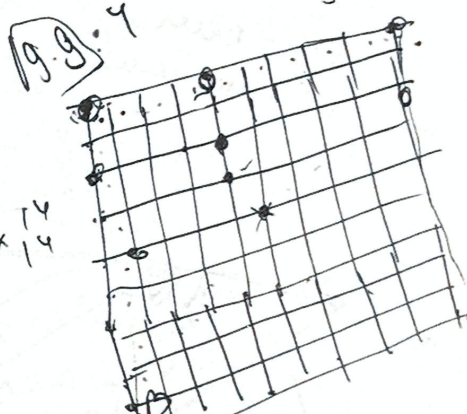
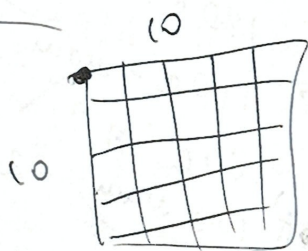
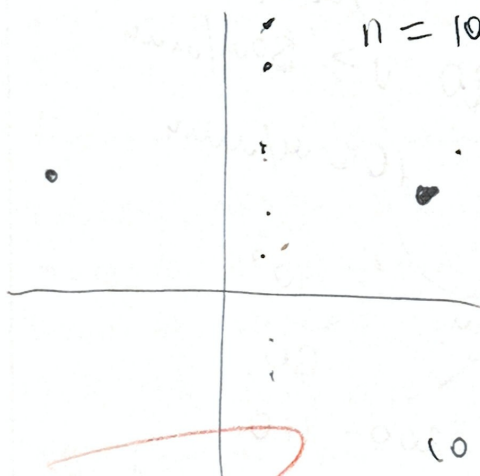
$$n^2 = n \cdot 10^k + k$$

$$n^2 = n \cdot 10^k + n \cdot m$$

$$n = 10^k + m$$

(x, y) x, y - целые

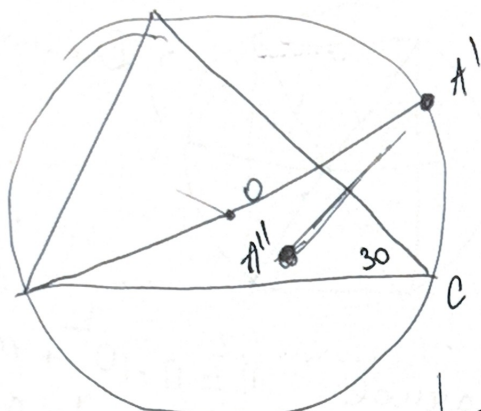
$$0 < x < 10^g$$



$$|d| > AC > 7$$

В Черновик

$$n^2 \approx n \cdot 10^k + m$$



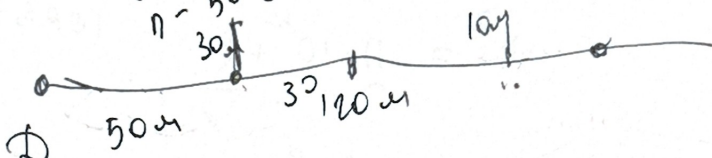
$$7 + 14 + 21$$

21

8 9 10 11 12 13 15 16 17 32
29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

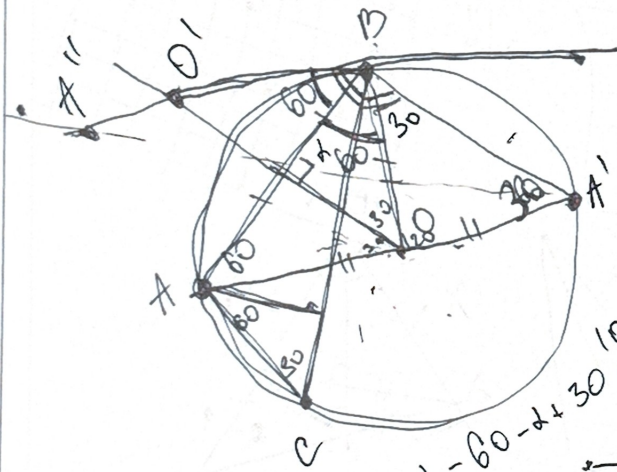
$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 160} \\ 16 \overline{) 160} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \\ \times 1,25 \\ \hline 60 \\ 7500 \end{array}$$

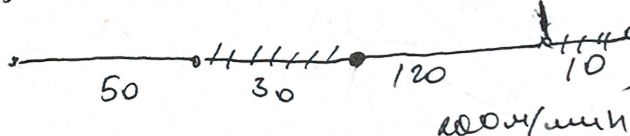


120
110 - машин
60 - пеев
10 - машин

50м - проехала ≥ 30 с.
100м/мин
80 $v \leq 100$ м/мин
 $v \geq 80$ м/мин
100 м/мин



2мин
120 с.
110 с. - маш.
60 с - А
10 с маш
200 - 110
10 + 50 + 50 + 50
10 + 50 + 50 + 50
199 м/мин
120 с



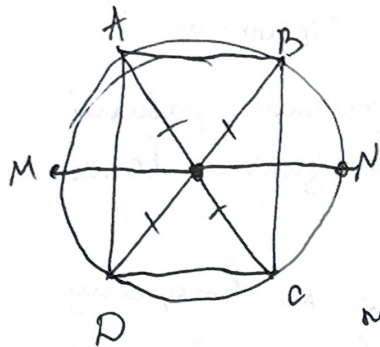
$$\begin{array}{r} 210 \overline{) 110} \\ 110 \overline{) 110} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{200 \text{ м}}{v} > 60 \quad \frac{200}{60} > v$$

$$\frac{210 \text{ м}}{v} \leq 110 \Rightarrow \frac{210}{110} \leq v$$

Чистовик

~ 1



1. Пусть хорда к.т. точкой пересечения диагоналей пополам это AC и BD, третья хорда - MN.

2. Четырехугольник ABCD - пер-мн т.к. диагонали точкой пересечения делятся пополам $\Rightarrow$ противоположные углы равны

, ABCD - вписан $\Rightarrow$ сумма противоположных углов равна $180^\circ \Rightarrow$ ABCD - прямоугольник $\Rightarrow$ пересечение диагоналей это центр окружности.

3. Хорда проходящая через центр окр. это диаметр. $\Rightarrow$ MN - диаметр $\Rightarrow$ MN = 10.

~ 3.

~~Точки из множества F такие, что $x, y > 0$ и $x, y < 11$, x, y - целые. Представим точки как таблицу 9 на 9.~~

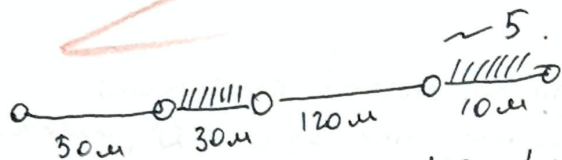
~ 2.

~~Представим n^2 как~~ Пусть существует такое число, тогда $n^2 = n \cdot 10^k + m$, предположим, что $m > 0 \Rightarrow n^2 : n, n \cdot 10^k : n \Rightarrow m : n$, но усл. n - четырехзначное число $\Rightarrow m > 1000 \Rightarrow k > 4$. Представим $m = p \cdot n$ т.к. $m : n \Rightarrow n^2 = n \cdot 10^k + p \cdot n$, n - кат. $\Rightarrow n = 10^k + p$. Мы предположили что $m > 0 \Rightarrow k > 4 \Rightarrow n > 10^4$ т.е. n - не четырехзначное, противоречие $\Rightarrow m = 0 \Rightarrow n^2 = n \cdot 10^k \Rightarrow n = 10^k$ т.к. n - четырехзначное $n = 1000$

Ответ : $n = 1000$.

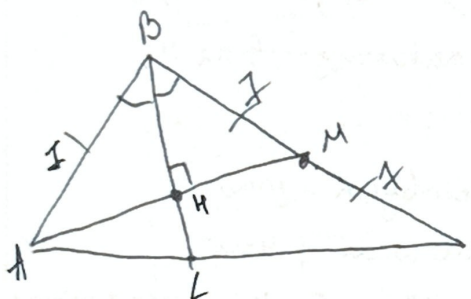
1 из 4

Чистовик



Скорость Агриппины
иначе 1 участок равный
50м она проедет быстрее чем за 30с, а значит встанет
на 1 светофоре.

Если она будет двигаться 100м/мин, то ко второму
переходу она подъедет через 2 минуты, в это время
горит красный для пешеходов и как 10 сек $\Rightarrow$ чтобы
не стоять у перехода она должна доехать до 2. перехода
за 160с. в это время загорится зеленый $\Rightarrow$
Мак скорость Агриппины $\frac{100}{160} \cdot 60 = 75 \text{ м/мин}$



~ 4

1. Пусть пересечение BL и AM это
H. В $\triangle ABM$; BH - бисс и высота $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABM$ - р/б. $\Rightarrow AB = BM = MC \Rightarrow$
Т.к. $AB = 7 \Rightarrow BC = 14$.

2. Из неравенства треугольников

$AB + AC > BC \Rightarrow AC > 7$ и $AB + BC > AC \Rightarrow AC \leq 21$ и
 $AC \neq AB$ и $AC \neq BC$ т.к По усл $\triangle ABC$ - неравобедренный
 $\Rightarrow P_{ABC} = 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41$

2 из 4

Черновик.

$$\frac{1}{a} + \frac{2x}{a^2} - \frac{3x^2}{a^3} \leq 0.$$

$$\frac{a^2}{a^3} + \frac{2xa}{a^3} - \frac{3x^2}{a^3} \leq 0$$

$$\frac{a^2 + 2xa - 3x^2}{a^3} \leq 0$$

$$\frac{-3x^2 + 2xa + a^2}{a^3} \leq 0$$

$$a > 0 \quad \text{А} \quad a < 0.$$

$$\frac{-3x^2}{a^3} + \frac{2}{a^2} \cdot x + \frac{1}{a} \leq 0.$$

$$D = \frac{4}{a^4} - 4 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{-3}{a^3} =$$

$$\frac{4}{a^4} + \frac{12}{a^4}$$

$$\frac{-3}{a^3} \cdot x^2 + \frac{2}{a^2} \cdot x + \frac{1}{a} \leq 0 \quad \frac{4}{a^4} + \frac{12}{a^4}$$

$$D = \frac{4}{a^4} + 4 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{3}{a^3} = \frac{4}{a^4} + \frac{12}{a^4} = \frac{16}{a^4}$$

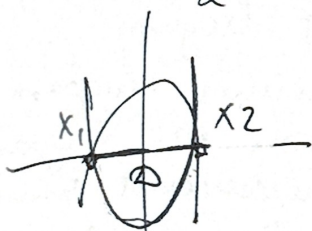
$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

$$x_1 - x_2 = 2026 = \frac{\sqrt{D}}{a}.$$

$$(x_1 - x_2)^2 = 2026^2 = \frac{D}{a^2}$$

$$2026^2 = \frac{16}{a^4}$$

$$a^4 = \frac{16}{2026^2}$$



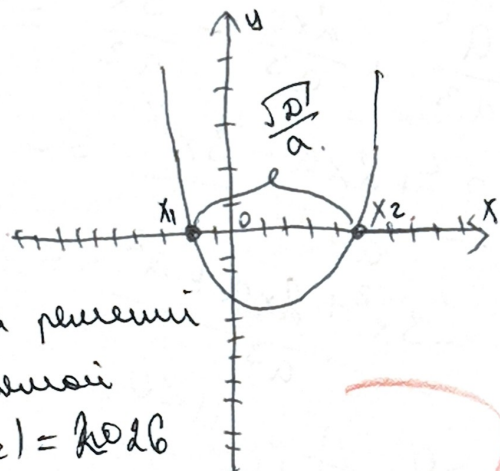
Чистовик

$$-\frac{3}{a^3} \cdot x^2 + \frac{2}{a^2} \cdot x + \frac{1}{a} \leq 0. \quad \sim 6.$$

Если $a > 0$, то ветви параболы смотрят вниз
т.к. $-\frac{3}{a^3} < 0 \Rightarrow$ решений неравенства $-\frac{3}{a^3} \cdot x^2 + \frac{2}{a^2} \cdot x + \frac{1}{a} \leq 0$
бесконечно много $\Rightarrow a < 0$.

Пусть x_1 и x_2 - корни уравнения

$$-\frac{3}{a^3} \cdot x^2 + \frac{2}{a^2} \cdot x + \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow \text{отрезок}$$



представляющий собой множество решений
неравенства, это отрезок на прямой
с координатами x_1 и $x_2 \Rightarrow |x_1 - x_2| = \text{длина}$

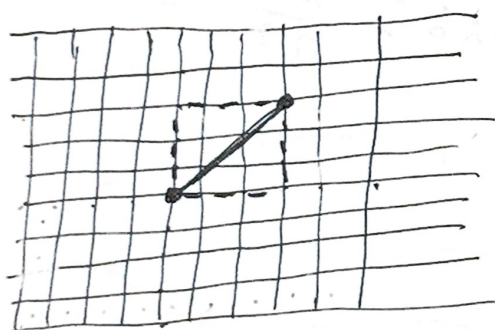
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \Rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{D}}{a} = \text{длина} \Rightarrow D = \text{длина}^2 \cdot a^2$$

$$D = \frac{4}{a^4} + 4 \cdot \frac{3}{a^3} \cdot \frac{1}{a} = \frac{4}{a^4} + \frac{12}{a^4} = \frac{16}{a^4} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{16}{a^4} = \text{длина}^2 \cdot a^2 \Rightarrow a^6 = \frac{16}{\text{длина}^2} \Rightarrow a = \sqrt[6]{\frac{16}{\text{длина}^2}}$$

$$a \neq \sqrt[6]{\frac{16}{\text{длина}^2}} \text{ т.к. } a < 0 \Rightarrow a = -\sqrt[6]{\frac{16}{\text{длина}^2}}$$



~ 3

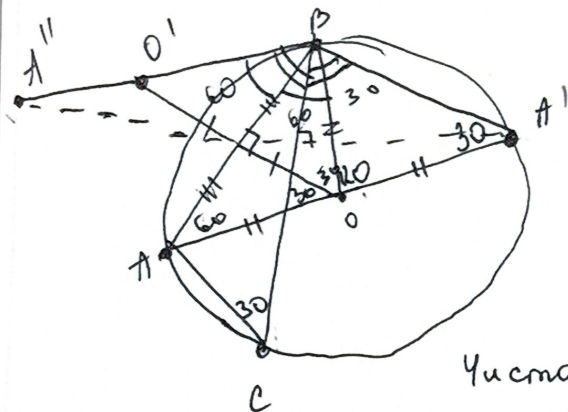
В множество F входит
100 точек, образующие квадрат
10x10, представим их как квадрат
9x9, где точки это пересечения линий.
Если выберем 2 точки образующие
гипотенузу, то 3 точка будет определена
однозначно т.к. катеты параллельны осям

Ox и Oy . Первую точку мы можем выбрать 100 способами
Вторая не должна лежать с первой на одной прямой, параллельной
оси Ox и Oy иначе катеты не будут пер-ить Ox и $Oy \Rightarrow$
81 способ выбрать вторую точку $\Rightarrow$ всего способов выбрать
отрезок к.т. будет являться гипотенузой $\frac{100 \cdot 81}{2}$. Треугольник
можно построить в двух полуплоскостях относительно
гипотенузы $\Rightarrow$ всего треугольников $2 \cdot \frac{100 \cdot 81}{2} = 8100$

Ответ: 8100

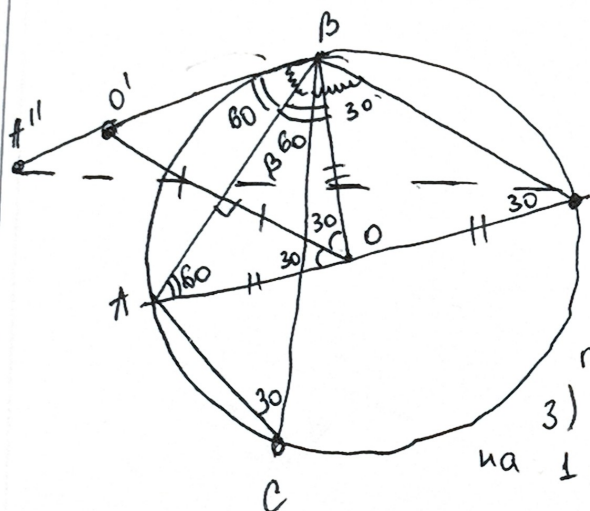
3 из 4

Черновик.



Чистовик

7



1) Проведем BO , т.к. O - центр окр. $\Rightarrow AO = BO = AO \Rightarrow \triangle AOB$ и $\triangle BOA'$ - рлб

2) Т.к. O и O' сим-чны относительно AB , то AB - пер-пен отрезка OO' $\Rightarrow OO'$ - высота в $\triangle ABO$ т.к. $\triangle ABO$ - рлб $\Rightarrow OO'$ - диес

3) $\angle AOB = 2 \cdot \angle ACB$, т.к. опираются на 1 дугу и $\angle AOB$ - центральный

$\Rightarrow$ т.к. OO' - диес $\Rightarrow AOO' = BOO' = 30^\circ \Rightarrow \angle BAO = 180 - 90 - 30 = 60^\circ$

и $\angle ABO = 180 - 90 - 30 = 60^\circ$

4) Т.к. O и O' симметричны относительно $AB \Rightarrow AB$ - диес $\angle O'BO \Rightarrow \angle ABO = \angle O'BA = 60^\circ$

5) Т.к. A' и A'' симметричны относительно $BC \Rightarrow BC$ - диес $\angle A''BC = \angle CBA'$

~~$\angle A''BC$~~ $\angle A''BA' \Rightarrow \angle A''BC = \angle CBA'$

6) $\angle ACB = \angle AA'B = 30^\circ$ как опирающиеся на 1 дугу

$\triangle BOA'$ - рлб из пункта 1 $\Rightarrow \angle OBA' = \angle OA'B = 30^\circ$

7) Пусть $\angle ABC = \beta \Rightarrow \angle A''BC = 60^\circ + \beta$ и $\angle CBA' = 60^\circ - \beta + 30^\circ$

Из пункта 5 $\angle A''BC = \angle CBA' \Rightarrow 60^\circ + \beta = 60^\circ - \beta + 30 \Rightarrow \beta = 15^\circ$

$\Rightarrow \angle ABC = 15^\circ$

Ответ: $\angle B = 15^\circ$

4 из 4