



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8

Место проведения СПБ
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников имени Ломоносова
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

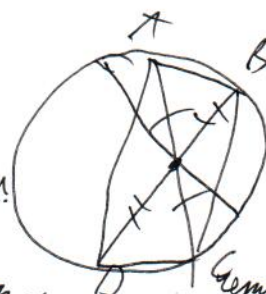
Седых Милана Викторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» марта 2026 года

Подпись участника
СМ

Чистовик

N 1



Заметим, что хорды образуют параллелограмм.

Вспомогательный критерий оптимизации: сумма противоположных углов равна 180° , значит у нас прямоугольник (пусть $\angle ABD = \alpha$, тогда $\angle BAD = \angle BCD = \angle ADC = 180 - \alpha$, а также $\angle ADC = \angle ABD \Rightarrow \alpha = 180 - \alpha \Rightarrow \alpha = 90^\circ$).

Тогда AC и BD диаметры (т.к. т.к. вписанные углы опирающиеся на хорду равны 90°).

Диаметры могут пересекаться только в центре круга, значит третья хорда тоже диаметр и она равна $5 \cdot 2 = 10$.

Ответ: 10

N 2

Заметим, что для $n^2 - n : 10000$ т.к. оканчивается на число n , значит $n(n-1) : 10^4$. Т.к. n и $n-1$ взаимно просты и оба меньше 10000 то либо:

~~$n : 5^4, n-1 : 2^4$~~ либо: $n : 5^4, n-1 : 2^4$ либо: $n : 2^4, n-1 : 5^4$. Найдем такие числа.

Будем рассматривать числа кратные 5^4 и числа отличающиеся от этих на ± 1 .

Заметим, что числа кратные 5^4 и 2 не подойдут, т.к. тогда $n \pm 1$ будет не кратно 2.

$7875 : 5^4$ $7874 \setminus 4, 7876 \setminus 2^4$;

42-79-55-64
(126.1)

числовик

$3125 : 5^4$ $3126 : 4$ $3124 : 2^4$ $4375 : 5^4$
 $4374 : 4$ $4376 : 2^4$; $5625 : 5^4$ $5626 : 4$ $5624 : 2^4$;
 $6875 : 5^4$ $6874 : 4$ $6876 : 2^4$; $8125 : 5^4$ $8126 : 4$;
 $8124 : 2^4$; $9375 : 5^4$ $9374 : 4$ $9376 : 2^4$

значит 9376 подходит, и других четырехзначных кратных 5⁴ и не кратных 2 нет.

Ответ: 9376

Обозначим число ТУК за n, тогда

$$n^2 = \overline{abcn} \Rightarrow n(n-1) = \overline{abc000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(n-1) : 1000 \text{ и имеем}$$

либо $n : 5^3$ $n-1 : 2^3$; либо $n : 2^3$ $n-1 : 5^3$.

Будем искать по трехзначным числам кратным 5³. Аналогично нам не подойдут числа кратные 5³ и 2 т.к. n и n-1 взаимно просты.

$125 : 5^3$ $124 : 2^3$ $126 : 2^3$; ~~$250 : 5^3$~~

$375 : 5^3$ $374 : 2^3$ $376 : 2^3$ 376 потенциально не подходит. Проверим: $376 \cdot 376 = 141376$ буквы, а значит и цифры различны.

Не подходит. $625 : 5^3$ $626 : 4$ $624 : 2^3$ - потенциально подходит. Проверка:

$$625 \cdot 625 = 390625 - \text{подходит}$$

Ответ: ФАРТУК = 390625

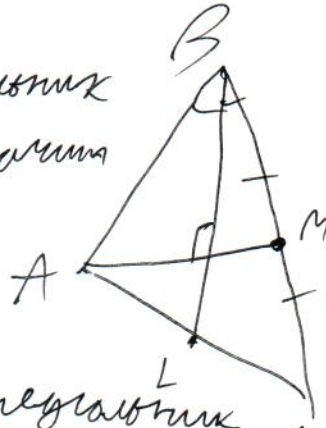
числовик

14

Заметим, что треугольник ABM - равнобедрен, а значит

$$AB = BM = MC = 7 \Rightarrow$$

$$BC = BM + MC = 7 + 7 = 14.$$



П.к. известно, что треугольник неравносторонний, то $AC \neq 7; 14$. Заметим, что по неравенству треугольника

$$AC < AB + BC = 21 \text{ и } AC > BC - AB = 7,$$

значит $7 < AC < 21$ и $AC \neq 14$, тогда возможные периметры: 29-34 и 36-41

Ответ: 29-34 и 36-41

15

Заметим, что если скорость Агришки будет больше $\frac{5}{3}$, то тогда она приедет на первый перекресток когда он будет гореть красным. Значит скорость не более $\frac{5}{3}$.

Посчитаем на каких ^{3 после выноса} секундах светофор 2 горит зеленым: 0-70,

60-770, 760-270. Заметим, что если

Агришка проехала 2-ой светофор ~~на~~ 60-770 секунде, то скорость

будет больше $\frac{5}{3}$, тогда она проедет второй светофор на 760-270 и её скорость (макс.) = $\frac{5}{3}$

Ответ: $\frac{5}{3}$ м/с

числовик № 6

Если число ~~три~~ ~~двое~~ кратно
9, значит и сумма цифр ~~двух~~
9, а значит число кратно 81

$$n : x = k : 9 \Rightarrow x : 9 \Rightarrow n = xk : 81$$

Получим все такие числа:

162, 243, 324, 405, 486, 567, 648,

729, 810, 891, 972 — все числа

кратные 81, из них подходят:

162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972.

Сумма первого шестого и последнего:

$$162 + 648 + 972 = 1782$$

Ответ: 1782

42-79-55-64 (126.1)

чертовик

$K = 7, 0, 8$

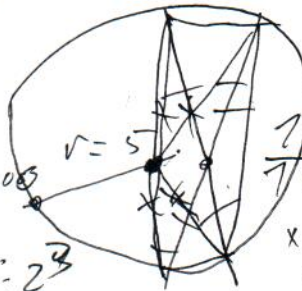
$$\begin{array}{r} 900 \\ \times 900 \\ \hline 810000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 376 \\ \times 376 \\ \hline 2256 \\ 2632 \\ \hline 141376 \\ \times 376 \\ \hline 376 \\ \hline 0 \end{array}$$

$n \cdot n = abcn$

$n(n-1) : 7000$

$n : 5 \quad n : 2^3$



$$\begin{array}{r} \times 7007 \\ 7007 \\ \hline 7007 \\ \times 7007 \\ \hline 7002007 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 725 \quad 724 \quad 8 \\ 7 \\ \hline 225 \quad 44 \\ 375 \quad 32 \quad 47 \\ \hline 56 \end{array}$$

$n = 9376$

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 625 \\ \hline 3725 \\ 7250 \\ \hline 3750 \\ \hline 390625 \end{array}$$

$n^2 - n : 70000$

$n(n-1) : 70000$

$n : 2 \quad n-1 : 5^4$

$$\begin{array}{r} \times 725 \quad 624 \quad 8 \\ 5 \\ \hline 625 \quad 78 \\ 36 \quad 4 \\ \hline 9376 : 2^4 \\ 9375 : 5^4 \end{array}$$

7

$(2 \cdot 5)^4 = 2^4 \cdot 5^4$
 $n : 5^4 \quad n-1 : 2^4$

$2^4 = 4 \cdot 4 = 16$

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ 42 \\ \hline 176 \\ 32 \\ \hline 177 \\ \hline 56 \end{array}$$

7000

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 2 \\ \hline 7250 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 625 \\ 3 \\ \hline 1875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \quad \times 625 \\ 25 \quad 7 \\ \hline 725 \quad 4375 \\ 50 \\ \hline 825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 3 \\ \hline 3125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7874 \quad ; \quad 7876 \quad | \quad 76 \\ 76 \\ \hline 27 \quad | \quad 77 \\ 76 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 9 \\ \hline 5625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5625 \quad | \quad 76 \\ 48 \\ \hline 824 \end{array}$$

7

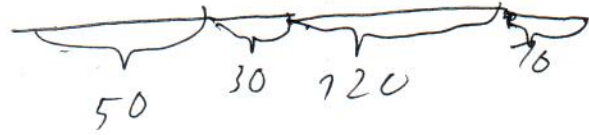
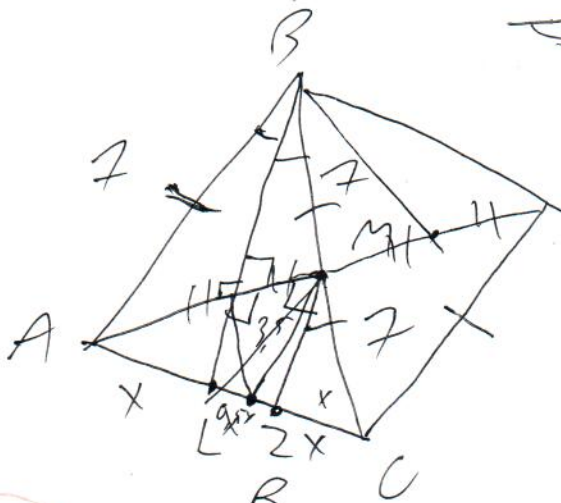
$$\begin{array}{r} 3724 \quad | \quad 76 \\ 76 \\ \hline 752 \\ 744 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 8725 \\ + 1250 \\ \hline 9375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 5625 \quad + 6875 \\ 7250 \quad + 1250 \\ \hline 6875 \end{array}$$

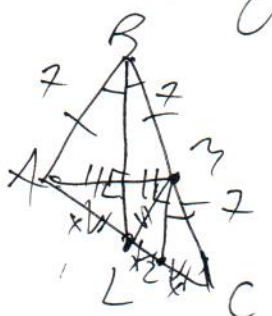
$$\begin{array}{r} 9376 \quad | \quad 76 \\ 80 \\ \hline 737 \quad | \quad 76 \\ 80 \\ \hline 728 \\ \hline 96 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8724 \quad | \quad 76 \\ 80 \\ \hline 724 \quad | \quad 50 \\ 724 \\ \hline 112 \quad 8 \\ 128 \quad 8 \\ 144 \quad 9 \\ \hline 760 \quad 70 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6876 \quad | \quad 76 \\ 64 \\ \hline 47 \\ 32 \\ \hline 758 \end{array}$$

черновик



$$\frac{5 \cdot 200}{3} = 720$$



$$72 \times \frac{5}{3} = 200$$

$$729 + 972 = 1701$$

$$290 \cdot \frac{746}{3} = 90 \cdot \frac{40}{3}$$

$$(762 + 567) + 972 = 1701$$

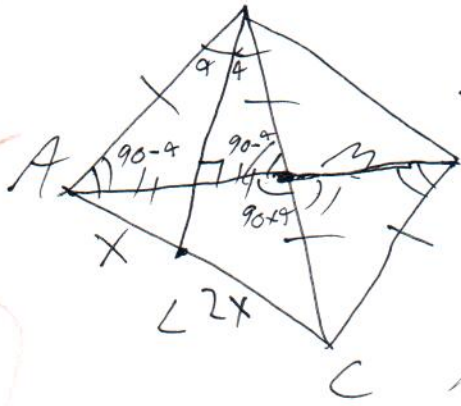
$$\frac{200}{760} = \frac{5}{9}$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 762 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 762 \\ 486 \\ \hline 897 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \\ 567 \\ \hline 972 \end{array}$$

$$762 + 648 = 870$$



$$7 + 24 = 27$$

$$7 \cdot 3 \cdot 27 = 870$$

$$28 + 7 = 35$$

$$870 + 972 = 1701$$

$$3x = 8 - 20 = 782$$

$$29 - 34, 36 - 47$$

42-79-55-64
(126.1)

четовик
н.7

6; 7; 8; 9

7; 8; 9; 10

$7+5=6$ $3+4=7$ $2+6=8$

$7+6=7$ ~~$2+6=8$~~ $3+5=6$

$7-7; 8; 9$ $9-7; 2; 3$ $8+2=10$

$9+3=12$ ~~$7+4=11$~~ ~~$8+2=10$~~ $5+4=9$

