



42-29-04-30
(127.1)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Краснодар
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

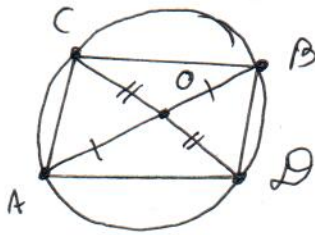
Скориковой Ксении Константиновны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

КК

42-29-04-30
(127.1)Чистовик
№1

$$\text{т.к. } AO = OB, CO = OD$$

$$\angle COA = \angle BOD \text{ (верт.)}$$

$$\Rightarrow \triangle ACO = \triangle BOD \Rightarrow AC = BD$$

$$AO = OB, CO = OD$$

$$\angle BOC = \angle AOD \text{ (верт.)}$$

$$\Rightarrow \triangle BOC = \triangle AOD \Rightarrow BC = AD$$

$BC = AD, AC = BD \Rightarrow ABCD$ - параллелограмм

$$\triangle ABC \cong \triangle DCB \Rightarrow \angle A = \angle B, \angle C = \angle D$$

$$ABCD \text{ - вписан} \Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$2\angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = \angle B = 90^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 90^\circ$$

$\Rightarrow ABCD$ - прямоугольник

$$\Rightarrow AB = d, CD = d \text{ (т.к. на них опираются } 90^\circ \text{)}$$

\Rightarrow т. О - центр окружности

\Rightarrow третья сторона также d
т.к. проходит через центр окр.

$$d = 2r = 2 \cdot 5 = 10$$

Ответ: 10

№2

$$n^2 = \overline{na}$$

1000 - наименьшее четырехзначное число

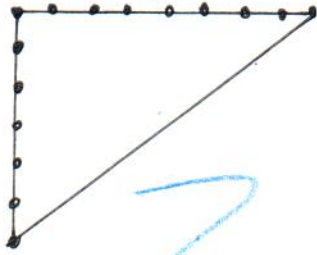
$1000^2 = 1000000$ - первые 4 цифровое n^2 образуют n

Ответ: 1000

42-29-04-30
(127.1)

№3 (продолжение)

Чистовик



второй вид тр-кав
в длину $8+1=9$ точек
в ширину $6+1=7$ точек
 \Rightarrow способов расставить без
поворотов

$$(10+1-9)(10+1-7) = 2 \cdot 4 = 8$$

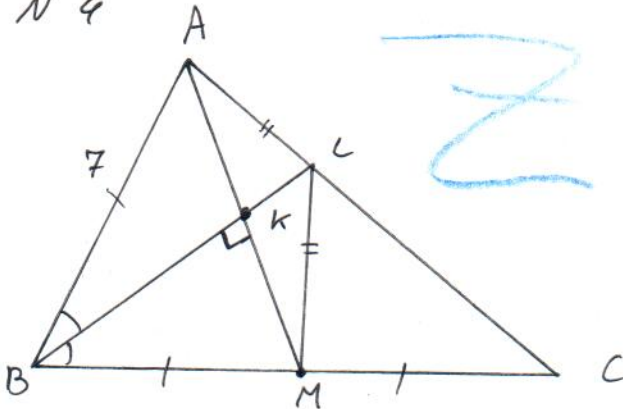
~~Мы при фабрике... ставим... тр-кав...~~

Во ~~второй~~ способ повернуть 4 шт
 $\Rightarrow 8 \cdot 4 = 32$ способа

$$32 + 168 = 200 \text{ шт треугольников}$$

Ответ: 200

№4



Дано $AB=7$, $\triangle ABC$ - не р/б
 AM - мед, BL - бисс
 $AM \perp BL$
 AC, BC - целые числа
Найти: $P_{\triangle ABC}$

Решение

BK - высота и бисс $\triangle ABM$

$$\Rightarrow \triangle ABM - \text{р/б} \Rightarrow BM = AB = 7$$

$$\Rightarrow BC = 2BM = 14$$

$$AC + AB > BC$$

$$AC + 7 > 14$$

$$AC > 7 \Rightarrow AC \geq 8$$

$$AC \neq 7, AC \neq 14 \text{ т.к. } \triangle ABC \text{ не р/б}$$

$$\Rightarrow AC \in \mathbb{N}, AC \in [8; 13] \cup [15; 20]$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 21 + AC$$

$$P_1 \triangle ABC = 21 + 8 = 29$$

$$P_{12} \triangle ABC = 21 + 20 = 41$$

$$AC < AB + BC$$

$$AC < 21$$

$$\Rightarrow AC \leq 20$$

$$P_2 = 30 \quad P_3 = 31 \quad P_4 = 32$$

$$P_5 = 33 \quad P_6 = 34 \quad P_7 = 36$$

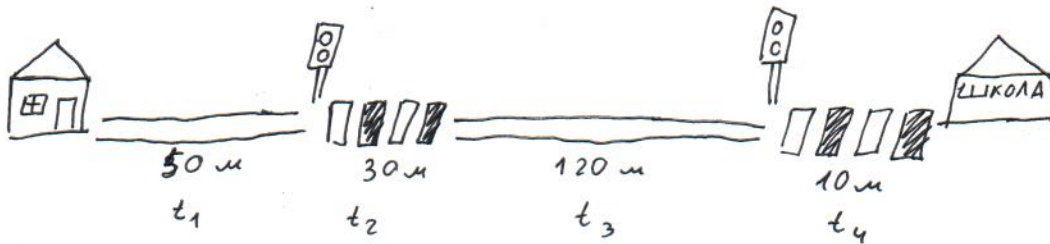
$$P_8 = 37 \quad P_9 = 38 \quad P_{10} = 39 \quad P_{11} = 40$$

Ответ: 29; 30; 31; 32; 33; 34; 36; 37; 38; 39; 40; 41

~~42; 43; 44~~

№5

Чистовик



к первому светофору нужно подехать не раньше, чем через 30 с $\Rightarrow v_{\text{макс}} = \frac{50 \text{ м}}{30 \text{ с}} = \frac{5}{3} \text{ м/с}$
 ко второму светофору нужно подехать за менее чем $10 + 50 + 50 = 110 \text{ с}$ или не ранее чем через $10 + 50 + 50 + 50 = 160 \text{ с}$

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{30 \text{ м} + 10 \text{ м} + 120 \text{ м} + 50 \text{ м}}{\frac{5}{3} \text{ м/с}} = \frac{200 \text{ м}}{\frac{5}{3} \text{ м/с}} = 120 \text{ с}$$

$$120 \text{ с} > 110 \text{ с}, \quad 120 \text{ с} < 160 \text{ с}$$

\Rightarrow такая скорость нам не подходит

\Rightarrow ко второму светофору невозможно проехать ~~раньше~~ прийти ранее 160 с на зеленый свет, проехав первый тоже на зеленый тогда ~~предельная~~ наибольшая скорость будет $\frac{200 \text{ м}}{160 \text{ с}} = \frac{5}{4} \text{ с}$

проверим, подходит ли она для первого перехода

$$\frac{50 \text{ м}}{\frac{5}{4} \text{ м/с}} = 40 \text{ с}, \quad 40 \text{ с} > 30 \text{ с}, \quad \cancel{40 \text{ с}} < 80 \text{ с}$$

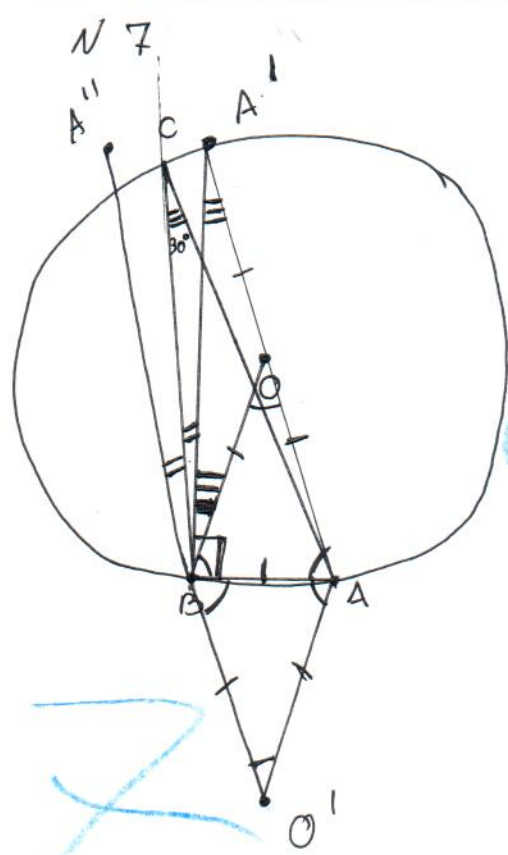
$$\frac{80 \text{ м}}{\frac{5}{4} \text{ м/с}} = 64 \text{ с}, \quad 64 \text{ с} < 80 \text{ с}$$

\Rightarrow первый светофор она тоже проедет на зеленый \Rightarrow наибольшая скорость будет $\frac{5}{4} \text{ м/с} = 1,25 \text{ м/с}$

Ответ: 1,25 м/с

Чистовик

42-29-04-30
(127.1)



Дано: $\angle C = 30^\circ$, $\triangle ABC$ - впис.

т. O' симм. т. O относ AB

т. A' diam прот. т. A

т. A'' симм. т. A' относ BC

т. O' , т. B , т. A'' - лежат на 1 прямой

Найти: $\angle B$

Решение:

$$\angle BOA = 2\angle C = 60^\circ \text{ (центральный)}$$

$$\Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = 60^\circ$$

$$\Rightarrow OB = OA = AB = OA'$$

~~$\triangle OBA$~~ - правильный

$$\angle AA'B = \angle BCA = 30^\circ \text{ (опирки на одну дугу)}$$

$$\angle BA'A + \angle A'AB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle A'BA = 180 - 90 = 90^\circ$$

т. O' симм. т. O относ ~~AB~~ $AB \Rightarrow OB = O'B$

$$OA = O'A \Rightarrow O'A = O'B = AB \Rightarrow \angle ABO' = 60^\circ$$

т. A' симм. т. A'' относ $BC \Rightarrow \angle A'BC = \angle A''BC$

$$\angle A'BO' = 180^\circ$$

$$\angle A''BC + \angle CBA' + \angle A'BA + \angle ABO' = 180^\circ$$

$$2\angle A'BC + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle A'BC = 30^\circ$$

$$\angle A'BC = 15^\circ$$

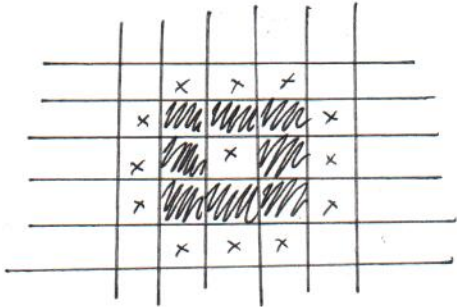
$$\angle B = \angle CBA' + \angle A'BA = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$$

Ответ: 105°

~~№ 8~~ № 8

Чистовик

всего 8 вариантов как получить кольцо с первой закрашенной клеткой в нем (т.к. 8 мест в кольце где она может стоять)



и ~~только~~ только 1 из 13 вариантов девятой клетки нам пойдут
 $\Rightarrow \frac{1}{13}$

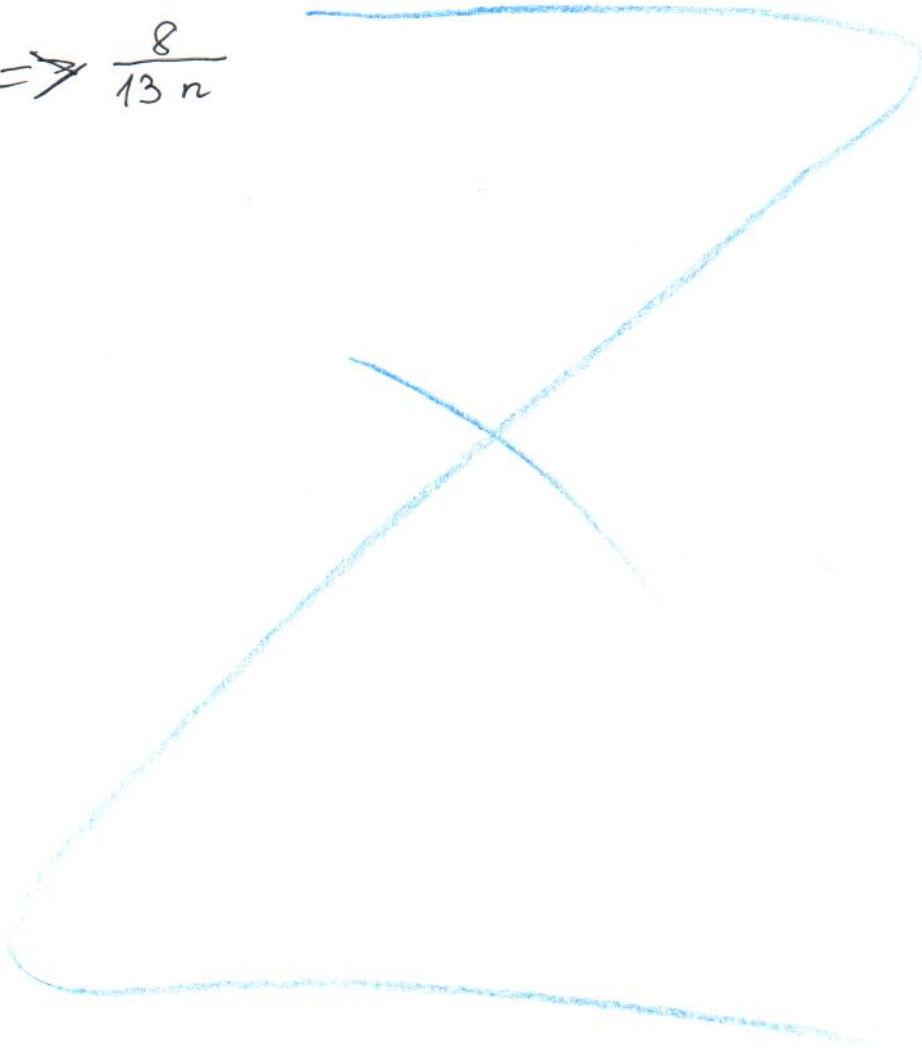
Всего тогда вероятность этого события будет

~~варианты получения всех фигур из 8 клеток~~

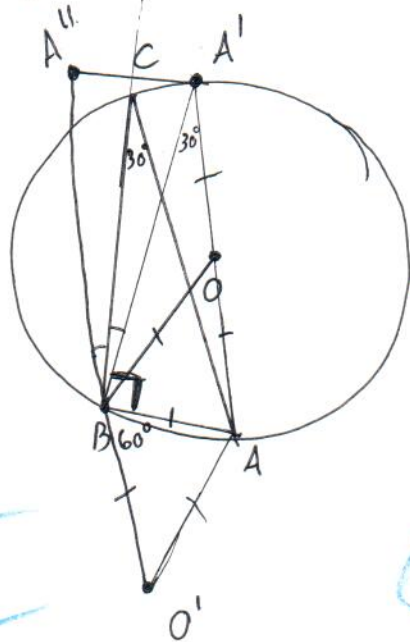
8

все варианты получения всех фигур из 8 клеток $\cdot \frac{1}{13}$

$\Rightarrow \frac{8}{13n}$



Чертежи



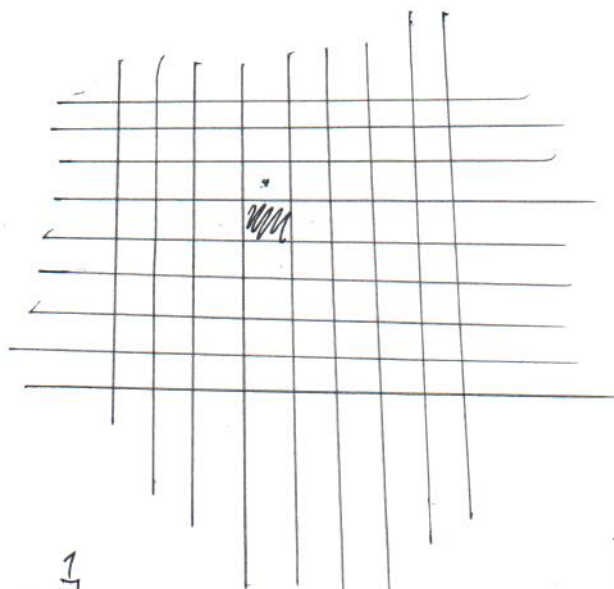
$\angle BOA = 2\angle C = 60^\circ$
 $\Rightarrow BO = OA = AB = OA'$
 $\Rightarrow \triangle A'AB$ - прямоугольный
 $\angle A'BA = 90^\circ$
 O симметрична O' относительно AB
 $\Rightarrow O'B = OA$
 $\Rightarrow O'B = O'A = AB$
 $\angle ABO' = 60^\circ$

A' симметрична A'' относительно BC
 $\Rightarrow \angle A''BC = \angle CBA'$
 $\angle A''BC + \angle CBA' + \angle A'BA + \angle ABO' = 180^\circ$
 $\Rightarrow 90 + 60 + 2\angle A'BC = 180$
 $\angle A'BC = 15^\circ$
 $\angle CBA = \angle A'BC + \angle A'BA = 105^\circ$

$$\frac{-3x^2 + 2ax + a^2}{a^3} \leq 0$$

$$\frac{3x^2 - 2ax - a^2}{a^3} \geq 0$$

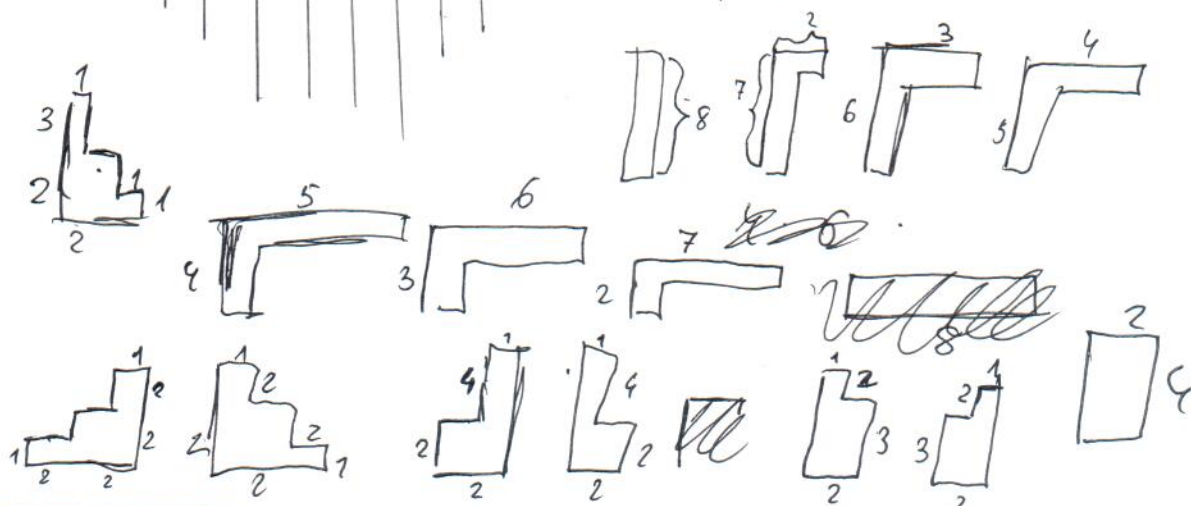
$$\begin{cases} D \geq 0 & 8a^2 \geq 0 \\ a > 0 & a > 0 \end{cases}$$



8 вар сделать кольцо

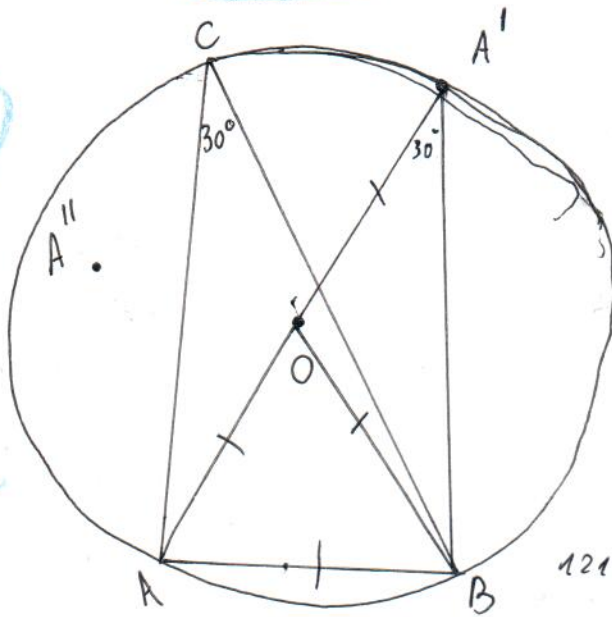
13 поставит в клетку

всего



Чертежи

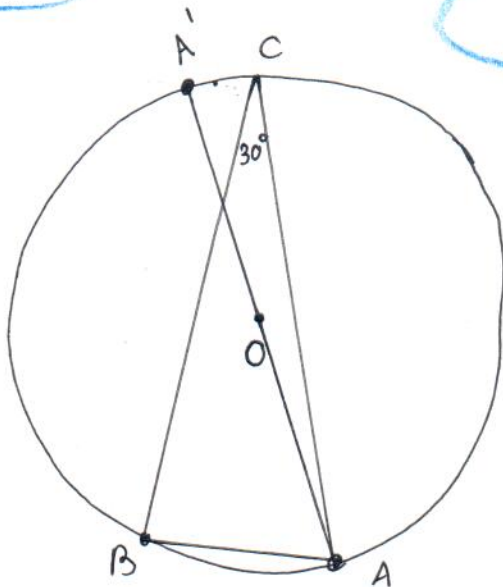
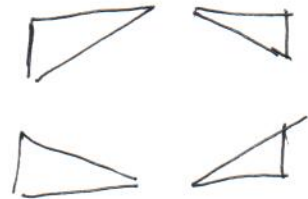
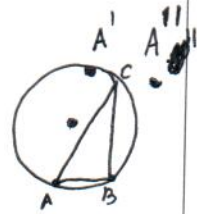
№ 7



$$\begin{aligned}
 81 + 64 &= 155 \\
 + 49 &= 130 \\
 + 36 &= 117 \\
 + 25 &= 106 \\
 + 16 &= 97 \\
 + 9 &= 90
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 64 + 49 &= 113 \\
 100 &+ 36 = 100 \\
 121 &+ 25 = \\
 144 & \\
 169 & \\
 196 &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &144 \\
 &-121 \\
 &23 \\
 &169 \\
 &-121 \\
 &48 \\
 &196 \\
 &-121 \\
 &75 \\
 &225 \\
 &-121 \\
 &104
 \end{aligned}$$



• O'

Черновик

N 5

$m = 30c$
 $n = 50c$

$10c$
 $m = 50c$
 $n = 50c$



$210m$

$t_1 + t_2 + t_3 \geq 160c$

$30 \leq t_1 \leq 80$

~~$t_1 + t_2 + t_3 \geq 130c$~~

$t_1 = 30 \Rightarrow V = \frac{5}{3} m/c$

$t_1 + t_2 + t_3 \leq 160$

$t_3 + t_2 = \frac{150m}{\frac{5}{3} m/c} = 90c$

то с макс V

$t_1 + t_2 + t_2 = 120$

$t_1 + t_2 + t_2 \geq 160c$

$\frac{200}{160} = \frac{5}{4} = 1,25$

$t_1 = \frac{10}{\frac{5}{4} m/c} = 40c$

$100 + m + n + \dots = 1600$

$t_2 + t_3 = \frac{150m}{\frac{5}{4} m/c} = 120c$

$2x < x + 7$
 $x < 7$

$t_1 + t_2 + t_3 = 160c$

~~$x < 2x + 7$~~
 ~~$-x < 7$~~

Ответ: 1,25

$\sqrt{6}$
 $\frac{1}{a} + \frac{2x}{a^2} - \frac{3x^2}{a^3} \leq 0$

$a \neq 0$

$\frac{a^2 + 2ax - 3x^2}{a^3} \leq 0$

$a > 0 \Rightarrow D = 4a^2 + 4a^2 = 8a^2$

$\frac{-3x^2 + 2ax + a^2}{a^3} \leq 0$

~~$x = \dots$~~
 $x_1 = \frac{-2a + 2\sqrt{2}a}{2} =$

$\frac{(x - a(\sqrt{2} - 1))(x + a(\sqrt{2} + 1))}{a^3} \leq 0$

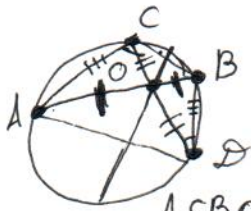
$= a(\sqrt{2} - 1)$

$x_2 = \frac{-2a - 2\sqrt{2}a}{2} = -a(\sqrt{2} + 1)$

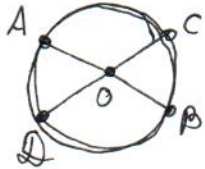
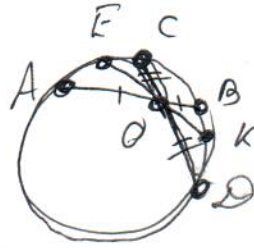
$-a(\sqrt{2} + 1) \leq x \leq a(\sqrt{2} - 1)$

Черновик

N1



ACBD - параллелограмм



вписан

=> ~~угол~~

$$\angle B + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle B = \angle A = 90^\circ$$

=> ACBD - прямоугольник

$$\Rightarrow AB = CD = d$$

=> O - центр окружности

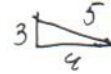
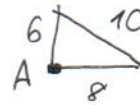
$$\Rightarrow EK = d = 5 \cdot 2 = 10$$

N2

$$n^2 = pa$$

n - четвёртая степень

1/3



$$19-6=5$$

$$14-8=3$$

$$101-5 \cdot 3=15$$

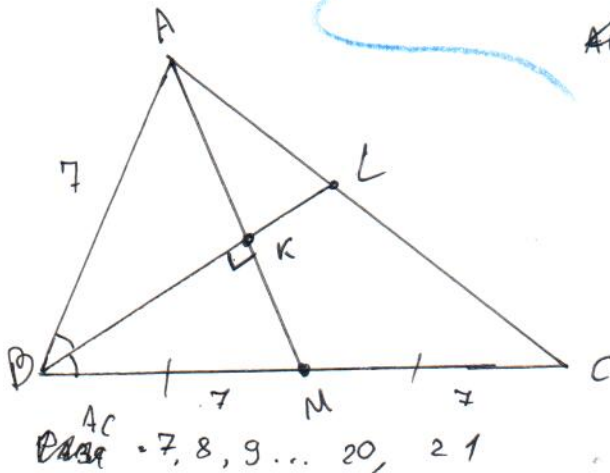
$$11-3=8$$

$$11-4=7$$

$$8 \cdot 7=56$$

Ответ: 1000

~~AB~~ AC и BC - целые числа



BK - биссектриса и высота

=> $\triangle ABM$ - равнобедренный

=> $BM = AB = 7$

$$BC = 2BM = 14$$

по св-ву биссектрисы

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC} = \frac{1}{2}$$

~~AC = 14~~ $AC + 7 \geq 14$
 $AC > 7$
 $AC = 21$