0 641412 280002

64-14-12-28
(21,5)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Соколова Егора Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«19» марта 2026 года

Подпись участника

64-14-12-28
(121.5)

80 (восемьдесят)

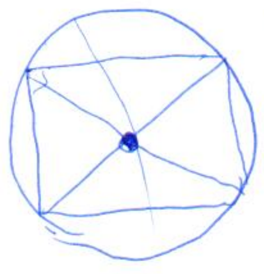
Черновик

8 62
9 54
10 91
11 83

53
81
64
92
5 8 76

4

10



8 62 24
10 91 91 91
11 82 45 65
12 6 83 83

2

8
10 6
11 92
12 84
0 10 8 2
1 11 6 5
5 12 9 3
6

abcd

1000

1000000

50
50
50

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 4 9 6 5 6 9 4 1
2 3

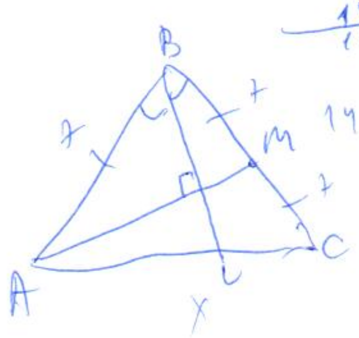
TYK
×TYK
ФАРТУК

9 1

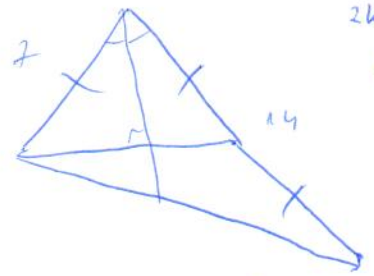
5
6

10
10
10
10

ТУК
×ТУК
КУ К
КУ



14



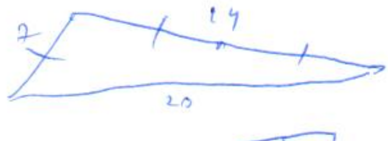
2КУ = У

1
2
3
4
5

9
8
7
6

12 456789

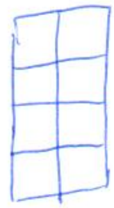
8 9 10
11 12 13
~~14~~ 15 16
17 18 19
20



8
9
10
11

9
10
11 92
12

x
x+1
x+2
x+3



$$\frac{100x+10y+z}{x+y+z} = 9k$$

$100x+10y+z = 9kx+9ky+9kz$

2 · 3 · 2

36

12

3

3 7

45

44 42

42

36

9
10
11 92
12

324

162 243

4x+6

38

81

2 · 81

81

9 72
10 91
11 65
12 84

38 32

9 81 16
10 64 73
11 92 32
12 73 84

~~9999 9999~~

100

100000000

1000000

abcd
abcd

$n^2 = n \cdot 10^x + k$

$k : n$

10^3

2000

1000

1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 2 3 4 5 6 7 8
1 4 9 16 25 36 49 64 81

$n = 10^x + y$

1 . . .
1 . . .

500
300

$\frac{30\ м}{50\ п}$

$\frac{50\ м}{50\ ч}$

ТУК
ТУК
ФАРТУК

50 30 120 10

$ТУК^2 = ФАР \cdot 10^3 + ТУК$

50

10 50 50 50 50
к 3 к 3

200с

$$\begin{array}{r} 510 \\ \times\ 510 \\ \hline 000 \\ 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 701 \\ 701 \\ \hline 701 \\ 2507 \\ \hline 261001 \end{array}$$

1м 1с

200 м
160

60

30 с

$\frac{50}{30}$ $\frac{5}{3}$ м/с

200м

120с

$200 \cdot \frac{3}{5}$

$\frac{5}{4}$ м/с

120

$\frac{30}{к}$ $\frac{50}{3}$

40с

$\frac{10}{3}$ $\frac{50}{к}$ $\frac{50}{3}$ $\frac{50}{к}$ $\frac{50}{50}$

$\frac{5}{4}$ м/с

24с

160с

$81 \cdot 6$ 40 $81 \cdot 7$

486 567

$81 \cdot 9$ $81 \cdot 11$

$81 \cdot 8$ 648 729 891

972

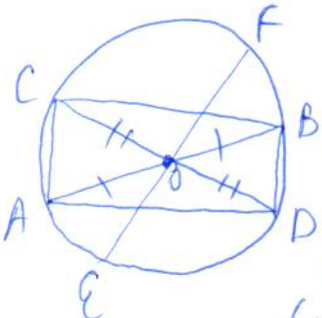
$81 \cdot 12$

$81(2+8+12$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times\ 22 \\ \hline 162 \\ 162 \end{array}$$

Чистовик

№1.

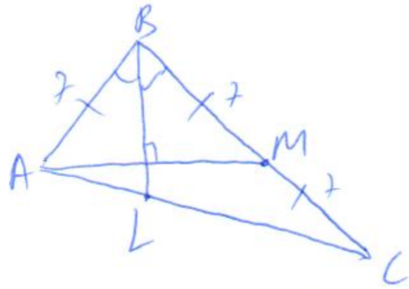


AB и CD – хорды, делятся пополам в точке $O \Rightarrow ACBD$ – пар-мм (диагонали делятся пополам в точке пересечения) $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB$ (св пар-мма), но $ACBD$ – впис 4х угол $\Rightarrow \angle ACB + \angle ADB = 180^\circ$ (св. впис. 4х угол.!) $\Rightarrow$ $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow AB$ – диаметр (впис. угол равный 90° опирается на диаметр) $\Rightarrow$ O – середина $AB \Rightarrow$ центр окружности $\Rightarrow$ третья хорда EF проходит через $O \Rightarrow$ является диаметром $\Rightarrow EF = 2r$, $r = 5$ (по услов) $\Rightarrow$

$EF = 10$

Ответ: 10.

№4.



В $\triangle ABM$ биссектриса совпала с высотой $\Rightarrow \triangle ABM$ р/б $\Rightarrow$ (призн р/б $\triangle$)

$AB = BM = 7$, AM – медиана $\Rightarrow$ $BM = MC = 7 \Rightarrow BC = BM + MC = 14$

По неравенству треугольников:

$$\begin{cases} AB + BC > AC \\ AB + AC > BC \\ BC + AC > AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 + 14 > AC \\ 7 + AC > 14 \\ 14 + AC > 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC < 21 \\ AC > 7 \\ AC > -7 \end{cases} \Rightarrow$$

$7 < AC < 21$, но так как $\triangle ABC$ – не р/б $\Rightarrow AC \neq AB$, $AC \neq BC \Rightarrow AC \neq 7$, $AC \neq 14 \Rightarrow$ так как AC – целое число

$AC \in \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$

Любой такой Δ возможен, нужно просто зафиксировать AB и BC, и уменьшать и увеличивать $\angle B$ => AC тоже будет уменьшаться и увеличиваться.

$P_{ABC} = AB + BC + AC = 21 + AC$ =>

$P_{ABC} \in \{29; 30; 31; 32; 33; 34; 36; 37; 38; 39; 40; 41\}$

№6

Если число $\overline{abc} \in A$ =>

$\frac{\overline{abc}}{a+b+c} = k$, $k \vdots 9$ => $\overline{abc} = 9n(a+b+c)$, $(k = 9n)$

=> $\overline{abc} \vdots 9$ => $a+b+c \vdots 9$ (по признаку дел.) =>

$a+b+c = 9m$ => $\overline{abc} = 81nm$ => $\overline{abc} \vdots 81$ =>

подходят числа: 162, 243, 324, 405, 486, 567, 648, 729, 810, 891, 972

Числа, сумма цифр которых 9 точно удовлетворяют условию (т.к. при делении на 9 точно получится натур. число $\vdots 9$), а числа, сумма цифр которых 18 => такие числа должны $\vdots 2$, чтобы условие выполнилось => числа 567, 729, 891 – не подходят. => Все такие трёхзначные числа это: 162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972.

$162 + 648 + 972 = 1782$

Ответ: 1782.

Чистовик

№7.

Если в верхней строке сумма X => во второй $X+1$, в третьей $X+2$, в четвёртой $X+3$ => общая сумма $4X+6$

Сумма чисел от 1 до 9 — 45 => число, которое мы не использовали — не чётное;

Если 1 — $45-1 \neq 4x+6$, если 3 — $45-3 = 4\cdot 9+6$, если 5 — $45-5 \neq 4x+6$, если 7 — $45-7 = 4\cdot 8+6$, если 9 — $45-9 \neq 4x+6$

Значит не использовали 3 или 7.

Если 3: $X = 9$

		9
		10
		11
		12

Число 9 может стоять либо в 2, либо в 3 строке ($9=9+0$ (0-нет), ($12=9+3$ (3-нет)

Если 9 во 2 строке:

9	1

=> 8 стоит в 4 строке ($9=8+1$ (1-занят), 10-занято, $11=8+3$ (3-нет)) =>

9	1
8	4

= 7 стоит в 1 строке (2, 4 строки - заняты, $11=7+4$ (4-занято)) =>

7	2
9	1
8	4

=> остались 5 и 6, $5+6=11$ - расстановка работает.

Если 9 в 3 строке:

9	2

=> 7 в 4 строке ($9=7+2$ (2-занято), $10=7+3$ (3-нет), 3 стр. занята) =>

9	2
7	5

=> 8 - в 1 строке ($10=8+2$ (2-занято), 3, 4 стр заняты) =>

8	1
9	2
7	5

=> остались 6, 4 $6+4=10$ => расстановка работает

3 из 5

Если не использовали 7: $x=8$

8, 9, 10, 11 $\Rightarrow$ 9 может быть в 3 или 4 строке ($8=9-1$, $9=9+0$)

Если 9 в 3 стр:

9	1

$\Rightarrow$ 8 в 4 стр.

($8=8+0$, $9=8+1$ (1-занят), 3 стр занята) $\Rightarrow$

9	1
8	3

$\Rightarrow$ 6 - в 1 стр. ($9=6+3$ (3-занято), 3, 4 стр заняты) $\Rightarrow$

6	2
9	1
8	3

$\Rightarrow$ остались 5, 4

$5+4=9$ $\Rightarrow$ расстановка работает.

Если 9 в 4 стр:

9	2

$\Rightarrow$ 8 в 2 стр ($8=$ ~~...~~ $8+0$, ~~...~~ $10=8+2$ (2-занято), 4 стр - занята $\Rightarrow$

8	1
9	2

$\Rightarrow$ 6 - в 3 стр ($8=6+2$ (2-зан.) 2, 4 стр - зан) $\Rightarrow$

8	1
6	4
9	2

$\Rightarrow$ ост. 3, 5, $3+5=8$ $\Rightarrow$ расстановка работает.

Так как при всех этих расстановках не важно в каком порядке стоят цифры в строке $\Rightarrow$ у каждой строки 2 варианта расстановки $\Rightarrow$ общее кол-во способов

$4\cdot 2^4=64$

Ответ: 64.

4 из 5

Чистовик

№5

Впервые зел. свет на 1 перекр. наступит через 30 сек => макс скорость $\frac{50\text{ м}}{30\text{ сек}}$ (иначе попадет на красный) =>

ко второму перекр. она доедет не раньше чем через $\frac{50+30+120}{\frac{50}{30}} = 120$ сек.

второй пер. работает: $\underset{\text{зел}}{10}$ $\underset{\text{кр}}{50}$ $\underset{\text{зел}}{50}$ $\underset{\text{кр}}{50}$ $\underset{\text{зел}}{50}$ =>

через 120 сек нельзя успеть на прошлый зелёный, ближайший через 160 сек. от начала => макс скорость теперь

$\frac{50+30+120}{160} = \frac{5}{4}$ м/сек, ~~проверим~~:

легко проверить что при такой скорости все перекрёстки она проедет без остановок на зелёный

Ответ: 1,25 м/сек

№2

Для $n=1000$ это работает $n^2=1000000$

1000 – наименьшее 3-знач. число => оно наименьшее n

Ответ: 1000

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!