0 618636 230002

61-86-36-28
(124.19)

61-86-36-28
(124.26)

61-86-36-28
(124.30)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Сторожева Александра Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

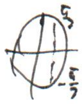
Дата
«29» 03 2026 года

Подпись участника
Асту

100 (сто) [illegible]

61-85-3[illegible]

Черновик



№1

$\begin{cases}\cos x \geq 0 \\ 3(1-\operatorname{ctg}^2 x) = 8\cos^2 x\end{cases}$; $\operatorname{ctg}^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$; $\cos^2 x = t$; $3\left(1-\frac{t}{1-t}\right) = 8t$; $3\,\frac{1-2t}{1-t} = 8t$; $\frac{3-6t-8t(1-t)}{1-t} = 0$

$\frac{8t^2-14t+3}{t-1} = 0$; $t = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{8} = \left\{\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$ $\begin{cases}\cos^2 x = \frac{1}{4} \\ \cos x \geq 0\end{cases}$ $\cos x = \frac{1}{2}$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

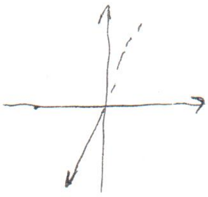
№2

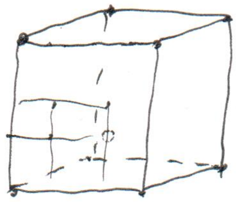
$\frac{\overline{abc}}{a+b+c} \vdots 9 \Rightarrow \overline{abc} \vdots 9 \Rightarrow (a+b+c) \vdots 9 \Rightarrow \overline{abc} \vdots 81$

$A = \{162; 243; 324; 405; 486; (567); 648; (729); 810; (891); 972\}$

$S = 243 + 486 + 810 = 729 + 810 = \underline{1539}$

№3



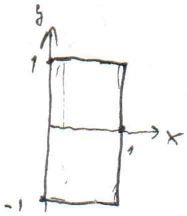


$11(O_{\times 8}) : 11 \cdot (O_{\times 8})$

$C_{11}^2 \cdot C_{11}^2 \cdot 4$

$3 \cdot 11 \cdot (C_{11}^2)^2 \cdot 4 = 132 \cdot 55^2 = 132 \cdot 3025 =$

$= 33 \cdot 12100 = 3 \cdot 133100 = \underline{399300}$



В-Р+Г=2

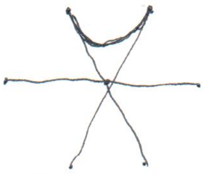
№4

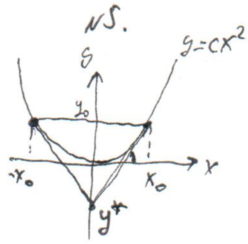
$\sin n\pi x - \sin m\pi x = 0$; $2\sin\frac{n-m}{2}\pi x \cdot \cos\frac{n+m}{2}\pi x = 0$

$\left[\begin{array}{l}\frac{n-m}{2}\pi x = \pi k; \; x = \frac{2k}{n-m} \\ \frac{n+m}{2}\pi x = \pi k + \frac{\pi}{2}; \; x = \frac{2k+1}{n+m}\end{array}\right.$

$13,15: \begin{cases} x = \frac{2k}{2} = k \in \{0;1\} \\ x = \frac{2k+1}{28}\end{cases}$ $15,17: \begin{cases} x = \frac{2k}{2} = k \in \{0;1\} \\ x = \frac{2k+1}{32}\end{cases}$? $13,17: \begin{cases} x = \frac{k}{2} \in \{0;\frac{1}{2};1\} \\ x = \frac{2k+1}{30}\end{cases}$

№5



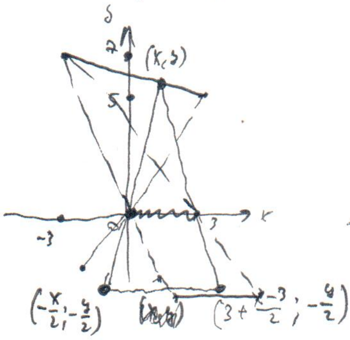


$y'(x_0) = \sqrt{3}$; $2cx_0 = \sqrt{3}$

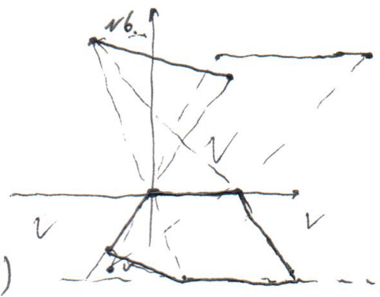
$x_0 = \frac{1}{2}$: $c = \sqrt{3}$

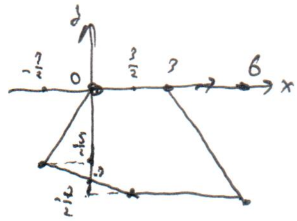
$y(x_0) = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$y^* = \frac{\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$; $R = \frac{\sqrt{3}}{4}$



№6



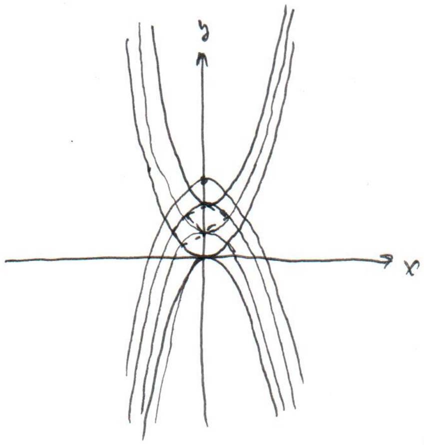


$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} + \frac{3+6}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} =$

$= \frac{9}{4} + \frac{63}{4} - \frac{3}{8} = \frac{18+126-3}{8} = \boxed{\frac{141}{8}}$

Черновик

№7



$x^2+n=-x^2+m=y$

$2x^2=m-n;\ x=\pm\sqrt{\frac{m-n}{2}},\ y=\frac{m+n}{2}$

$(x_0;y_0):\ x_0\in[y_0^2+n,\ y_0^2+n+1)$

$x_0\in[-y_0^2+m,\ -y_0^2+m+1)$

$S_0=\left(2\cdot\frac{1}{\sqrt2}\right)\cdot1\cdot\frac12=\frac{1}{\sqrt2}$

$S_k=\frac12\cdot1\cdot\left(\sqrt{k}-\sqrt{k-1}\right)=\frac{1}{2\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right)}\le\frac12$

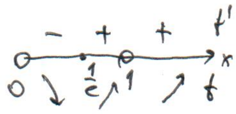
№8.

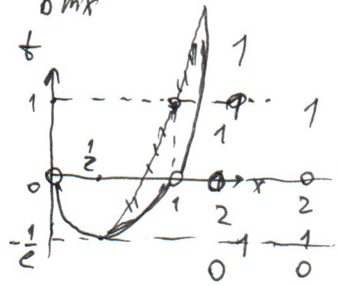
$8x^2\cdot\frac{\ln x}{\ln a}-\frac{\ln a}{\ln x}-2x\le0;\ \ln a=b;\ \frac{8x^2\ln x}{b}-\frac{b}{\ln x}-2x\le0;\ \frac{8(x\ln x)^2-b^2-2(x\ln x)}{b\ln x}\le0$

$x\ln x=t;$

$x\in(0;1)\cup(1;+\infty)$

$t(x)=x\ln x;\ t'(x)=\ln x+x\cdot\frac1x=\ln x+1=0;\ x=\frac1e$

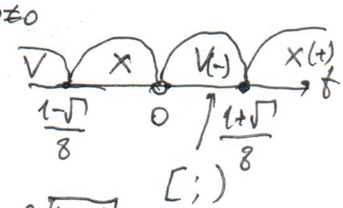




$\frac{8t^2-2t-b^2}{b\ln x}\le0$ $\quad \ln x\sim x\ln x=t$

$t=\frac{1\pm\sqrt{1+8b^2}}{8};\ b\ne0$

$\frac{8t^2-2t-b^2}{bt}\le0;$



$\Rightarrow b>0$

$\frac{1-\sqrt{1+8b^2}}{8}=-\frac1e\Rightarrow$ ~~$e-e\sqrt{1+8b^2}$~~

$\sqrt{1+8b^2}=1-\left(-\frac8e\right)=1+\frac8e;\ 1+8b^2=1+\frac{16}{e}+\frac{64}{e^2}$

$b^2=\frac2e+\frac{8}{e^2};\ b=\frac1e\sqrt{2e+8}=\ln a;\ a=e^{\frac1e\sqrt{2e+8}}$

Чистовик

Задача 1.

$$\sqrt{3(1-ctg^2x)}=2\sqrt{2}\cos x \iff \begin{cases} 2\sqrt{2}\cos x \geq 0 \\ 3(1-ctg^2x)=8\cos^2 x \end{cases} \iff \begin{cases} \cos x \geq 0 \\ (1)\ 3\left(1-\frac{\cos^2 x}{1-\cos^2 x}\right)=8\cos^2 x \end{cases}$$

(1) $\cos^2 x = t \in [0;1]$; $3\left(1-\frac{t}{1-t}\right)=8t$; $3\cdot\frac{1-2t}{1-t}=8t$; $\frac{3(1-2t)-8t(1-t)}{1-t}=0$; $\frac{8t^2-14t+3}{1-t}=0$

$\frac{(4t-1)(2t-3)}{t-1}=0 \iff \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{4} \\ t=\frac{3}{2}>1 \end{array}\right. \Rightarrow t=\cos^2 x=\frac{1}{4}$; $\begin{cases} \cos^2 x=\frac{1}{4} \\ \cos x \geq 0 \end{cases} \iff \cos x=\frac{1}{2}$, $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$

Задача 2.

$X=\overline{abc}$ – 3-значное число, $a+b+c$ – его сумма цифр

$X\in A$: $\frac{\overline{abc}}{a+b+c} \vdots 9 \Rightarrow \overline{abc} \vdots 9 \Rightarrow 100a+10b+c=9(11a+b)+a+b+c \vdots 9 \Rightarrow a+b+c \vdots 9 \Rightarrow a+b+c=9n$

$\frac{\overline{abc}}{9n} \vdots 9 \Rightarrow \frac{\overline{abc}}{n} \vdots 81 \Rightarrow \overline{abc} \vdots 81$

Переберём 3-значные числа, делящиеся на 81:

1) $81\cdot2=162$, $\frac{162}{1+6+2}=18 \vdots 9 \Rightarrow 162\in A$
2) $81\cdot3=243$, $\frac{243}{2+4+3}=27 \vdots 9 \Rightarrow 243\in A$
3) $81\cdot4=324$, $\frac{324}{3+2+4}=36 \vdots 9 \Rightarrow 324\in A$
4) $81\cdot5=405$, $\frac{405}{4+0+5}=45 \vdots 9 \Rightarrow 405\in A$
5) $81\cdot6=486$, $\cancel{\frac{486}{4+8}}$ $\frac{486}{4+8+6}=27 \vdots 9 \Rightarrow 486\in A$
6) $81\cdot7=567$, $\frac{567}{5+6+7}\notin\mathbb{N} \Rightarrow 567\notin A$
7) $81\cdot8=648$, $\frac{648}{6+4+8}=36 \vdots 9 \Rightarrow 648\in A$
8) $81\cdot9=729$, $\frac{729}{7+2+9}\notin\mathbb{N} \Rightarrow 729\notin A$
9) $81\cdot10=810$, $\frac{810}{8+1+0}=90 \vdots 9 \Rightarrow 810\in A$
10) $81\cdot11=891$, $\frac{891}{8+9+1}\notin\mathbb{N} \Rightarrow 891\notin A$
11) $81\cdot12=972$, $\frac{972}{9+7+2}=54 \vdots 9 \Rightarrow 972\in A$
12) $k\geq13$: $81k>1000$ – не 3-значные

$B=\{$трёхзначные числа, входящие в $A\}=\{162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972\}$

Искомая сумма $S=243+486+810=1539$

Ответ: $\{162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972\}$, $S=1539$

Задача 3.

Ox, Oy, Oz – оси; $x,y,z\in\underbrace{\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5\}}_{=M}$ – 11 значений

$\triangle ABC$ – прямоуг. треуг. из условия, $\angle C=90°$, его ~~стороны~~ катеты паралл. 2 осям (БОО: $AC\parallel Ox$, $BC\parallel Oy$)

$\Rightarrow (ABC)\parallel(Oxy) \Rightarrow \triangle ABC$ лежит в одной из плоскостей $z=z_0$, где $z_0\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5\}$

– в каждой из 11 плоскостей равное кол-во искомых треугольников; рассмотрим пл-ть $z=0$:

Тогда $C(x_C, y_C, 0)$, $A(x_A, y_C, 0)$, $B(x_C, y_B, 0)$, где $x_C, y_C, x_A, y_B\in M$, $x_A\neq x_C$, $y_B\neq y_C$

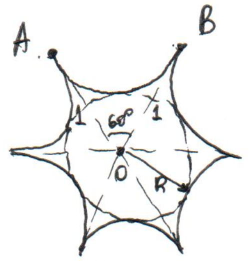
C можно выбрать $11\cdot11=121$ способами ($x_C\in M$, $y_C\in M$), A – $11-1=10$ способами ($x_A\in M$, $x_A\neq x_C$),

B – $11-1=10$ способами ($y_B\in M$, $y_B\neq y_C$) – $121\cdot10^2=12100$ способов выбрать $\triangle ABC$ в пл-ти $z=0$

Число способов выбрать $\triangle ABC$ в одной из плоскостей, паралл. Oxy – $12100\cdot11=133100$, такие же кол-ва способов выбрать $\triangle ABC$: $(ABC)\parallel Oxz$, $(ABC)\parallel Oyz \Rightarrow$ общее кол-во способов – $133100\cdot3=399300$

Ответ: 399300

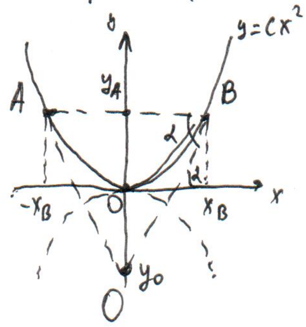
Чистовик. Задача 5.



$\angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$, $AO = OB \Rightarrow \triangle AOB$ – р/ст, $AB = 1 \Rightarrow AO = OB = 1$

Рассмотрим систему координат (Ck), в которой парабола с точками A и B задаётся ур-ем $y = Cx^2$

Серединный перпендикуляр к AB – ось симметрии „шестиугольника" $\Rightarrow$ ось симметрии параболы, содержащей A и B, на нём лежит O $\Rightarrow$ в (Ck) точка O лежит на оси параболы $y = Cx^2$ – прямой $x = 0$



$O(0; y_0)$

A и B симм отн. $x=0 \Rightarrow x_A = -x_B$, $y_A = y_B$

~~BO – кас. к параболе~~ $\cancel{y = Cx^2 \Rightarrow y'(x_B) = \frac{y_A - y_0}{x_B - 0} \Rightarrow 2Cx_B = \frac{y_A - y_0}{x_B - 0}}$

$AB = |x_B - (-x_B)| = 1 \Rightarrow |x_B| = \frac{1}{2}$, $x_B > 0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}$

α – угол наклона прямой OB, $\alpha = \angle ABO = 60^\circ \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}$

$y'(x_B) = 2Cx_B = \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow 2C \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow C = \sqrt{3}$

$y_A = Cx_B^2 = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_A - y_0}{x_B - 0} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} - y_0}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow y_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

R – радиус вписанной окружности – расстояние от точки O до параболы $y = Cx^2 \Rightarrow R = |y_0 - 0| = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{4}$

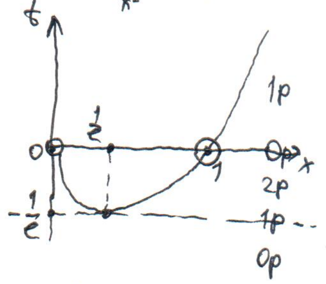
Задача 8

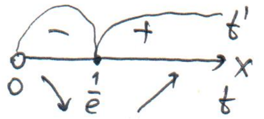
$8x^2 \log_a x - \log_x a - 2x \le 0$; $8x^2 \frac{\ln x}{\ln a} - \frac{\ln a}{\ln x} - 2x \le 0$; $\frac{8x^2 \ln^2 x - \ln^2 a - 2x \ln x}{\ln a \ln x} \le 0$

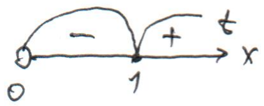
$x > 0, x \ne 1 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0$; $\frac{8(x\ln x)^2 - 2(x \ln x) - \ln^2 a}{\ln a \cdot (x \ln x)} \le 0$

$x \ln x = t$; $\ln a = b$: $\frac{8t^2 - 2t - b^2}{bt} \le 0 \Rightarrow t \ne 0$ (*)

$t = t(x) = x \ln x$: $t'(x) = \ln x + \frac{1}{x} \cdot x = \ln x + 1$; $t(1) = 0$, $\lim\limits_{x \to 0+0} t(x) = \lim\limits_{x \to 0+0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x \to 0+0} \frac{(\ln x)'}{(\frac{1}{x})'} = \lim\limits_{x \to 0+0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x \to 0+0} (-x) = 0$; $t'(x) = 0$: $\ln x + 1 = 0$, $\ln x = -1$, $x = \frac{1}{e}$, $t(\frac{1}{e}) = -\frac{1}{e}$







$\left(t(x) = 0 : x \ln x = 0 \ (x > 0) \right.$ ~~при~~ $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \ln x = 0 \end{array}\right. \quad x = 1 \Big)$

$* \Rightarrow t \ne 0 \Rightarrow x \ne 1$

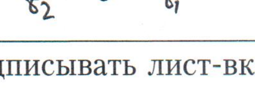
Кол-во решений ур-я $t = c$: см. график $t(x)$

$t(x) \searrow (0; \frac{1}{e})$, $t(x) \nearrow (\frac{1}{e}; 1), (1; +\infty)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} t(x) = +\infty$

$\frac{8t^2 - 2t - b^2}{bt} = f(t)$, $f(t) \le 0$: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $f(t) = 0$: (1) $\begin{cases} 8t^2 - 2t - b^2 = 0 \\ bt \ne 0 \Rightarrow b \ne 0, t \ne 0 \end{cases}$

$b \ne 0 \Rightarrow b^2 > 0$

(1) $\frac{D}{4} = 1^2 + 8b^2 = 8b^2 + 1 > \cancel{1} > 0$, $t = \frac{1 \pm \sqrt{8b^2+1}}{8}$; $t_1 = \frac{1 + \sqrt{8b^2+1}}{8} > 0$, $t_2 = \frac{1 - \sqrt{8b^2+1}}{8} < 0$

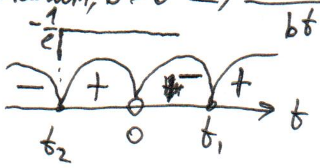


если $b < 0$: $t \ge t_1$ – решения, $\exists!\, x_1 : t(x_1) = t_1 \Rightarrow x \ge x_1$ – решение $\Rightarrow x \in [x_1; +\infty)$ – часть ответа W

61-86-26-28 (124.36)

Чистовик. Задача 8 (продолжение)

Значит, $b>0 \Rightarrow \frac{8t^2-2t-b^2}{bt}\le 0 \Leftrightarrow \frac{8t^2-2t-b^2}{t}\le 0$



$t\in(0;t_1]$ — решение, $t\in(t_2;0)$ — нерешение $\Rightarrow$

$\exists!\, x_1: f(x_1)=t_1$; $x\in(1;x_1]$ — часть решения (полуинтервал)

$\Rightarrow$ решения $t\le t_2$ должны давать в решении по x ровно 1 точку

если $t_2<-\frac{1}{e}$: $t\le t_2$ не дают решений по x ($f(x)\ge -\frac{1}{e}$)

если $t_2>-\frac{1}{e}$: $\exists!\, x_2<\frac{1}{e}: f(x_2)=t_2$, $\exists!\, x_3>\frac{1}{e}: f(x_3)=x_2 \Rightarrow x\in[x_2;x_3]$ — решения — не 1 точка

~~Значит,~~ если $t_2=-\frac{1}{e}$: $t\le t_2 \Leftrightarrow t=t_2$ (т.к. $f(x)\ge -\frac{1}{e}$) $\Leftrightarrow t=-\frac{1}{e} \Leftrightarrow x=\frac{1}{e}$ — 1 точка

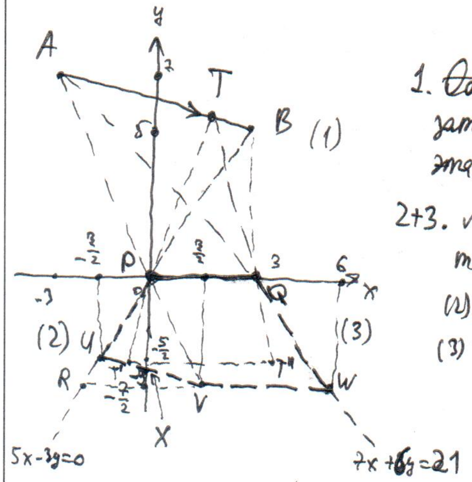
$\Rightarrow$ при $t_2=-\frac{1}{e}$: $x\in\{\frac{1}{e}\}\cup(1;x_1]$ — искомый вид решения

$t_2=-\frac{1}{e}$: $f(-\frac{1}{e})=0 \Rightarrow 8(-\frac{1}{e})^2-2(-\frac{1}{e})-b^2=0 \Rightarrow b^2=\frac{8}{e^2}+\frac{2}{e}$, $b>0 \Rightarrow b=\sqrt{\frac{8}{e^2}+\frac{2}{e}}$

$b=\ln a=\sqrt{\frac{8}{e^2}+\frac{2}{e}}=\frac{1}{e}\sqrt{2e+8} \Rightarrow a=e^{\frac{1}{e}\sqrt{2e+8}}$

Ответ: $a=e^{\frac{1}{e}\sqrt{2e+8}}$

Задача 6.



1. ~~Область $y>0$~~ Никакая точка области $y>0$ не может быть затенённой, т.к. AB лежит в $(y>0)$, а PQ — нет $\Rightarrow$ эта точка не может лежать между точкой $\in AB$ и точкой $\in PQ$

2+3. Аналогично, в областях (2) и (3) точки не могут быть затенёнными, т.к. ~~отрезки AB и PQ лежат по ра~~

(2): AB и (точка) лежат по одну сторону от $(5x-3y=0)$, а PQ — по другую

(3): AB и (точка) лежат по одну сторону от $(7x+6y=21)$, а PQ — по другую

V: $\overline{AV}=\frac{3}{2}\overline{AP}$, W: $\overline{AW}=\frac{2}{2}QW$, U: $\overline{BU}=\frac{3}{2}\overline{BP}$

Если светлячок в точке A: лучи AP и AQ пересекаются с пл-тью земли в V и W соотв. $\left(\frac{PV}{AV}=\frac{QW}{AW}=\frac{2}{6}\right)$

$\Rightarrow$ затенённая область — □$PQWV$

$\triangle UPV$ получается из $\triangle BPA$ гомотетией H с центром P и коэф. $k=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ если светлячок в точке $T\in AB$, луч TP пересечётся с плоскостью земли в точке T' ($\overrightarrow{PT'}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{PT}$), $T'\in UV$; ($T'=H(T)$)

$\Rightarrow$ отрезок PT' будет затенён. Если T изменяется от A до B, то каждая точка $\triangle UPV$ в какой-то момент будет затенена

$\Rightarrow$ затенённая область — □ $PQWVU$ (т.к. светлячок в положении T затеняет область $(PT'T''Q)\subset(UPQWV)$ $\Rightarrow$ никакие другие точки не могут быть затенены)

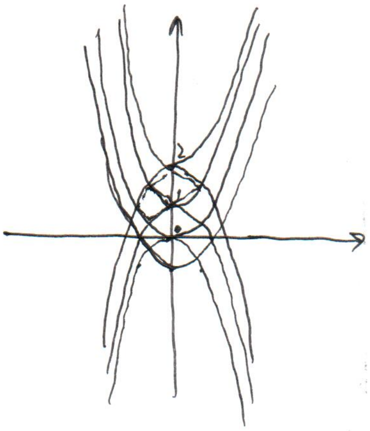
$S_0=S_{PQWVU}=S_{PQWV}+S_{PVX}+S_{PUX}$, $S_{PQWV}=\frac{7}{2}\cdot\frac{3+(6-\frac{3}{2})}{2}=\frac{7}{2}\cdot\frac{15}{4}=\frac{105}{8}$

$S_{PVX}=S_{PUX}$ (X — середина UV), $X(0;-3)$, $S_{PVX}+S_{PUX}=2S_{PVX}=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot 3=\frac{9}{2}$

$S_0=\frac{105}{8}+\frac{9}{2}=\frac{105+36}{8}=\frac{141}{8}$

Ответ: $\frac{141}{8}$

Задача 7



Точки пересечения парабол:

$\begin{cases} y = x^2+c_1 \\ y=-x^2+c_2\end{cases} \Rightarrow 2x^2 = c_2-c_1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{c_2-c_1}{2}}$ $(c_1, c_2\in\mathbb{Z},\ c_2\geq c_1)$

$y = x^2+c_1 = \frac{c_1+c_2}{2}$

$\Rightarrow y_{пересечение}$ — целые или полуцелые

Рассмотрим четырёхугольники:

тип 1: лежащие между парабол $y=c_1+x^2$ и $y=(c_1+1)-x^2$

— их пересечения: $y=c+x^2=c+1-x^2 \Rightarrow 2x^2=1 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt2},\ y=c+\frac12$

остальные 2 вершины: $(0;c)$ — перес. $y=c+x^2$ и $y=c-x^2$ и

$(0;c+1)$ — перес. $y=c+1+x^2$ и $y=c+1-x^2$

Площадь чет. $A(0;c),\ B(\frac{1}{\sqrt2}; c+\frac12),\ C(0;c+1),\ D(-\frac1{\sqrt2}; c+\frac12)$ $\quad S \overset{AC\perp BD}{=} \frac12 \cdot AC\cdot BD = \frac12\cdot1\cdot\sqrt2=\frac1{\sqrt2}$

тип 2: ограниченные параболами $y_1=c+x^2,\ y_2=c+1+x^2,\ y_3=d-x^2,\ y_4=d+1-x^2$

(A) $y_1\cap y_3$: $c+x^2=d-x^2=y$: $x^2=\frac{d-c}{2}$; $x=\pm\sqrt{\frac{d-c}{2}}$, $y=\frac{c+d}{2}$

(B) $y_1\cap y_4$: $c+x^2=d+1-x^2=y$: $x=\pm\sqrt{\frac{d+1-c}{2}},\ y=\frac{d+1+c}{2}$

(C) $y_2\cap y_3$: — // — $x=\pm\sqrt{\frac{d-c-1}{2}}$; $y=\frac{c+1+d}{2}$

(D) $y_2\cap y_4$: — // — $x=\pm\sqrt{\frac{d-c}{2}},\ y=\frac{d+1+c+1}{2}$

чет. ABDC (их 2: один при $x>0$, другой при $x<0$; рассмотрим при $x>0$ (они равные))

$AD\parallel Oy,\ BC\parallel Ox \Rightarrow AD\perp DC \Rightarrow S_{ABDC}=\frac12\cdot AD\cdot BC = \frac12\cdot 1\cdot\left(\sqrt{\frac{d-c+1}{2}}-\sqrt{\frac{d-c-1}{2}}\right) =$

$= \frac{1}{2\sqrt2}\cdot\frac{(d-c+1)-(d-c-1)}{\underbrace{\sqrt{d-c+1}}_{\geq 2}+\underbrace{\sqrt{d-c-1}}_{\geq 0}} \le \frac{1}{2\sqrt2}\cdot\frac{2}{\sqrt2}=\frac12$ (достигается при $d=c+1$)

Ответ: $\frac1{\sqrt2}$ (если тип 1 считается четырёхугольником по условию соответствует условию, иначе $\frac12$)