0 127759 880001

12-77-59-88
(124.3)

вых ед 13^36 – 13^40

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант ____________

Место проведения Москва
город

дешифр

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Тимофеевой Дарьи Антоновной
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» 03 2026 года

Подпись участника
Тим

 100 (сто)

12-77-59-88
(124,3)

ЧЕРНОВИК

$11 > 13,75$

$\times 3$

$\sqrt{6}(1-ctg^2x)=4\cos x$

$\sin^2 + \cos^2 = 1$

$\times 16 \cdot 25 = 80 + 32 = 400$

Теорема Виета для кубических уравнений:

7) S пра- -аВ

$\log_2 8 = 3$

$x_1+x_2+x_3 = -\frac{b}{a}$

$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\frac{c}{a}$

$x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}$

Задача 6

2м

A (-3,4) B (6,7)

(0,0)(3,0)

A

$0\le x\le 1,\ -1\le y\le 1$

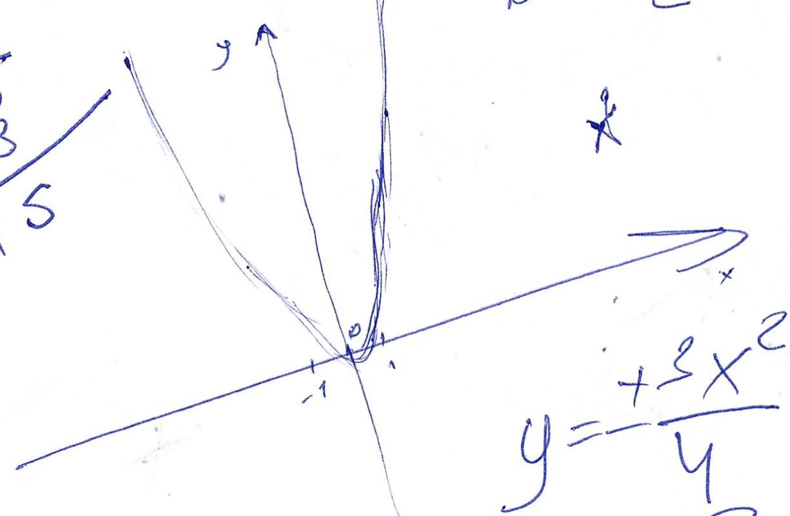
f

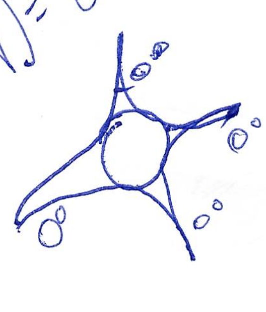
$y=\sin k\pi x$

$k\in\{11,13,15\}$

$\times 615 \cdot 3 = 1845$

$D=b^2-4ac$





$y=\frac{+3x^2}{4}$

гео-вос
2024 - мир

$C\in Z$

ЧЕРНОВИК

216 мм

297 мм

$-2105$

$4{,}5^2+5^2$

$-2105$
$25$

$2080$

A $(-3;4)$

B $(6;7)$

$\sin = \frac{\text{противолеж}}{\text{гип}}$

$\cos = \frac{\text{прил}}{\text{гип}}$

$tg = \frac{\text{противол}}{\text{прил}}$

$ctg = \frac{\text{прилеж}}{\text{прот}}$

$\pi R^2$

вершина

2 – прямоуг. треуг.

множество точек

$-1045 \,|\, 5$

$\sqrt{6(1-ctg^2 x)}$

$\cos x$

ФСУ:

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$\times 57$

$228 \,|\, 2$

$114$

12-77-59-88
(124.3)

ЧЕРНОВИК

Задача№1.

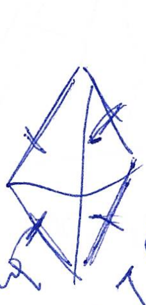
$\sqrt{6(1-ctg^2 x)} = 4\cos x$.

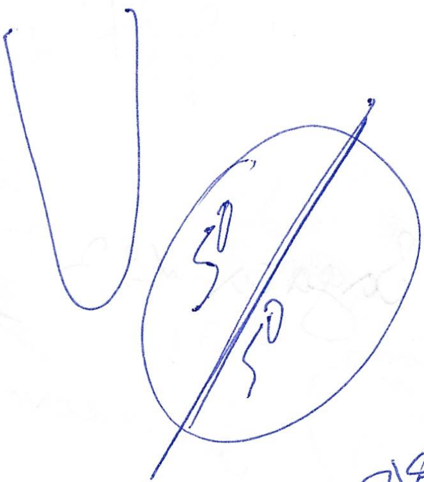
1. Избавимся от радикала путем возведения в корень

$\sqrt{x} = 2$

$(\sqrt{x})^2 = x$

ЧЕРНОВИК

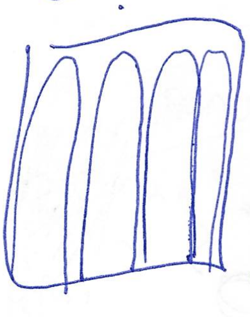




Задача №2.

A ∈ (1, 2, 3...)!

$S = a^4$



$3x^2 \log_a x \cdot \log_x a - 2x^0$

$3x^2 \log a \le 0$

~~Чистовик~~

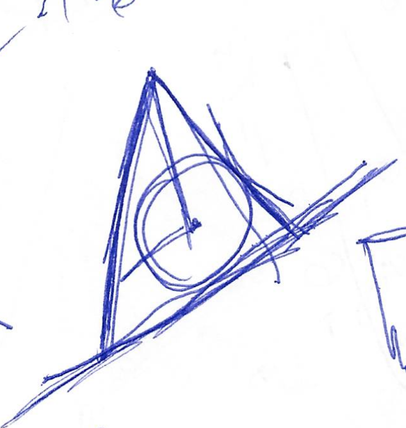
ЧЕРНОВИК

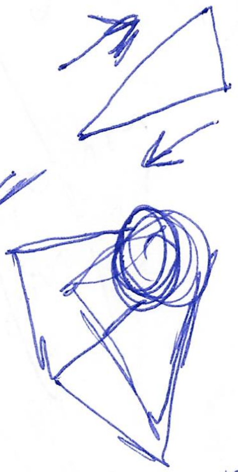
Задача №1

$\sqrt{6(1-ctg^2x)} = 4\cos x$

$ctg = \frac{прил.\angle}{гипот.}$ ; $\sqrt{6(1-ctg^2x} = \sqrt{4\cos x}$

$x^2+x-1=0$





$\sin x + ctg x = 1$

Задача №2

Дано:

A - множество

все натур.ч вх. $= \frac{цел.ч}{9}$

$- + - + -$

Найти: - все трехзначные числа по следнего сумма 1-го, 6-го и

Пятицветочек летай над озером

$652$

$3$

$35$

$75$

$102$

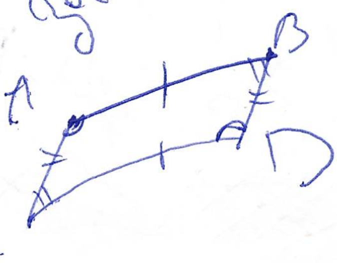
$326$

Задача №3

Пу [illegible]

$+\ 37$

$65$



Чистовик

Задача №1 $\cos x \geq 0$
$\sin x \neq 0$

$\sqrt{6(1-ctg^2 x)} = 4\cos x.$

~~ctg~~

$\sqrt{6(1-ctg^2 x)}$ ~~$\sqrt{4\cos x}$~~

$6-6ctg^2 x-16\cos^2 x=0$

$6-6\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}-16\cos^2 x=0$

$\cos^2 x=t$ $6(1-t)-6t-16t(1-t)=0$ $8t^2-14t+3=0$

$t=\frac{3}{2}\ \varnothing$

$t=\frac{1}{4}$

$\cos x=\pm\frac{1}{2}$

Ответ: $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,$
$n\in Z$

Задача №2

множество A

Найти:
1) все трёхзначные числа
2) сумму 1-го, 6-го, посл.

$n \vdots 81$

162
243
324
405
486
648
810
972

$$\begin{array}{r} 162 \\ +648 \\ \hline 810 \\ +972 \\ \hline 1782 \end{array}$$

Ответ: 1782

Чистовик

~~Ответ: 32 ... 884~~,

Задача №3

F - множество точек

(; ) F - целые числа $\leq |3|$

Найти: кол-во $\triangle$ вер $\in F$

$|x_j| \leq 3 \in Z \quad |y_j| \leq 3 \in Z$

Рассмотрим плоскость

$z=0$

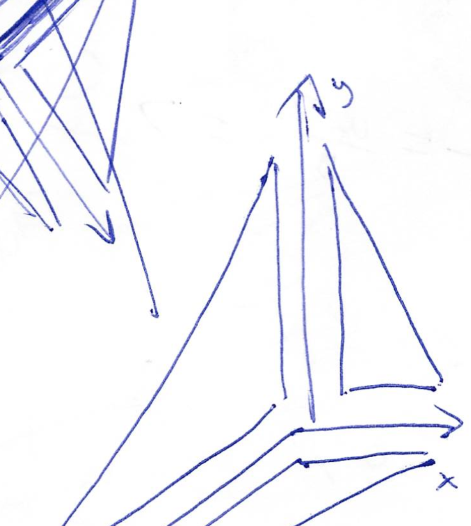
$(C_7^2)^2 = \left(\frac{7!}{2!\,5!}\right)^2 = \frac{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}\cdot6\cdot7}{\cancel{2\cdot1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}} = 21^2 = 441$

$B\ z=0: 441\cdot4 = 1600+164 = 1764$

Далее $= 1764\cdot7\cdot3 = 1764\cdot21 = 37044$

$$\begin{array}{r} \times 1764 \\ 21 \\ \hline + 1764 \\ 3528 \\ \hline 37044 \end{array}$$

Ответ: 37044



дешифр

листовик

Задача №4

$0 \le x \le 1, \ -1 \le y \le 1$

$y = \sin k\pi x$

$k \in \{11, 13, 15\}$

$\sin 11\pi x = \sin 13\pi x$

$\sin 13\pi x = \sin 15\pi x$

$\sin 11\pi x = \sin 15\pi x$

$2\cos(12\pi x)\sin(-\pi x) = 0$

$2\cos(14\pi x)\sin(-\pi x) = 0$

$2\cos(13\pi x)\sin(-2\pi x) = 0$

Тогда $n_{11,13} = 12$

$n_{11,15} = 13$

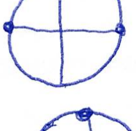
$n_{13,15} = 14$

$\sin k\pi x = 1 \quad x = \frac{4m+1}{2k}$

21 $\begin{cases} k = 11 \Rightarrow 6 \\ k = 13 \Rightarrow 7 \\ k = 15 \Rightarrow 8 \end{cases}$ $\sin k\pi x = -1$ аналогично вычисляем 17.

$\sin \delta = 0$

$\cos \beta = 0$



Ответ: 81

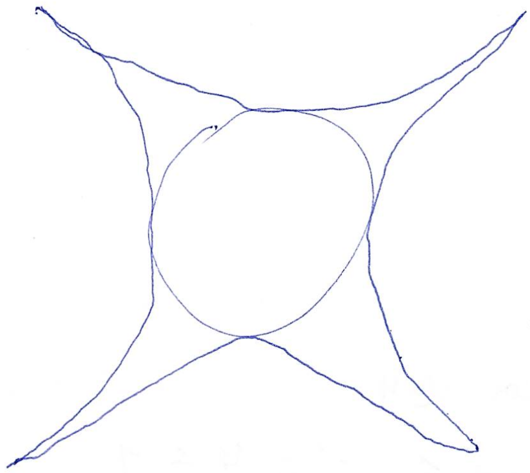
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик

Задача №5

$y = Cx^2$

Найти: $r$



Ответ: 5

Найти: $S$ - пустыры

Задача №6

$\cdot B$

$(6,7)$

A

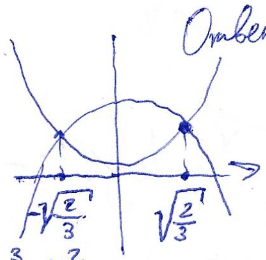
$(-3;4)$ т.г.м.

$(0,0)(3,0)$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

дешифр

листовик




Ответ: 215

Задача №7

$y = \pm \frac{3x^2}{4} + C$, где $C \in Z$

выс - 210 мм

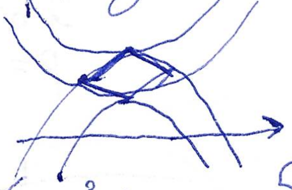
шир - 297 мм

$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x^2 \\ y = -\frac{3}{4}x^2 + C + 1 \end{cases}$

$\frac{3}{4}x^2 = -\frac{3}{4}x^2 + C + 1$

$\frac{3}{2}x^2 = C+1 \quad x^2 = \frac{2}{3}(C+1)$

$x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}(C+1)}$



$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x^2 + 1 \\ y = -\frac{3}{4}x^2 + C \end{cases}$

$\frac{3}{4}x^2 + 1 = -\frac{3}{4}x^2 + C$

$\frac{3}{2}x^2 = C - 1$

$x^2 = \frac{2}{3}(C-1)$

$x_2 = \sqrt{\frac{3}{2}(C-1)}$

$y = \frac{3}{4}x^2 \qquad y = 1 - \frac{3}{4}x^2$

$\frac{3}{4}x^2 = 1 - \frac{3}{4}x^2$

$\frac{3}{2}x^2 = 1 \quad x^2 = \frac{2}{3} \quad x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

$S_{р} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$ (Диагонали $\perp$-ны)

$x_1 - x_2 = \sqrt{\frac{2(C+1)}{3}} - \sqrt{\frac{2(C-1)}{3}}$ домножим на сопряжённое

$\frac{\frac{2(C+1)}{3} - \frac{2(C-1)}{3}}{\sqrt{\frac{2(C+1)}{3}} + \sqrt{\frac{2(C-1)}{3}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\sqrt{\frac{2(C+1)}{3}} + \sqrt{\frac{2(C-1)}{3}}} = f(C)$

$f(C)$ - функция убывающая

Значит, $S_{max} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

Ответ: $\sqrt{\frac{2}{3}}$

детшифр

чистовик

Ответ: 78

Задача №8

$3x^{2/\log_a x} - \log_x a - 2x \le p$

$\log_x a - \log_x b = \log_x \frac{a}{b}$

$3x^2 \log_a x - \log_x a - 2x \le 0$ $\quad x>0 \quad x \ne 1 \quad a>0 \quad a \ne 1$

Пусть $\log_x a = \frac{1}{t} \Rightarrow 3a^{2t} \cdot t - \frac{1}{t} - 2a^t \le 0$

При $t>0$ $\quad 3a^{2t} t^2 - 2a^t t - 1 \le 0$

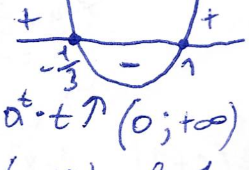
При $t<0$ $\quad 3a^{2t} \cdot t^2 - 2a^t \cdot t - 1 \ge 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^t \cdot t = p \Rightarrow 3p^2 - 2p - 1 = 0$

$p = \frac{2 \pm 4}{6}$ $\nearrow 1$ $\searrow -\frac{1}{3}$

$a^t \cdot t = 1$

$a^t \cdot t = -\frac{1}{3}$




$a^t \cdot t \uparrow (0; +\infty)$

$(-\infty; 0)$ min в $-\frac{1}{\ln a}$ равен $-\frac{1}{e \ln a}$

$e \ln a = 3$ $\quad \exists!$ корень

и подходит $e^{3/e}$

Ответ: $e^{3/e}$

дешифр

Ответ: 10