0 244696 110005

24-46-96-11

(123.20)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Тиоры Симона Ильича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

65 (Шестьдесят пять) ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

~~Нет~~

24-46-96-11 (123.20)

Черновик

a, b, c $abc + 2(ab+bc+ac) + 4(a+b+c) = 2026$

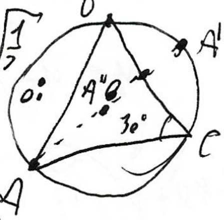
$\downarrow$ min

$6+2(2+3+6)+4\cdot 6 = 6+22+24$

$a > 0$

$a^{2026} = \frac{1}{2}$

$2 = \frac{1}{a^{2026}}$ $a = \sqrt[2026]{\frac{1}{2}}$



1) $a = 1$ — нельзя $\log_a 2 + \log_a a = \log_a 2a$

2) $a > 1$, то $a^{2x} - 3a^{x+1} + 2a^2 \geq 0$

$\log_a 2 + 1 = -2025$

$a^{2x} - 3a \cdot a^x + 2a \cdot a \geq 0$

$\log_a 2 = -2026$

$a^{2x-2} - 3a^{x-1} + 2 \geq 0$

~~$a^{x-1}(a^{x-1} - 3) + 2 \geq 0$~~

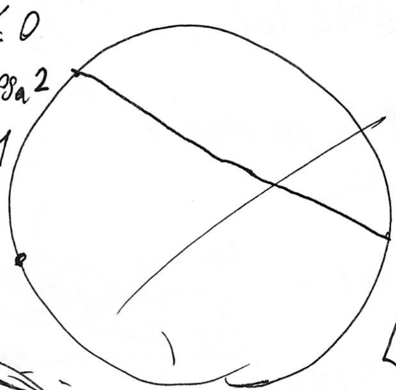
$2 = a^{-2026}$ $a^{2x-2} + 2 \geq 3a^{x-1}$

$t = a^{x-1}$

$x - 1 \leq 0$

$x - 1 \geq \log_a 2$

$\begin{cases} 0 \leq 1-x \\ 1-x \leq -\log_a 2 \end{cases}$ $\log_a 2 + 1 \leq x \leq 1$

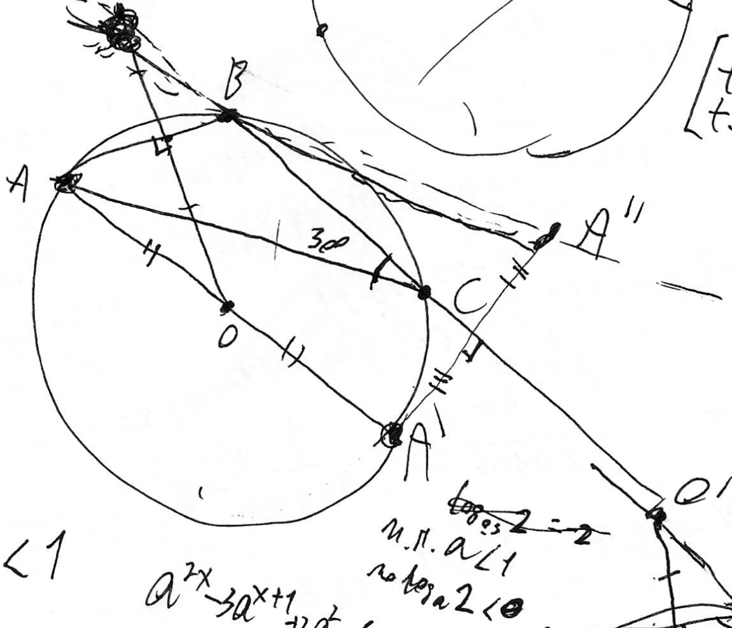


$t^2 - 3t + 2 \geq 0$

$D = 9 - 8 = 1$

$t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2}$, $t_1 = 2$, $t_2 = 1$

$\left[\begin{array}{l} t \geq 2 \\ t \leq 1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} a^{x-1} \geq 2 \\ a^{x-1} \leq 1 \end{array}\right.$



$90° - \alpha + 60° =$

$a^{x-1} \leq a^0$

$180° - 2\alpha + \alpha =$

$= \alpha - 60°$

$x - 1 \leq 0$

$x \leq 1$

$a^{-2000} - 3a^{-999} + 2a^2$

$\frac{1}{a^{2000}} - \frac{3}{a^{999}} + 2a^2$

~~$\log_{0.5} 2 = -2$~~

т.к. $a < 1$

то $\log_a 2 < 0$

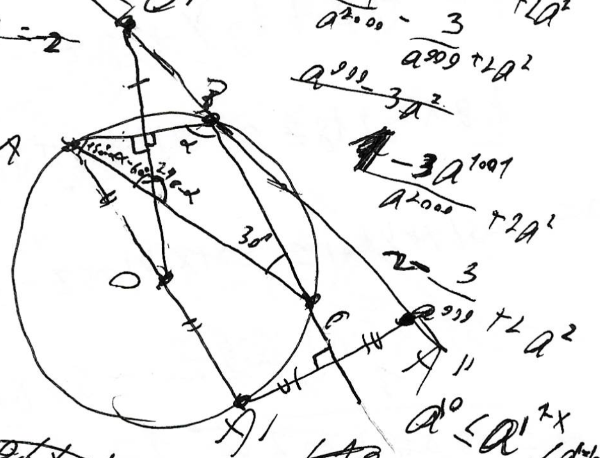
~~$a^{999} - 3a^2$~~

2) $a < 1$

$a^{2x} - 3a^{x+1} + 2a^2 \leq 0$

$\frac{1 - 3a^{1001}}{a^{2000}} + 2a^2$

$a^{2x-2} - 3a^{x-1} + 2 \leq 0$



$t^2 - 3t + 2 \leq 0$

$\frac{2 - 3}{a^{999}} + 2a^2$

$\left[\begin{array}{l} t \leq 2 \\ t \geq 1 \end{array}\right.$ $1 \leq a^{x-1} \leq 2$

$a^0 \leq a^{1-x} \leq a^{-\log_a 2}$

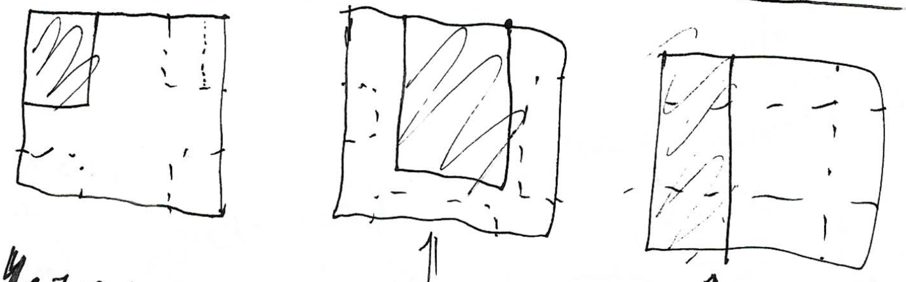
$a^0 \leq a^{x-1} \leq a^{\log_a 2}$

~~$0 \leq x - 1 \leq \log_a 2$~~

$0 \leq 1 - x \leq -\log_a 2$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик

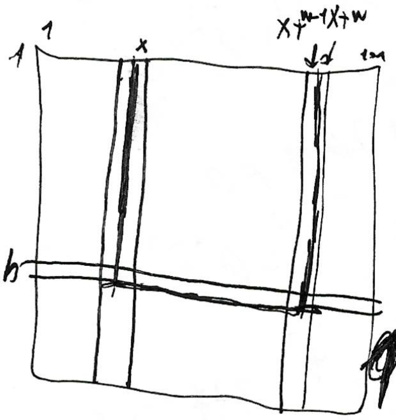


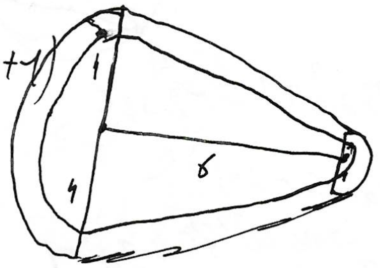
пит 4·100·100 способов

пит 400 способов

$4\cdot 100\cdot(101\cdot 49+1)$

строки h





$x+w \le 101$

$1 \le w \le 101-x$

$101-x$ для каждого x

$101-100=1$

$\sum_{x=2}^{100} 101-x = 99\cdot 101-\sum_{x=2}^{100} x =$

$=99\cdot 101-\left(\sum_{x=1}^{100} x\right)+1 =$

$= 99\cdot 101 - \frac{100\cdot 101}{2}+1 = 101\cdot 49+1 \overset{?}{=} 50\cdot 99$

$50\cdot 2+1+50\cdot 99=$

$=50\cdot 101+1=$

$=$

$(100+1)(50-1)=100\cdot 50+50-100\cdot 1 =$

$= \cancel{50\cdot 99-49}$

$100\cdot 50-50=50\cdot 99$

$=100\cdot 49+49=$

$=101\cdot 49$

$\sin(x+y+z)=\sin(x+y)\cos z+\cos(x+y)\sin z$

$= \sin x\cos y\cos z+\cos x\sin y\cos z+\cos x\cos y\sin z-$

$-\sin x\sin y\sin z$

$\times\frac{1010}{5}$
$\overline{5050}$

$\cancel{505}$

$\times\frac{5051^2}{400}$
$\overline{2020400}$

$\frac{1}{\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\operatorname{tg}z}=\frac{1}{\operatorname{tg}z}+\frac{1}{\operatorname{tg}x}+\frac{1}{\operatorname{tg}y}$

$1=\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y+\operatorname{tg}z-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\operatorname{tg}z$

$\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\operatorname{tg}z=\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y+\operatorname{tg}z-1$

$0=\cos(x+y+z)=\cos(x+y)\cos z-\sin(x+y)\sin z=\cos x\cos y\cos z-$

$-\sin x\sin y\cos z-\sin x\cos y\sin z-\cos x\sin y\sin z \quad /:\sin$

$0=\frac{1}{\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y\operatorname{tg}z}-\frac{1}{\operatorname{tg}z}-\frac{1}{\operatorname{tg}y}-\frac{1}{\operatorname{tg}x}$

24-46-96-11 (123,20)

черновик

$$\frac{d\left(\operatorname{tg}x\,\operatorname{tg}y\,\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x-y\right)\right)}{dx} =$$

$$\operatorname{tg}'_x = \frac{\sin'_x\cos_x-\cos'_x\sin_x}{\cos^2x} = \frac{\cos^2_x+\sin^2_x}{\cos^2_x} = \frac{1}{\cos^2x}$$

$$= \frac{\operatorname{tg}y\,\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x-y\right)}{\cos^2x} + \operatorname{tg}x\left(\operatorname{tg}y\cdot\frac{-1}{\cos^2x}\right) =$$

$$= \operatorname{tg}y\,\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x-y\right)$$

$$\operatorname{tg}30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ $\quad -\sin^2\alpha = -1+\cos^2$

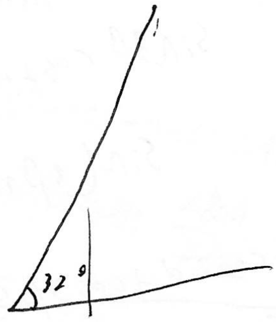
$2\cos^2\alpha-1$

$$\operatorname{tg}x\,\operatorname{tg}y\,\operatorname{tg}z < \left(\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y+\operatorname{tg}z}{3}\right)^3$$

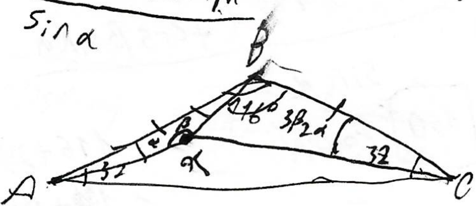
$$\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y+\operatorname{tg}z-1 < \left(\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y+\operatorname{tg}z}{27}\right)^3$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sin87\cos2\alpha+\cos87\sin2\alpha}{\sin2\alpha}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sin61\cos\alpha+\cos61\sin\alpha}{\sin\alpha}$$



$180-64 = 120-4 = 116$



$$\beta = \frac{116^\circ}{4} = 29^\circ$$

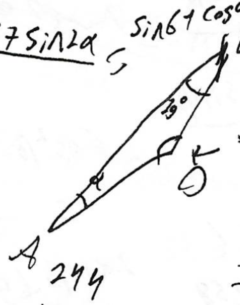
$$\frac{\sin87\cos2\alpha+\cos87\sin2\alpha}{2\cos\alpha} = \sin61\cos\alpha+\cos61\sin\alpha$$

$180^\circ-29^\circ = 151^\circ$

$\sin 90^\circ-\alpha = \sin 90^\circ-\alpha$

$151-90 = 61$

~~$\sin87(2\cos^2\alpha-1)$~~



$151^\circ-\alpha$

$$\boxed{\frac{151^\circ-\alpha}{\alpha}}$$

~~116~~ $\quad 29\cdot3 = 87$

$+29$

244

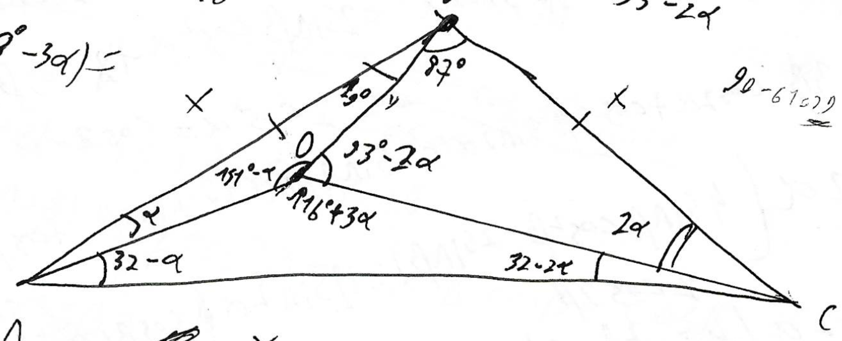
$$\begin{array}{r}360\\-244\\\hline 116\end{array}$$

$180^\circ-87^\circ-2\alpha =$

$= 93^\circ-2\alpha$

$360^\circ-(151^\circ+93^\circ-3\alpha) =$

$= 116^\circ+3\alpha$



$90-61 = 29$

$$\frac{y}{\sin\alpha} = \frac{x}{\sin61\cos\alpha+\cos61\sin\alpha}$$

$$\frac{y}{\sin\alpha} = \frac{x}{\sin(\cancel{151^\circ-\alpha})}$$

$$\frac{x}{\sin(93^\circ-2\alpha)} = \frac{y}{\sin2\alpha} \qquad \frac{x}{\sin87\cos2\alpha+\cos87\sin2\alpha} = \frac{y}{\sin2\alpha}$$

Черновик

$29=\beta;\ 87=3\beta$

$\sin 87\,(2\cos^2\alpha-1)+\cos 87\sin 2\alpha = 2\sin 29\cos^2\alpha+\cos 29\sin 2\alpha$

$\sin 3\beta = \sin(2\beta+\beta) = \sin 2\beta\cos\beta+\cos 2\beta\sin\beta =$

$= 2\sin\beta\cos^2\beta+(2\cos^2\beta-1)\sin\beta =$

$= \sin\beta(2\cos^2\beta+2\cos^2\beta-1) = 4\sin\beta\cos^2\beta-\sin\beta$

$\cos 3\beta = \cos(2\beta+\beta) = \cos 2\beta\cos\beta-\sin 2\beta\sin\beta = (2\cos^2\beta-1)\cos\beta-2\sin^2\beta\cos\beta =$

$= \cos\beta(2\cos^2\beta-2\sin^2\beta-1)$

$(4\sin 29\cos^2 29-\sin 29)(2\cos^2\alpha-1)+\cos 29(2\cos^2 29-2\sin^2 29-1)\sin 2\alpha =$

$= \sin 3\beta\cos 2\alpha+\cos 3\beta\sin 2\alpha = 2\sin\beta\cos^2\alpha+\cos\beta\sin 2\alpha$

$\sin(3\beta+2\alpha) =$

$\dfrac{\sin 3\beta\cos 2\alpha+\cos 3\beta\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \dfrac{\sin\beta\cos\alpha+\cos\beta\sin\alpha}{}$

$\dfrac{\sin(3\beta+2\alpha)}{\cancel{\sin 2\alpha}\ 2\cos\alpha} = \dfrac{\sin(\beta+\alpha)}{\cancel{\sin\alpha}}$

$\boxed{150}$ $\sin\alpha$ -олень

$116+29=$

$= \cancel{14+15=15}$

$\cancel{29}$

$29+7=$

$\dfrac{\sin(3\beta+2\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} = 2\cos\alpha$

$\sin(2\gamma+\beta)$

$2\cos\gamma$

$= \dfrac{\cancel{\sin 2\gamma}\cos\beta+\cos 2\gamma\sin\beta}{\cancel{\sin\gamma}\quad\sin\gamma}$

$\dfrac{\pi-\beta-\alpha}{\alpha} = ?$

γ^4

$\dfrac{\sin(87+2\alpha)}{\sin(29+\alpha)} = 2\cos\alpha$

$\cos^2\beta-\sin^2\beta-\cos^2\beta-\sin^2\beta =$

$= -2\sin^2\beta$

$2\alpha \leq 32$

$2\beta = 58$

$2\alpha+2\beta \leq 90$

$2\alpha+58^\circ = 60^\circ$

$\alpha = 1^\circ$

$\sin 3\beta\cos 2\alpha+\cos 3\beta\sin 2\alpha = 2\sin\beta\cos^2\alpha+\cancel{2}\cos\beta\ \sin 2\alpha\ \cancel{\sin\alpha\cos\alpha}$

$\sin 3\beta\cos 2\alpha+\cos 3\beta\sin 2\alpha = \sin\beta\cos 2\alpha+\sin\beta+\cos\beta\sin 2\alpha$

$\cancel{co}\ 2\cos^2\alpha = \cos 2\alpha+1$

$\cos 2\alpha\,(4\sin\beta\cos^2\beta-2\sin\beta)+2\sin 2\alpha\cos\beta(\cancel{\cos^2\beta-\sin^2\beta-1}) = \sin\beta$

$2\cos 2\beta \qquad -2\sin^2\beta$

$\cos 2\alpha\,(\cancel{4\cos^2\beta-2})+2\sin 2\alpha\ \cancel{\cos\beta\cdot(-2\sin\beta)}\ (-\sin 2\beta) = 1$

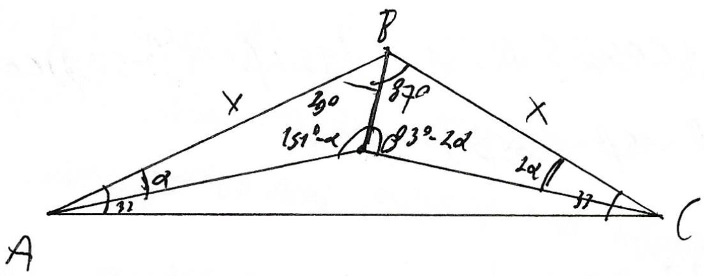
$\cos 2\alpha\cos 2\beta - \sin 2\alpha\sin 2\beta = \frac{1}{2}$

$\cos(2\alpha+2\beta) = \frac{1}{2}$ $\quad 2\alpha+2\beta = 60^\circ$

Чистовик

№6

2



Найдём угол $\angle B$, он равен $180° - 2\cdot 32° = 116°$

пусть $\angle ABO = \beta$, тогда $\angle OBC = 3\beta$, и $4\beta = 116° \Rightarrow \beta = 29°$, $\angle ABO = 29°$, $\angle OBC = 87°$

пусть $\angle BAO = \alpha$, тогда $\angle BCO = 2\alpha$. $\angle AOB = 180° - \alpha - 29° = 151° - \alpha$

$\angle BOC = 180° - 87° - 2\alpha = 93° - 2\alpha$. Нас интересует $\frac{\angle BOA}{\angle BAO} = \frac{151° - \alpha}{\alpha}$

~~т.к. треуг. ра~~ т.к. $\angle A = \angle C \Rightarrow AB = BC = x$

Запишем т. синусов для ΔABO и ΔBOC:

$\frac{OB}{\sin\alpha} = \frac{x}{\sin(151° - \alpha)}$; $\frac{OB}{\sin 2\alpha} = \frac{x}{\sin(93° - 2\alpha)}$, после преобразования получаем:

$$\frac{x}{OB} = \frac{\sin 151° \cos\alpha - \cos 151° \sin\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin 93° \cos 2\alpha - \cos 93° \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha};$$

$\underbrace{\sin 151°}_{} = \underbrace{\sin 29°}_{\sin\beta}$; $-\cos 151° = \underbrace{\cos 29°}_{\cos\beta}$; $\sin 93° = \underbrace{\sin 87°}_{\sin 3\beta}$; $-\cos 93° = \underbrace{\cos 87°}_{\cos 3\beta}$

$$\frac{\sin\beta\cos\alpha + \cos\beta\sin\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin 3\beta\cos 2\alpha + \cos 3\beta \sin 2\alpha}{2\cos\alpha}$$

$\sin 3\beta = \sin(2\beta + \beta) = 4\sin\beta\cos^2\beta - \sin\beta$

$\cos 3\beta = \cos(2\beta + \beta) = 2\cos^3\beta - 2\sin^2\beta\cos\beta - \cos\beta$

$2\sin\beta \cos^2\alpha + \cos\beta\sin 2\alpha = (4\sin\beta\cos^2\beta - \sin\beta)\cdot\cos 2\alpha + (2\cos^3\beta - 2\sin^2\beta\cos\beta - \cos\beta)\cdot\sin 2\alpha$

$2\cos^2\alpha = \cos 2\alpha + 1$

Чистовик | №1 продолжение

$\sin\beta\cos2\alpha+\sin\beta+\cos\beta\sin2\alpha=(4\sin\beta\cos^2\beta-\sin\beta)\cos2\alpha+$
$+(2\cos^3\beta-2\sin^2\beta\cos\beta-\cos\beta)\cdot\sin2\alpha$

$\cos2\alpha(4\sin\beta\cos^2\beta-2\sin\beta)+\sin2\alpha\underbrace{(2\cos^3\beta-2\sin^2\beta\cos\beta-2\cos\beta)}_{(1)}=$
$=\sin\beta \; |:\sin\beta\neq0$

$(1)=2\cos\beta(\cos^2\beta-\sin^2\beta-1)=$
$=-2\cos\beta\cdot2\sin^2\beta$

$2\cos2\alpha\underbrace{(2\cos^2\beta-1)}_{\cos2\beta}-2\sin2\alpha\cdot\underbrace{(2\cos\beta\sin\beta)}_{\sin2\beta}=1\;|:2$

$\cos2\alpha\cos2\beta-\sin2\alpha\sin2\beta=\frac{1}{2}$

$\cos(2\alpha+2\beta)=\frac{1}{2}$; т.к. $2\alpha\le32°$, $2\beta=58°$, то $2\alpha+2\beta\le90°$, и

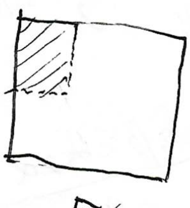
$2\alpha+2\beta=\arccos\frac{1}{2}=60°$ $2\alpha+58°=60°$ $\alpha=1°$

$\frac{151°-\alpha}{\alpha}=\frac{151°-1°}{1°}=150$ Ответ: $\frac{\angle BOA}{\angle BAO}=150$

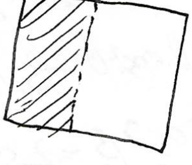
№2

Все возможные вырезы относятся к одному из 3 случаев:

1) вырезан уголок:



2) квадрат разрезан целиком:



3) вырезан прямоугольник на стороне:

Способов для 1-го случая: $S_1=4\cdot100\cdot100$, т.к. есть 4 угла, и для каждого ширина и высота уголка выбирается от 1 до 100 (101 быть не может, т.к. это уже второй случай)

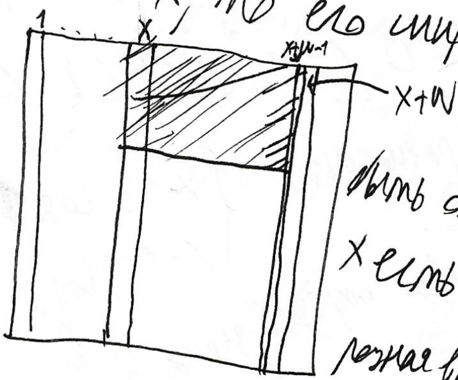
Чистовик

№2 продолжение

Способов для 2го случая: $S_2 = 4\cdot 100$, т.к. есть 4 стороны и для каждой ширина отрезанного прямоугольника от 1 до 100 (101 быть не может, т.к. прямоугольник должен быть меньше, чем квадрат)

Способы для случая 3: есть 4 стороны. обозначим на ней клетки как 1, 2, …, 101. Если номер самой левой клетки выре-
заново прямоугольника x, то его ширина $w \le 101-x$ (т.к. конечно же $w \geq 1$)

Если толщина выдел больше, то ~~снизу~~ прямоугольник уже задевается.



При этом x может быть от 2 до 100, для каждого x есть $100\cdot(101-x)$ вариантов.

↑ разная высота

↑ разная ширина

тогда $S_3 = 4\sum\limits_{x=2}^{100} 100(101-x) = 400\sum\limits_{x=1}^{99} 100-x = 400\left(100\cdot 99 - \sum\limits_{x=1}^{99} x\right) =$

$= 400\left(100\cdot 99 - \frac{100\cdot 99}{2}\right) = 400\cdot\frac{100\cdot 99}{2} = 400\cdot 50\cdot 99$

тогда всего способов $S = S_1 + S_2 + S_3 = 400(100+1+50\cdot 99) =$

$= 400\cdot 5051 = 2020400$ Ответ: 2020400

№4

нер-во имеет смысл при $a > 0$ и $a \neq 1$

Рассм. 2 случая: 1) $a > 1$, тогда знаменатель > 0 и нер-во равносильно

$a^{2x} - 3a^{x+1} + 2a^2 \geq 0 \;\Big|: a^2 > 0 \quad a^{2x-2} - 3a^{x-1} + 2 \geq 0$

Замена: $t = a^{x-1}$, $t^2 - 3t + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 2 \\ t \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^{x-1} \geq 2 \\ a^{x-1} \leq 1 \end{array}\right.$; ~~при~~

$D = 9-8 = 1$, $t_{1,2} = \frac{3\pm 1}{2}$,

Чистовик

N 4 продолжение

при $a>1$ это эквивалентно $\left[\begin{array}{l} x-1 \geq \log_a 2 \\ x-1 \leq 0 \end{array}\right.$, решения не образуют отрезок длины 2026, не подходит.

2) $a<1$, знаменатель $\log_2 a < 0$, нер-во равносильно

$a^{2x}-3a^{x+1}+2a^2 \leq 0 \,|\, : a^2 > 0$ $\quad a^{2x-2}-3a^{x-1}+2 \leq 0$,

$t = a^{x-1}$ $\quad t^2-3t+2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq a^{x-1} \leq 2$

т.к. $a<1$, то это равносильно $\left\{\begin{array}{l} x-1 \leq \log_a 1 \\ x-1 \geq \log_a 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \leq 1 \\ x \geq \log_a 2+1 \end{array}\right.$

Чтобы решения образовывали отрезок длины 2026, должно выполнить а условие

$\log_a 2+1+2026=1 \Leftrightarrow \log_a 2=-2026 \Leftrightarrow 2=a^{-2026} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}=a^{2026} \Leftrightarrow a=\sqrt[2026]{\frac{1}{2}}$ $\quad$ Ответ: $a=\sqrt[2026]{\frac{1}{2}}$

N 7.

Рассмотрим движение точки, когда подает права. Когда кисточка движется по прямой, эта точка тоже движется по прямой и проходит то же расстояние. Когда кисточка движется по окружности, точка ~~тоже~~ тоже движется по окружности, с радиусом на 1,5 меньше, чем у кисточки, то есть если кисточка движется по окр. радиусом ~~радиусу~~ r, то $r'=|r-1{,}5|$ и проходит ~~такое же~~ по дуге с той же угловой величиной. тогда пусть путь кисточки — это $\alpha_1 r_1+l_1+\alpha_2 r_2+l_2$, тогда путь точки — это $S=\alpha_1|r_1-1{,}5|+l_1+\alpha|r_2-1{,}5|+l_2$, в силу симметрии,

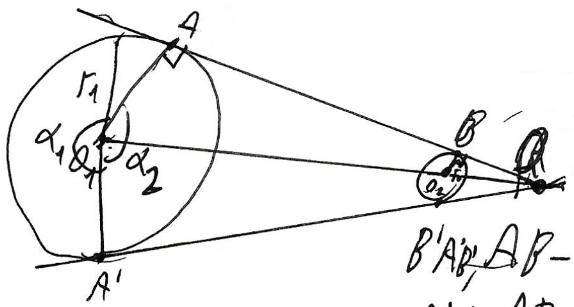
Чистовик

№7 продолжение

$r_1 = 4,\ r_2 = 1$

$l_1 = l_2,\quad S = \alpha_1 \cdot 2{,}5 + 2l_1 + \alpha_2 \cdot 0{,}5$, при этом, $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi$

~~чтобы~~ теперь найдём l_1 и α_1.



$O_1O_2 = 6$

$r_1 = 4$

$r_2 = 1$

$B'A'$, AB – общая внеш. касательная

$A'B' = AB = l_1$. Пусть AB и $A'B'$ пересек. в точке P, через неё же проходит и O_1O_2 (в силу симметрии)

из подобия: $\frac{BQ}{r_1} = \frac{AQ}{r_2}$; $\frac{O_1P}{r_1} = \frac{O_2P}{r_2}$

из прямоуг. треуг. и Т. Пифагора: $O_1P^2 = r_1^2 + AP^2 =$

$= r_1^2 + \frac{r_2^2 BP^2}{r_1^2}$, $BP^2 = QO_2^2 - r_1^2$

$O_1P^2 = r_1^2 + \frac{r_2^2 (PO_2^2 - r_1^2)}{r_1^2} = r_1^2 + O_2P^2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - r_2^2$

$O_1P^2 = 16 + O_2P^2 \cdot 16 - 1 \qquad O_1P = O_1O_2 + O_2P$

$\cancel{36}^{20} + 2O_2P + \cancel{O_2P^2} = \cancel{16} + \cancel{16O_2P^2}^{15O_2P^2} - 1$

$15O_2P^2 - 2O_2P - 21 = 0 \qquad D = 4 + 4 \cdot 15 \cdot 21 = 1260$

$O_2P = \frac{2 + \sqrt{1260}}{30}$

$AB = \cancel{AP} - BP = \left(\frac{r_1}{r_2} - 1\right)BP$; $\quad BP = \sqrt{O_2P^2 - r_1^2} = \sqrt{\left(\frac{2 + \sqrt{1260}}{30}\right)^2 - 1}$

$l_1 = AB = 3BP = 3\sqrt{\left(\frac{1 + 3\sqrt{35}}{15}\right)^2 - 1}$

Чистовик

N7 продолжение

$$L_1 = \frac{3}{15}\sqrt{(1+3\sqrt{35})^2-15^2} = \frac{1}{5}\sqrt{1+6\sqrt{35}+9\cdot 35-225} = \frac{1}{5}\sqrt{91+6\sqrt{35}}$$

$$tg\frac{\alpha_2}{2} = \frac{AP}{r_1}; \quad AP = \frac{AB}{1-\frac{r_2}{r_1}} = \frac{r_1\cdot AB}{r_1-r_2}$$

$$tg\frac{\alpha_2}{2} = \frac{AB}{r_1-r_2} = \frac{\sqrt{91+6\sqrt{35}}}{15}$$

$$\alpha_2 = 2arctg\left(\frac{\sqrt{91+6\sqrt{35}}}{15}\right)$$

$$\alpha_1 = 2\pi - 2arctg\left(\frac{\sqrt{91+6\sqrt{35}}}{15}\right)$$

$$S = 5\pi - 5\,arctg\left(\frac{\sqrt{91+6\sqrt{35}}}{15}\right) + \frac{2}{5}\sqrt{91+6\sqrt{35}} + arctg\left(\frac{\sqrt{91+6\sqrt{35}}}{15}\right) =$$

$$= \boxed{5\pi - 4arctg\left(\frac{\sqrt{91+6\sqrt{35}}}{15}\right) + \frac{2}{5}\sqrt{91+6\sqrt{35}}} \leftarrow \text{Ответ}$$

N1

Прямоугольная фигура - это прямоуг. параллелепипед, пусть длина, ширина и высота - это a, b, c. тогда:

$$abc + 2(ab+ac+bc) + 4(a+b+c) = 2026$$

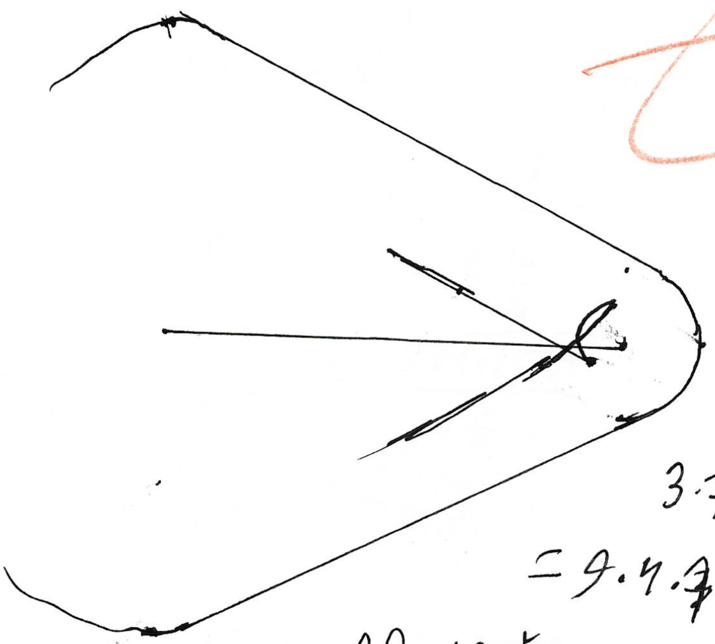
N5

$$1 = \sin(x+y+z) = \sin(x+y)\cos z + \cos(x+y)\sin z) = \sin x\cos \cancel{y}\cos z$$
$$+ \cos x\sin y\cos z + \cos x\cos y\sin z - \sin x\sin y\sin z$$

$$0 = \cos(x+y+z) = \cos x\cos y\cos z - \sin x\sin y\cos z -$$
$$- \sin \cancel{x}\cos y\sin z - \cos x\sin y\sin z \;|: \sin x\sin y\sin z$$

$$0 = \frac{1}{tg x\, tg y\, tg z} - \left(\frac{1}{tg x} + \frac{1}{tg y} + \frac{1}{tg z}\right)$$

Черновик



$$\begin{array}{r} \times\ 21 \\ 60 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 35 \\ 9 \\ \hline 315 \\ -225 \\ \hline 90 \end{array}$$

$3\cdot7\cdot3\cdot5\cdot4 =$

$= 9\cdot4\cdot\cancel{7}\cdot5 = 6^2\cdot35$

$AP = BP\cdot\frac{r_1}{r_2}$

$BP = AP\cdot\frac{r_2}{r_1}$

$AP - BP = AP\left(1-\frac{r_2}{r_1}\right) = AB$

$AP = \frac{AB}{1-\frac{r_2}{r_1}}$