0 896761 870002

89-67-61-87
(126.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1 (первый)

Место проведения Астана, Казахстан
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников имени М. В. Ломоносова
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Ураскана Алихана Талатовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход 15^{08} – 15^{16}

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

55 (пятьдесят пять)

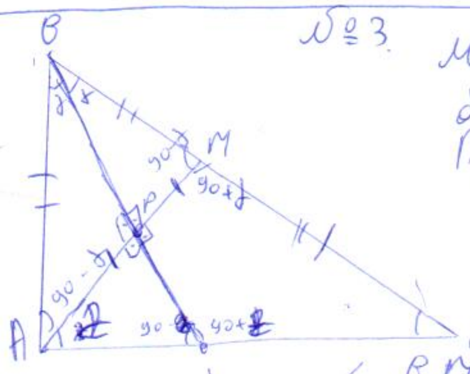
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

89-67-61-87 (126.2)

Чистовик.

№2.

Пусть $n=\overline{abcd} \Rightarrow n=1000a+100b+10c+d \Rightarrow$ А само утверждение выглядит так: $\overline{abcd}\cdot\overline{abcd}=\overline{abcdxyz}$. $\Rightarrow (1000a+100b+10c+d)(1000a+100b+10c+d)=1000000a+100000b+10000c+1000d+100x+10y+z$. $(1000a+100b+10c+d)^2=1000000a^2+200000ab+20000ac+2000ad+10000b^2+2000bc+200bd+100c^2+20cd+d^2=1000000a+100000b+10000c+1000d+100x+10y+z$. Теперь заметим, что $1000000a^2>1000000$, за исключением $a=1$, $\cancel{1000000} \Rightarrow 200000ab>100000b$, за исключением $b=0$, $20000ac>10000c$, за исключением $c=0$, $2000ad>1000d$, за исключением $d=0$, $10000b^2+2000bc+200bd+100c^2+20cd+d^2>100x+10y+z$, за исключением $b,c=0$, и $d=0$, ведь если $d>0 \Rightarrow d\geq 1$, но $2000a>1000$, а известно что $a>0$ ведь a первая цифра числа $\overline{abcd} \Rightarrow$ $2000a>1000$, но $100x+10y+z\leq 999 \Rightarrow$ суммы не хватит, ведь $2000a>\underset{\text{цифры}}{1999}$. $\Rightarrow d=0$.
Получается, что $a=1$, а $b,c,d=0$. И это единственное возможное число n. Проверим: $1000\cdot 1000=\boxed{1000}000$ ✓. Работает. Ответ: 1000. В этой задаче $n^2=1000000a+100000b+10000c+1000d+100x+10y+z$, где $n=1000a+100b+10c+d$.



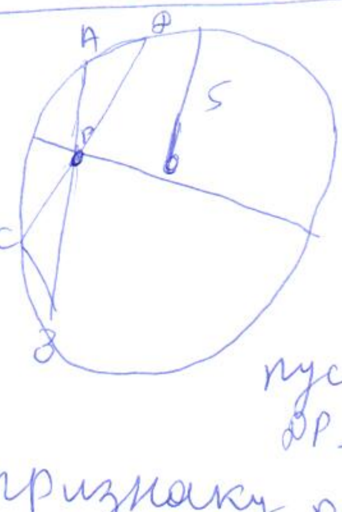
№3. медиана AM, $BM=MC$
биссектриса $BL \Rightarrow \angle ABL=\angle CBL$
Пусть точка пересечения AM и BL равна $P \Rightarrow$ $\angle APB=\angle MPB=\angle APL=\angle MPL=90°$. Пусть $\angle ABL=\angle CBL=d \Rightarrow \angle BAM=90-d$ и $\angle BMA=90-d$. По □ признаку равенства треугольников $\triangle APB=\triangle MPB$ (BP-общая сторона и $\angle ABP=\angle MPB$ и $\angle APB=\angle MPB$) $\Rightarrow$ $\frac{AB}{MB}=\frac{AP}{MP}=\frac{PB}{PB} \Rightarrow AB=MB$ и $AP=MP \Rightarrow AB=MB=\cancel{M}C=7$.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

~~Заметим, что $BP = PL$ => по I признаку равенства треугольников $\triangle BPM = \triangle APL$ ($\angle BPM = \angle APL = 90^\circ$, $AP = MP$, $BP = PL$) => $\angle PAL = \delta$ => $\angle BAC = 90^\circ$. Теперь по теореме 90, 60, 30. Сторона противолежащая углу 90 в два раза больше, чем сторона противолежащая углу 30° => $\angle BCA = 30^\circ$, ведь $BA = 7$, а $BC = 14$.~~

$8 < AC < 20$ => Периметр = 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 Отв: 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41.

№ 4.



$R = 5$ => $D = 10$.
Пусть две хорды которые точка поделила пополам будут AB и CD. А точка пересечения хорд пусть будет P => $AP = PB$ и $DP = CP$ => $\triangle APD = \triangle BPC$ по I признаку рав. треугольников. Из-за того что они равны / они имеют одинаковую площадь и S. третья хордой будет проходить через них. И третья хорда будет диаметром => 10. Ответ: 10.

№ 6.

Пусть трёхзначное число равно $\overline{abc}$ => $100a + 10b + c$. А в условии $(100a + 10b + c) : (a + b + c) = 9x$. Пусть $x = 1$. => $(100a + 10b + c) : (a+b+c) = 9$ => $100a + 10b + c = 9a + 9b + 9c$ => $91a + b = 8c$, но это невозможно. Теперь пусть $x = 2$ => $100a + 10b + c = 18a + 18b + 18c$ => $82a = 8b + 17c$, c = чёт, ведь чёт = чёт + $17c$ => c = чёт. Пусть $a = 1$ => $17c < 82$ => $c = 2, 4$.
$82 = 8b + 34$ => $b = 6$, а когда $c = 4$ $82 - 68 = 14 \not\vdots\, 8$.

89-67-61-87 (126.2)

=> первое число 162. Пусть ~~x=~~ 2 =>
$164 = 8b + 17c$, и $c = 4$, ведь если $c = 2, 6, 8$ $\varnothing$. $164 = 68 + 8b$ => $b = 12$, но это невозможно. ~~Пусть x=3,~~
~~$100a + 10b + c = 27a + 27b + 27c$ => $73a = 17b + 26c$.~~
~~a и b одной чётности, а c всегда чёт...~~
$a \neq 3$, ведь b и c максимум 9, но если $a = 3$ => $246 \geqslant 72 + 153$, $246 > 225$. $\varnothing$. Теперь
~~пусть x=1~~

№3

$(100T + 10y + K)(100T + 10y + K) = \overline{\text{ФАРТУК}}$
$10000T^2 + 2000TY + 200TK + 100y^2 + 20yK + K^2 = 100000Ф + 10000A + 1000P + 100T + 10Y + K$.
$K = 0, 1, 5, 6$, так как $\ldots K \cdot K = K$, $0 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$, $5 \cdot 5 = \ldots 5$, $6 \cdot 6 = \ldots 6$. $T \geqslant 3$, ведь если $T = 2$, то $299 \cdot 299 < 100000$. $K \neq 0$, ведь если $K = 0$ => последние две цифры 0, но это не работает ведь ~~числа~~ цифры разные.
И я решил способом подбора.

~~$376 \times 376 = 2256$~~

~~376×376: 2256, 2632, 1128, 138376~~

625×625: 3125, 1250, 3750, 390625

Ответ: 390625

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

401×401 = 401 + 0

401×401 = 401 + 000

405×405 = 25

415×415 = 25

416×416 = 96

421×421 = 421

425×425 = 2125

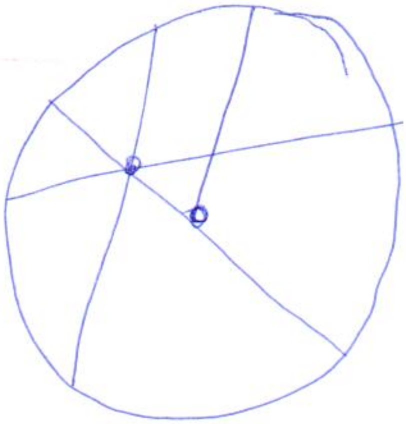
425×425 = 2125 + 1850

426×426

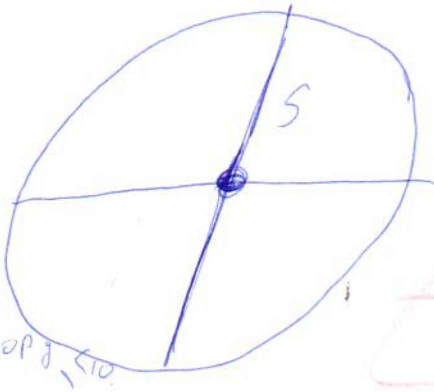
625×625 = 3125 + 50

625×625 = 3125 + 1250, 50

Черновик.

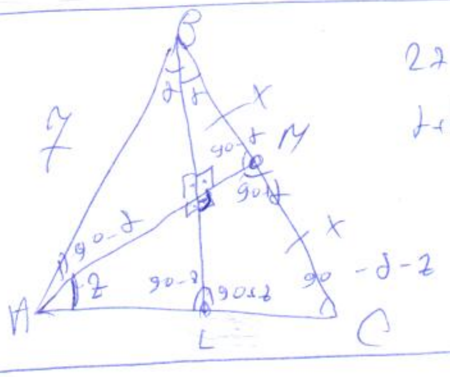


R=5
D=10



Длина хорд <10

(100T+10y+K)(100T+10y+K)=100000 φ0+10000 A+1000 P+100 T+10 y+K



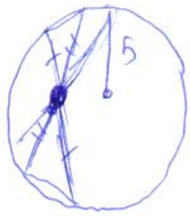
27 0+d+z+90-d-z=360
d+d+90-d+z+90-d-z=180

Б≥С

9, 18, 27, 36, 45,

81, ~~100~~, ~~101~~, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115

№ 1



$R=5$

$D=10$

№2

$1000\cdot1000 = \boxed{1000}000$

$\overline{abcd}\cdot\overline{abcd} = \overline{abcdxyz}$

$\times\begin{array}{r}9999\\9999\end{array}$

89991

89991

89991

89991

99980001

$(1000a+100b+10c+d)(1000a+100b+10c+d) =$

$1000000a^2+100000ab+10000ac+1000ad+100000ab+10000b^2+1000bc+100bd+$

$+10000ac+1000bc+100c^2+10cd+1000ad+100bd+$

$+10cd+d^2 = 1000000a+100000b+10000c+1000d+100x+10y+z$

$1000000a^2+200000ab+20000ac+2000ad+10000b^2+2000bc+$

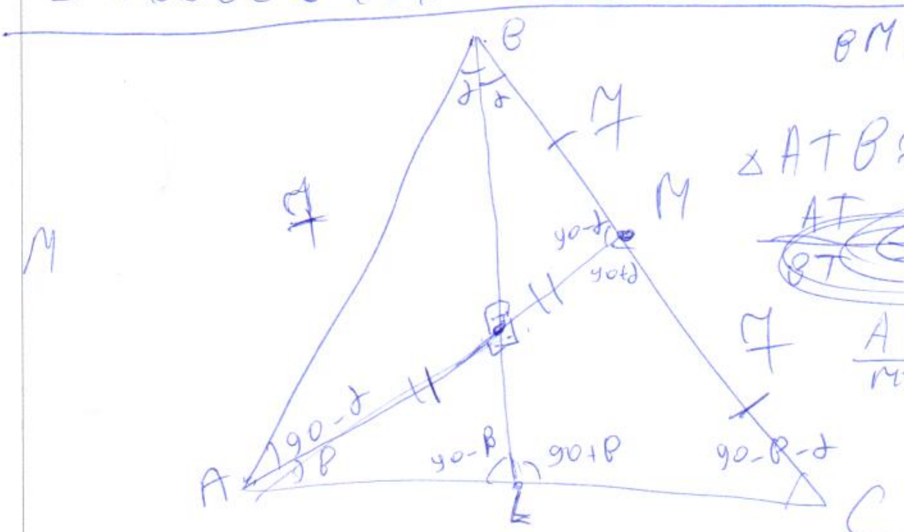
$+200bd+100c^2+20cd+d^2 = 1000000a+100000b+10000c+1000d+$

$+10y+z.$

$1000000+0+0+2000+0+0+0+0+0+0=$

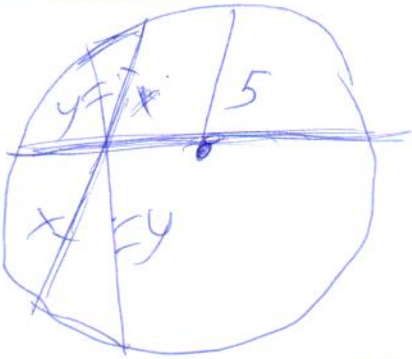
$=1000000+0+0\,1100\,0+100x$

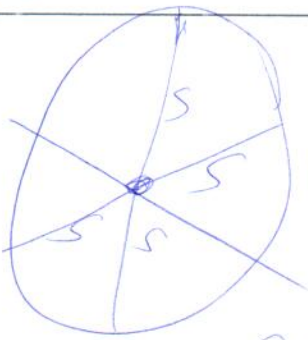
$BM=MC$

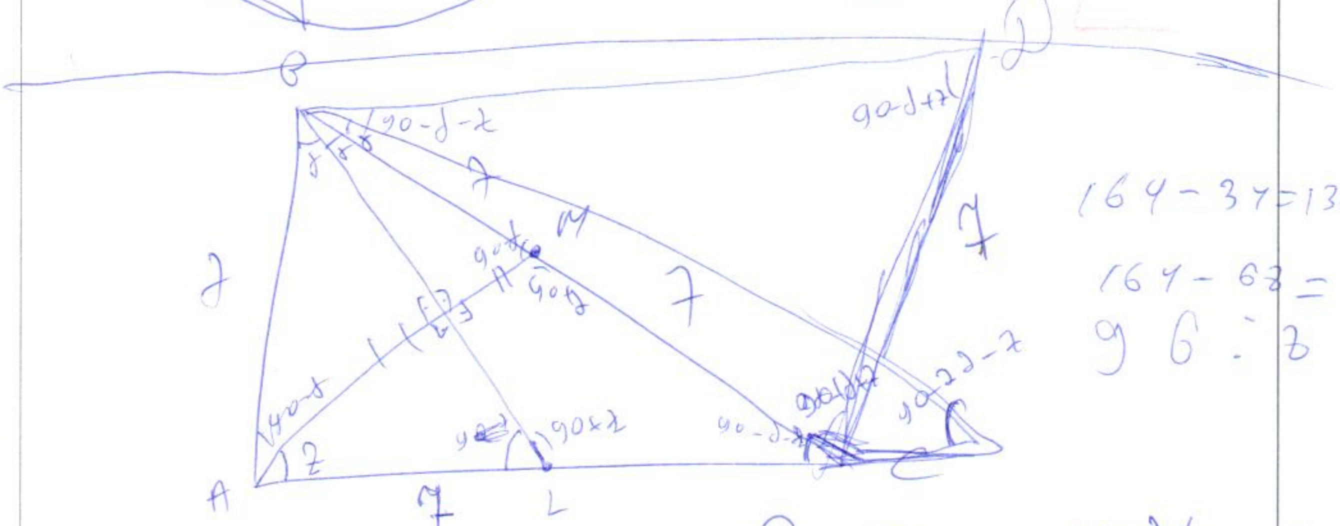


$\triangle ATB \cong \triangle MTB$

$\frac{AT}{MT}=\frac{AB}{MB}=\frac{TB}{TB}$







164 − 34 = 130

164 − 68 =

96 : 8

$(100T + 10y + K)(100T + 10y$

17 · 4 = 68

49

162 −

$\times \frac{17}{6}$ 102

$\times \frac{14}{14}$ 56, 14, 196

196 − 49 = 147

164 + 102 = 62

$\times \frac{17}{8}$ 136

17 · 9 = ~~170~~ 153 · 7 ∫ 5 · 7 ∫ 3 = 147

8 · 9 = 72   153 + 72 = 225   20

14, 0 + 0.

7

+17

$(100T + 10y + K)(100T + 10y + K) = 1000000\,90 + 10000A + 1000$

$100T + 10y + K$

$10000T^2 + 10$

$\boxed{K = 0, 1, 5, 6, \ldots}$

111, 111, 100, 10, 10000, 12321

$(100T+10У+K)(100T+10У+K)=100000 ФО+1000...+1000Р+100T+10У...$

$10000T^2+2000TУ+200TK+100У^2+20УK+K^2=100000ФО+1000...+1000Р+100T+10У+4$

$T=5, У=2$

$\cancel{K=1}$

$T=3$

$\times\ 501$
501
501
2505
251000

$T=5, ФО=2,$

$10000T^2+2000TУ+200TK+100У^2+20УK+K^2=100000ФО+10000А+1000Р+100T+10У+K$

$K=0,1,5,6$ Пусть $K=1$. $K=1$ $У=1$

$У=0.$

$T\geq 3.$ $10У=20УK$

$\times\ 505$
505
2525
2525
255025

$\times\ 521$
521
521
2

$\times\ TУK$
$TУK$
$ФОАРТУK$

$У=2$

$T=4$

$\times\ TУK$
$TУK$
$TK \mid УK \mid K$

$У=1$ $K=0$

$\times\ 410$
410
410
1640
00

$\times\ 410$
410

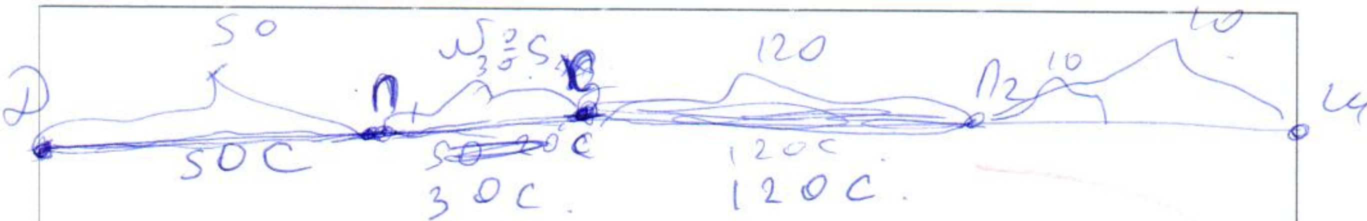
$\times\ 586$
586
8 6

$\times\ 420$
420
8400
1680
176400

$\times\ 421$
421
421
842
1684
241

$T=3$ $6000У$

$ФО=9.$ $10000А.$



1м/С

$\overline{abc} \vdots (a+b+c) = 9$ 16 . 6 =

I $100a + 10b + c = 9a + 9b + 9c$

II $100a + b + c = 9a + 9c$

$91a + b = 8c$

1 2 9 $100a + 10b + c = 12a + 12b + 12c$

$82a = 8b + 17c$

1 2 9 $a = 1 = b = 6, \; c = 2$

$c = 4$

64 4

17, 34, 51, 64,

2 =

$82 - 34 = 48$

$82 - 64 = 18$

1 6 2 1 9

9

7 4 12

164.

11

$100a + 10b + c = 99a + 99b + 99c$

$72a + 72b + 72c$

$a = 84b$ $28a = 62b + 71c$

$100a + 10b + c = 90a + 90b + 90c$

$100a = 80b + 89c$

$19 \cdot 9 = 171$

$100a + 10b + c = 81a + 81b + 81c$

$100a + 10b + c = 81a + 81b + 81c$

$19a = 71b + 80c$

$19 \times 9 = 171$

ТУК · ТУК = ФФРТУК

× ТУК
ТУК

Т

× ТУК
ТУК

К²

× 425
425
12125
+ 850
1700
625

× 340
340
000
+ 1360
1020
00

× 341
341
341
4

× 426
426
12556
52

× 346
346
12076
4

× 345
345
1725

× 351
351
351
5

× 356
356
12136
802

× 361
361
361

× 365
365
1825

× 371
371
371
7

× 375
375
1875
5

× 376
376
12256
2

× 376
376
+ 2256
+ 2632
8

× 381
381
381
8

× 385
385
1925

× 386
386
16
8

× 391
391
391
9

× 395
395
1975
5

× 396
396
76
4