Выход: 12:51 - 12:56
работа сдана досрочно
13.13

0 242091 500001

24-20-91-50
(121.7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Финка Артёма Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

24-20-91-50 (121.7)

Черновик

625×625

3125 №3

1250

3750

390625

55 (пятьдесят пять)

№2

$n^2 - n : 10000$

$n(n-1) : 10000$

$(n, n-1) = 1$, $n \vdots 10000$

$n-1 \vdots 10000$

№1

шк 6

45 ≡ 1

−3

−7

42 = 36 + 6 x = 9

38 = 32 + 6 x = 8

8 9 10 11

9 10 11 12

$\frac{81}{9} = 9$

$\frac{162}{9} = 18$

$\frac{243}{9} = 27$

$\frac{324}{9} = 36$

$\frac{405}{9} = 45$

$\frac{486}{18} = 27$

$\frac{567}{18}$

$\frac{648}{18} = 36$

$\frac{729}{18}$

$\frac{810}{9} = 90$

$\frac{891}{18}$

$\frac{972}{18} = 54$

$n \equiv 0 \pmod{2^4}$

$n \equiv 1 \pmod{5^4}$

$n \equiv 0 \pmod{5^4}$ $n \equiv 1 \pmod{2^4}$

$625k = 16m + 1$

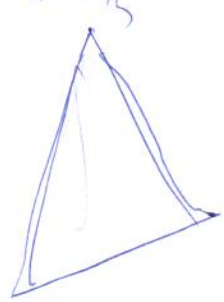
$625k - 16m = 1$

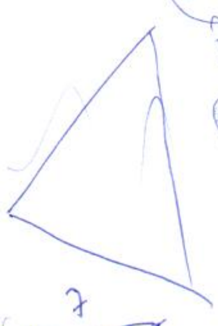
$(625, 16) = 1$

$k = 1$ $m = 16$

$n = 625$

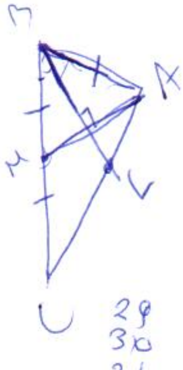
$16m - 625k = 1$

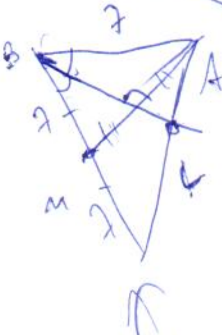




A

21 + 8





$\frac{AL}{LC} = \frac{1}{2}$

AL + LC = 3AL

AC = 3AL

609×16

3654

609

9744

625×15

3125

625

9375

609×16

3654

609

9744

586×16

3516

586

9376

625 − 39 = 586

29 30 31 32 33 34 36 37 38 39 40 41

80x + 30

80

$\frac{200}{160} = \frac{5}{4}$ м/с

$\frac{5}{3}$ м/с

$\frac{200}{\frac{5}{3}} = 120$

150 м

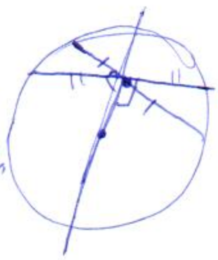
$\frac{150}{\frac{5}{3}} = 90$

$\frac{50}{\frac{5}{4}} = 40$

Чистовик

№1

Предположим, что ни одна из хорд ~~хорды~~, которые точкой пересечения делятся пополам, не является диаметром.



7

Тогда, проведём диаметр через их точку пересечения.
По свойству верен факт, что диаметр, проходящий через центр хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен хорде. Тогда, диаметр перпендикулярен сразу двум хордам, значит по теореме о перпендикулярах хорды должны быть параллельны, но они пересекаются. Противоречие.

Значит, одна из них обязательно является диаметром. Но, центр диаметра есть центр окружности, т.е. точка пересечения трёх различных хорд - ~~диам~~ центр окружности, а хорда, проходящая через центр окружности - диаметр.

Значит, все три хорды - диаметры, и их длины - удвоенный радиус, т.е. $5 \cdot 2 = 10$.

Ответ: длина третьей хорды - 10.

7

№3

Т=6 У=2 К=5 Ф=3 А=9 Р=0

625×625=390625

Ответ: ФАРТУК - 390625.

24-20-91-50 (121.7)

Чистовик

№2 ~~первые~~ т.к. n - четырёхзначная $\Rightarrow 1000 \le n < 10000$.
Т.к. ~~последние~~ 4 цифры числа n^2 образуют n, верно ~~следующее равенство.~~ следующее равенство:

$$n^2 - n \,\vdots\, 10^4 \Rightarrow n(n-1) \,\vdots\, 10^4 \Rightarrow \begin{cases} n(n-1) \,\vdots\, 2^4 \\ n(n-1) \,\vdots\, 5^4 \end{cases}$$

Поскольку НОД$(n, n-1)$ = НОД$(1, n-1) = 1$, то ~~если~~ одни степени 2^4 и 5^4 должны целиком входить в ровно одно из чисел. Тогда, у нас есть 4 варианта.

$$\left[\begin{array}{l} n-1 \,\vdots\, 10^4 \\ n \,\vdots\, 10^4 \\ \begin{cases} n-1 \,\vdots\, 2^4 \\ n \,\vdots\, 5^4 \end{cases} \\ \begin{cases} n-1 \,\vdots\, 5^4 \\ n \,\vdots\, 2^4 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} n \underset{10^4}{\equiv} 1 \\ n \underset{10^4}{\equiv} 0 \\ \begin{cases} n \underset{2^4}{\equiv} 1 \\ n \underset{5^4}{\equiv} 0 \end{cases} \\ \begin{cases} n \underset{2^4}{\equiv} 0 \\ n \underset{5^4}{\equiv} 1 \end{cases} \end{array}\right. \\ 10^3 \le n < 10^4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} n \underset{2^4}{\equiv} 1 \\ n \underset{5^4}{\equiv} 0 \end{cases} \\ \begin{cases} n \underset{2^4}{\equiv} 0 \\ n \underset{5^4}{\equiv} 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

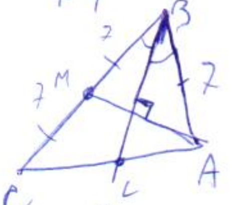
По КТО, для каждой системы остатков существует ровно одно решение в пределах от 1 до 10000 в нашем случае.

Решением для $\begin{cases} n \underset{2^4}{\equiv} 1 \\ n \underset{5^4}{\equiv} 0 \\ 1 \le n \le 10000 \end{cases}$ является $n = 625$, но 625 - не четырёхзначное число, значит такой вариант не подходит.

Остаётся ~~решение~~ решение для $\begin{cases} n \underset{2^4}{\equiv} 0 \\ n \underset{5^4}{\equiv} 1 \\ 1 \le n \le 10000 \end{cases}$, т.е. $n = 9376$, что уже подходит.

Ответ. $n = 9376$.

№4



Рассмотрим $\triangle ABM$. ~~Имеем~~
т.к. BL - биссектриса, BL - высота $\Rightarrow \triangle ABM$ - р/б $\Rightarrow BM = AB = 7$
$BM = CM \Rightarrow BC = 7 \Rightarrow BC = 7 + 7 = 14$.

Для существования треугольника должны выполняться неравенства:

$$\begin{cases} AB + AC > BC \\ AB + BC > AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC + 7 > 14 \\ 21 > AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC > 7 \\ AC < 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC \ge 8 \\ AC \le 20 \end{cases}$$

Чистовик

При этом, $\triangle ABC$ – не р/б, т.е. $\begin{cases} AC \neq AB \\ AC \neq BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC \neq 7 \\ AC \neq 14 \end{cases}$.

Значит, значения AC – любое целое число от 8 до 20 включительно кроме 14.

Тогда, $P_{ABC} = AB + BC + AC = 21 + AC$, а P_{ABC} тогда принимает все целые значения от 29 до 41 включительно кроме 35.

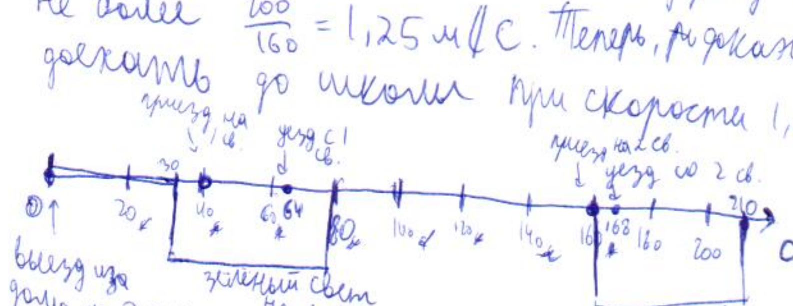
Ответ: $P_{ABC} = 29; 30; 31; 32; 33; 34; 36; 37; 38; 39; 40; 41$.

N5

Для начала, Агриппина должна потратить хоть-бы 30с на дорогу до первого светофора, ведь иначе она вынуждена будет поехать на красный или остановиться, ни то ни то нам не подходит.

Тогда, её скорость не более $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ м/с.

Из этого мы делаем вывод, что на дорогу до второго светофора от дома она потратит не менее ~~200~~ $\frac{50+30+120}{\frac{5}{3}} = \frac{600}{5} = 120$с, значит она ~~гарантиро~~ обязательно пропустит первый зелёный свет на втором светофоре и будет вынуждена поехать на хотя-бы второй, тогда ей потребуется хоть-бы $10+50+50+50 = 160$ с на дорогу в 200 м., т.е. скорость не более $\frac{200}{160} = 1{,}25$ м/с. Теперь, докажем, что она может доехать до школы при скорости 1,25 м/с:



Как видно, Агриппина попадает в промежутки зелёного света.

Ответ: 1,25 м/с.

Чистовик

№6

Пусть ~~А число~~, $S(n)$ — сумма цифр натурального числа n. Тогда,

$\frac{n}{S(n)} \vdots 9 \Rightarrow n \vdots 9 \Rightarrow S(n) \vdots 9 \Rightarrow n \vdots 81$.
~~(признак равноостатн.)~~ $(S(n) \underset{9}{\equiv} n)$

Рассмотрим все трёхзначные числа, кратные 81, делённые на сумму их цифр:

$\frac{162}{9} = 18$ ✓ $\frac{243}{9} = 27$ ✓ $\frac{324}{9} = 36$ ✓ $\frac{405}{9} = 45$ ✓ $\frac{486}{18} = 27$ ✓

$567 \not\vdots 18$ × $\frac{648}{18} = 36$ ✓ $729 \not\vdots 18$ × $\frac{810}{9} = 90$ ✓ $891 \not\vdots 18$ ×

$\frac{972}{18} = 54$ ✓

Выпишем в порядке возрастания:

162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972

$162 + 648 + 972 = 81(2 + 8 + 12) = 81 \cdot 22 = 1772$.

~~Ответ~~ Ответ: 162, 243, 324, 405, 486, 648, 810, 972.

$162 + 648 + 972 = 1772$