



62-08-31-38  
(121.7)



Работа сдана вовремя  
13.28  
Сиди

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

Место проведения Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

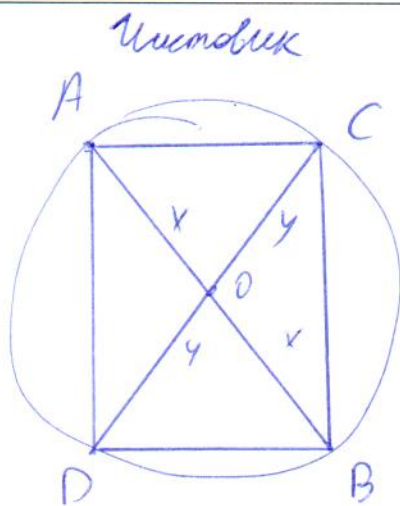
Олимпиада школьников "Ломоносов"  
наименование олимпиады

по Математике  
профиль олимпиады

Халица Максима Алексеевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«29» марта 2026 года

Подпись участника  
МХ



н 1.

Раздели хорды, ~~на~~ две равные  
части АВ и СD.

Пусть O - точка пересечения.

$$\text{Тогда } AO \cdot OB = CO \cdot OD$$

$$\text{Пусть } AO = OB = x; CO = OD = y$$

$$\text{тогда } x \cdot x = y \cdot y$$

$x^2 = y^2$ ; пользуясь тем, что  $x$  и  $y$  -  
положительные числа, сделай вывод, что  $x = y$ .

Тогда ABCD - квадрат. Известно, что центр  
описанной окружности квадрата - точка  
пересечения диагоналей. Тогда O - центр окружности.

Любая хорда, проходящая через центр окружности - диаметр.  
Диаметр в 2 раза больше радиуса, значит он равен  $5 \cdot 2 = 10$

Ответ: 10

н 2.

$$1000 \leq n < 10000 \Rightarrow 1000000 \leq n^2 < 100000000$$

То есть в числе  $n^2$  7 или 8 знаков. Пусть знаков  
7. Тогда верно равенство  $n^2 = 1000n + k$ , где  $k$  - последние 3  
знака числа  $n^2$ .

Очевидно,  $k < 1000$ , а  $n \geq 1000$  - по условию.

$$n^2 = 1000n + k \Leftrightarrow n(n - 1000) = k. \text{ Для любого } n \geq 1001 \text{ левая часть больше } 1000, \text{ т.к. тогда } n > 1000; n - 1000 \geq 1$$

Для  $n = 1000$ ,  $k = 0$  запись верна, поэтому число 1000  
подходит.

Пусть знаков 8.

Чистовик

тогда верно равенство  $n^2 = 10000n + X$ , где  $X$  - последние 4 знака числа

Но  $A < 10000$ ,  $0 < n < 10000$ ; а значит  $n^2 < 10000n$ , а значит равенство не достигается, поэтому ед. ответ - 1000

Ответ: 1000

пример:  $Q = 3$   
 $A = 9$   
 $P = 0$   
 $T = 6$   
 $X = 2$   
 $K = 5$

$\overline{QAAP} = X$   
 $\overline{TPKK} = Y$

$\Rightarrow Y^2 = 1000X + Y$

$Y(Y-1) = 1000X$

переберем все  $Y$ , для которых  $(Y(Y-1)) : 1000$

Очевидно, не более одно из этих 2 чисел делится на 5, а значит оно должно делиться на 125, т.к.  $1000 : 125$ . Также должно, что одно из чисел должно делиться на 8. Переберем  $Y$

$Y = 376$

$Y = 625$

~~но~~ но  $Y = 376$  не подходит, т.к.  $376 - 376 =$

$= 141376$ , но  $Q \neq P$ , противоречие

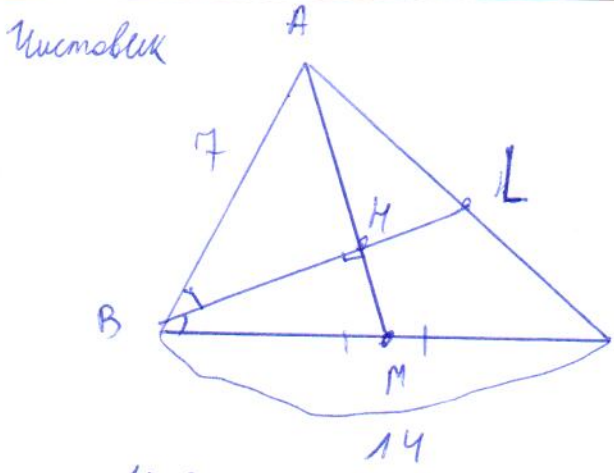
Ответ: 390625

н.ч.

н.з.  

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ \times 625 \\ \hline 390625 \end{array}$$

62-08-31-38  
(1217)



$\triangle ABM$ :  $BM$  - высота и биссектриса,  
Значит  $AB = BM = 7$ , тогда  
 $BC = 2BM = 14$

~~$\frac{AK}{AK} = \frac{AK}{KC} =$~~

Известно, что можно построить любой треугольник, удовлетворяющий нер-ву треугольника.

Тогда  $BC - AB < AC < BC + AB$   
 $7 < AC < 21$

$AC \neq 14$ , т.к.  $A$  не  $p \in \sqrt{}$

~~тогда периметр может быть любой~~  
 $28 < P < 42$  ;  $P \neq 35$

Ответ: 29; 30; 31; 32; 33; 34; 36; 37; 38; 39; 40; 41  
~~46; 46.~~

Очевидно, число должно быть кратно 9. Значит 4  
сумма его цифр : 9 Пусть число -  $K$ ; сумма цифр - 95

тогда  $K : 95 = 9 \cdot x$   
 $K = 81 \cdot 9 \cdot 5$

То есть любое такое число  $K$  кратно 81

~~Заметим, что 999 не подходит, т.к.  $9+9+9=27=3^3$~~

~~$999 = 27 = 3^3$~~  Заметим, что единственное трехзначное число, ~~которое~~ сумма цифр которого кратно 27 - 999, но  $999 \neq 81$ . Поэтому ~~подходит любой~~ число вида  $81n$ . Выпишем ~~та~~ числа, кратные 81

162; 243; 324; 405; 486; 567; 648; 729; 810; 891  
 $\frac{162}{9} = 18$  ;  $\frac{243}{9} = 27$  ;  $\frac{324}{9} = 36$  ;  $\frac{405}{9} = 45$  ;  $\frac{567}{18}$  - не число ;  $\frac{648}{18} = 36$  ;  
 $\frac{729}{18}$  - не число ;  $\frac{486}{18} = 27$  ;  $\frac{810}{9} = 90$  ;  $\frac{891}{18}$  - не число

Не все числа подходят, т.к. не все частные будут целыми. Поэтому весь ряд -

162; 243; 324; 405; 486; 567; 648; 729

$$162 + 567 + 729 = 81(2 + 7 + 9) = 1512$$

Ответ: 1512

17.

Пусть сумма в первой строке =  $x$

тогда суммы по строкам:  $a; a+1; a+2; a+3$

всего  $4(a+1)+2$

$$1+3+5+\dots+7 = 45$$

Если забыть про сумму 1 число, сумма будет не меньше 36 и не больше 45. ~~Вот так~~

Число вида  $4(a+1)+2$  равно 2: 38 и 42.

Рассмотрим при 38.

$$4(a+1)+2 = 38$$

$$a \geq 8$$

исключено число 7

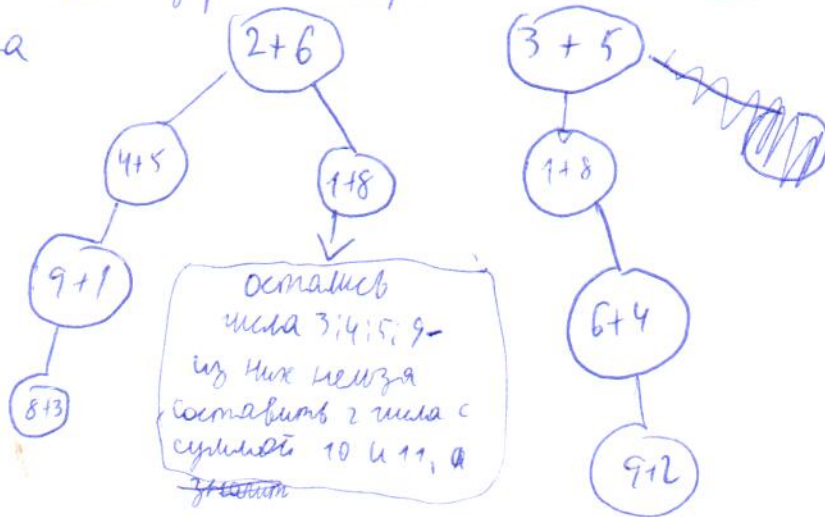
По составили дерево вариантов

1 строка

2 строка

3 строка

4 строка



в дереве вариантов перестановки внутри строки не учитываю

Чистовик

Методик

Рассмотрим сумму 42

$$4(a+1)+2=42$$

$$a=9$$

исключаем число 3

1 строка

$$(1+8)$$

$$(2+9)$$

$$(4+6)$$

2 строка

$$(4+6)$$

$$(1+9)$$

$$(1+9)$$

Заметим, что число 1 должно быть либо в 1, либо во 2 строке, т.к. иначе  $1+k \geq 11$ , но  $k \leq 9$  - противоречие

3 строка

$$(2+9)$$

$$(5+6)$$

4 строка

$$(5+7)$$

$$(4+8)$$

Остались числа 2, 3, 5, 8 - из них нельзя составить числа с суммой цифр 11 и 12. Противоречие.

Тогда всего 4 варианта, но в каждом не учесть перестановки в строке. В каждой строке 2 перестановки, так что получится надо  $4 \cdot 2^4 = 64$

Ответ: 64

15.

~~Невозможно ехать со скоростью больше 1 м/с, т.к.~~

она не может ехать со скоростью выше  $\frac{5}{3}$  м/с,

т.к. зеленый свет будет через 30 с, а ехать 50 м;  $\frac{50 \text{ м}}{30 \text{ с}} = 1\frac{2}{3}$  м/с

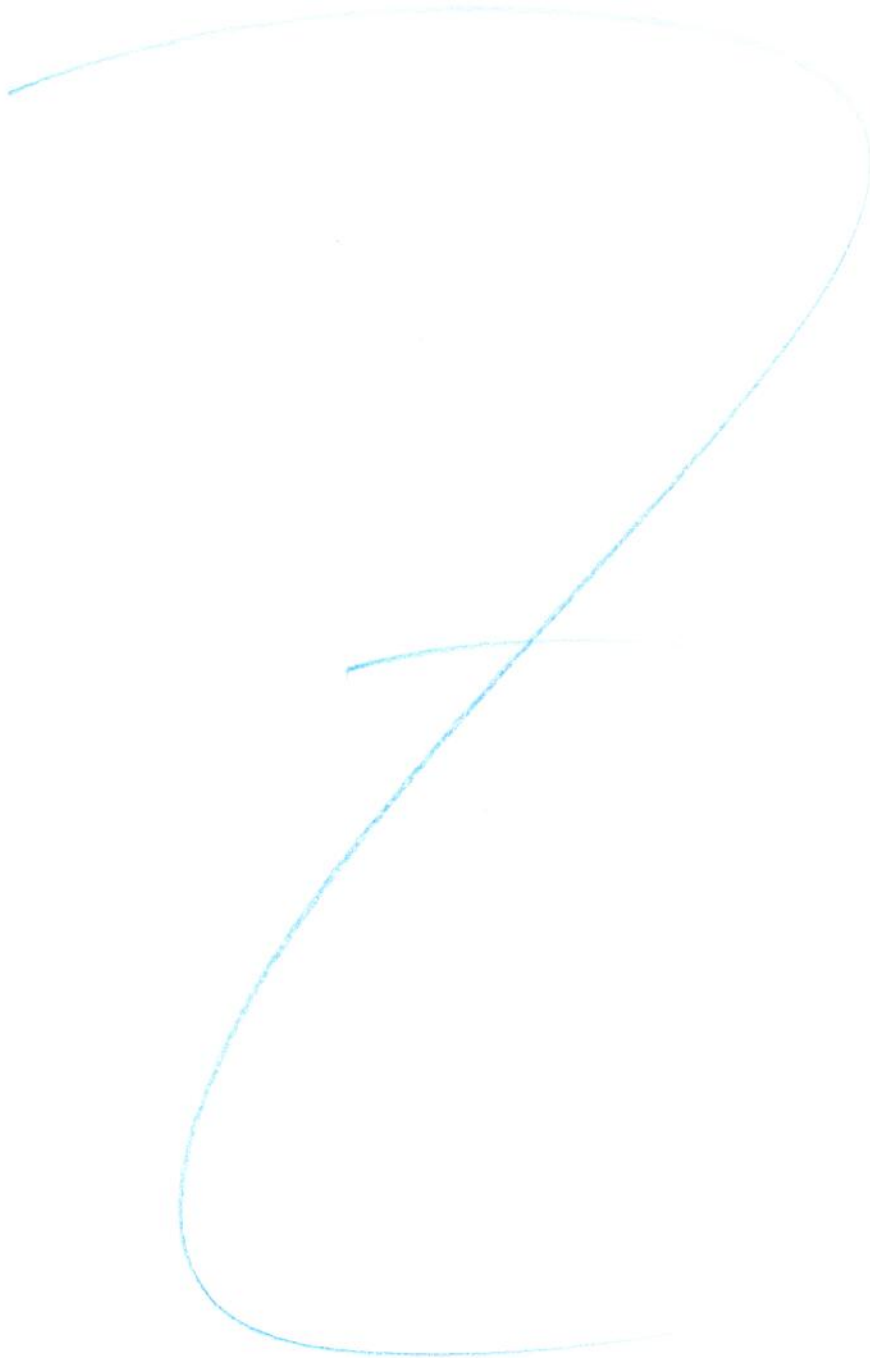
Легко заметить, что с такой скоростью она не успеет проехать на первый зеленый свет на втором переходе, потому что ехать ей 200 м, то она сделает хотя бы за 10 с, а закончится зеленый свет через 10 с.

Второй зеленый свет начинается через 160 с;  $\frac{200 \text{ м}}{160 \text{ с}} = 1,25$  м/с - максимальная скорость.

Очевидно, второй светодор она пройдет на  
зеленой.

→ начнет первый светодор она спустя 40с,  
а закончит спустя 64с. Вооба этих моменты  
будет гореть зеленый свет

Ответ:  $1,25 \text{ м/с} = 4,5 \text{ км/ч}$

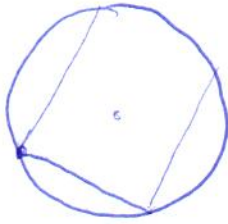


Черновик



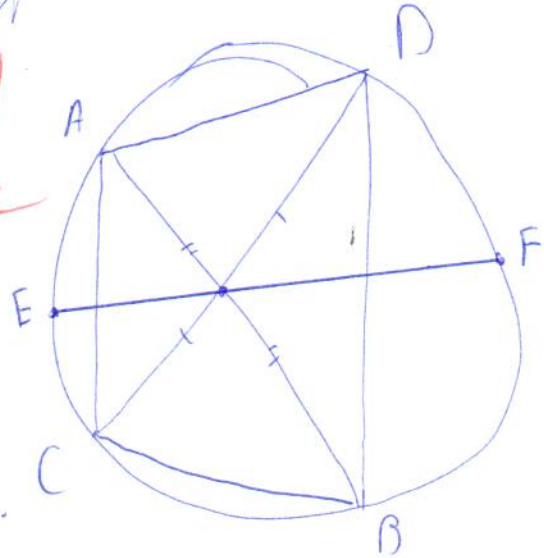
$$AD+BC = AC+BD$$

$$\angle A \neq \angle B, \angle C = \angle D$$



Imblem 3.10

100(500)  
~~Решение~~



а7.



$$\overline{abcd} \cdot 1000 = \overline{abcd000}$$

$$(1000+k)^2 = 1000000 + 2000k + k^2$$

$$(5000+k)^2 = 51000000 + 10000k + k^2$$

$$2000k + k^2 \geq 1000k$$

$$k = 0$$

~~(10000-k)(10000-k) = 100000000 - 20000k + k^2~~

~~Решение~~

~~\*~~

$$15000k + k^2 = 2000000 + k \cdot 10000$$

$$8000k + k^2 = 9 \cdot 10^6$$

$$k^2 + 8000k - (3000)^2 = 0$$

$$k^2 + 8000k - 9000000 = 0$$

$$n^2 = n \cdot 10000 + x$$

$$n^2 = 1000n + x$$

$$n^2 \geq 1000n + 1000, x < 1000$$

$$n(n-1000) \geq 1000$$



Черновик

$$\begin{array}{r} 27 \\ 54 \\ 43 \\ \hline 376 \\ \times 376 \\ \hline 12256 \\ 12632 \\ 1128 \\ \hline 141376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ T91 \\ \times T91 \\ \hline T91 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \quad V \quad 35 \\ V \quad 45 \quad 18 \\ 11 \quad 46 \\ 83 \quad 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 625 \\ \hline 625 \\ + 3125 \\ + 1250 \\ \hline 390625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} TY1 \\ \times TY1 \\ \hline TY1 \\ + TY1 \\ \hline Y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \quad V \quad 27 \quad V \quad 54 \\ 64 \quad 48 \quad 19 \\ 56 \quad 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times T01 \\ \hline T01 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times TY9 \\ \hline TY9 \\ \hline * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} TY1 \\ \times TY1 \\ \hline TY1 \\ + TY1 \\ \hline Y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 291 \\ \hline 291 \\ + 2291 \\ + 2019 \\ \hline 84581 \end{array}$$

$$X^2 = 1000n + X$$

$$X(X-1) = 1000n$$

- 7      30
- 12     33
- 15     36
- 18     39

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 376 \\ \hline 376 \\ + 2256 \\ + 2632 \\ \hline 20352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ 43 \\ \hline 276 \\ \times 276 \\ \hline 1656 \\ + 1932 \\ + 552 \\ \hline 15276 \end{array}$$

