



вход: 12⁵⁵-13⁰⁷

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 261

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

Бедришиной Анны Михайловны 22.03.2008
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«28» марта 20226года

Подпись участника

85 (нахождение
веса)

№114

шестовик

№2

Какая кинетич. энергия бруска $E = \frac{mV_0^2}{2}$
при подъеме вверх эта энергия расходуется
на увеличение потенциальной энергии
против силы трения. (mgh)

$$A_{тр} = F_{тр} \cdot S$$

$$F_{тр} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$S = \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$A_{тр} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$A_{тр} = \mu \cdot m \cdot g \cdot h \cdot \cot \alpha$$

закон сохранения энергии: в верхней точке $v = 0$

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \mu \cdot m \cdot g \cdot h \cdot \cot \alpha$$

$$h = \frac{V_0^2}{2g(1 + \mu \cot \alpha)} = 0,94 \text{ м}$$

$$2g(1 + \mu \cot \alpha)$$

Ответ: 0,94 м

№3

Пусть размеры обычной коробки: A, B, C

$$A + B + C \leq 150$$

$$V = A \cdot B \cdot C \text{ (максимальный объем обычной коробки)} = 50^3 = 125000 \text{ см}^3 = 125000 \text{ см}^3$$

длина: Пусть длина $L \leq 220$
условия длинностойкости: $L \geq k \max(x, y)$

Пистовик

 x, y - два других измерения

$$x = y = \frac{L}{k} \quad V = \frac{L^3}{k^2}, \text{ максимум при } L = 220$$

$$V = \frac{220^3}{k^2}, \text{ найдем } k: \frac{220^3}{k^2} > 125000 \Rightarrow k = 9$$

$$V = \frac{10648000}{81} \approx 131,457$$

$$m = 0,5 \cdot 131,457 \approx 66 \text{ кг}$$

Ответ: 60 кг

№1

метовак

Обозначим разницу часовых поясов между А и В, как А - В, между В и В, как В - В, и между В и А, как В - А, тогда из А в В вылетел в 12:00, прилетел в 12:00, значит время полета - 1 час + разность часовых поясов, из В в В через 4 часа после 12:00 вылетел, то есть 16:00 28 марта прилетел в 05:00 28 марта, это 13 часов + разность часовых поясов, из В в А вылетел в 11:00, прилетел в 12:00 того же дня, это 1 час + разность часовых поясов. При сложении всех трех полетов все разности часовых поясов сокращаются, потому что маршрут замкнутый, в итоге: $-1 + 13 + 1 = 13$

Ответ: 13 часов

№5

Рассмотрим пошлдовательность

$$a_1 = 84 \text{ мкм}$$

$$a_n = (a_{n-1}) \cdot \frac{(n+3)(n-1)}{(n+4) \cdot n}$$

$$a_n = \frac{420}{(n+4)n} \quad \text{сумма за 1800 сек}$$

$$S = \text{сумма} \left(\frac{420}{(n+4)n} \right) \quad \text{при } n \in \text{натуральные}$$

n от 1 до 1800

$$\frac{420}{(n+4)n} = 105 \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+4} \right)$$

сокращаются почти все члены, остается

$$S = 105 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{1801} - \frac{1}{1802} - \frac{1}{1803} - \frac{1}{1804} \right) =$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{25}{12} \approx 2,0833$$

шестовых

от остальных шестов выдвиг очень маленький $\approx 0,0022$

$$S \approx 105 \cdot (2,0833 - 0,0022) \approx 218,5$$

Ответ: 219 м

№4

Решим по симметрии.

Пусть левые два шарика сместимся влево на x , а правые вправо на x , тогда

вся конструкция растянется по ~~диагонали~~ горизонтали на $\Delta = 2x$, из-за симметрии вертикальных сечений нет.

удлинение каждой горизонтальной пружины

$\Delta L_1 = 2x$, сила в такой пружине:

$$T_1 = k_1 \cdot \Delta L_1 = 100 \cdot 2x = 200x, \text{ пружины}$$

по диагонали: каждая диагональ образует угол 45° с ~~диагональю~~ горизонтально

$$\Delta L_2 = 2x \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot x$$

сила в диагональной пружине $T_2 = k_2 \Delta L_2 =$

$$= 200\sqrt{2} \cdot x, \text{ ее горизонтальная составляющая}$$

$$T_2x = T_2 \cdot \cos 45^\circ = 200x$$

условие равновесия для одного правого шарика:

$$F = 200x + 200x = 400x, \text{ тогда } x = \frac{1}{400} \text{ м,}$$

тогда полное растяжение конструкции:

шестовик

$$\Delta = 2x = \frac{1}{200} \text{ м}$$

Суммарная сила, растянута в высоту конструкции: $F_{\text{сумм}} = 2F = 2 \text{ Н}$, тогда $k_{\text{сумм}} = \frac{F_{\text{сумм}}}{\Delta} = 400 \text{ Н/м}$

Ответ: 400 Н/м

№6

x_1 - это подъем нижнего поршня

x_2 - подъем верхнего поршня

Изначально нижний поршень на высоте L , верхний на высоте $2L$, высота слоя воды над верхним поршнем L , когда вода полностью вытеснится, верхний поршень дойдет до края сосуда, то есть $x_2 = L$

Вначале сила пружины вверх: $F_1 = p_0 \cdot S + 2mg$
 Когда вода полностью вытеснена: сверху остаются только атмосфера и вес поршня, $F_2 = p_0 \cdot S + mg$ - это вес для верхнего поршня.

Для нижнего: вначале: ~~$p_i \cdot S = p_0 \cdot S + mg + p_0 \cdot S + 2mg$~~ $p_i \cdot S = mg +$

$$p_i = p_0 + \frac{3mg}{S}$$

в конце: $p_j \cdot S = mg + p_0 \cdot S + mg$

$$p_j = p_0 + \frac{2mg}{S}$$

четовик

конечный объем газа: сила пружины
уменьшилась на $F_1 - F_2 = mg$, значит
ее деформация уменьшилась на $\Delta l =$
 $\frac{mg}{k}$, т.к. в конце $x_2 = L$, то $x_1 = L - \frac{mg}{k}$
 $(x_2 - x_1) = \frac{mg}{k}$

тогда конечная высота газа $L_1 + x_2 =$
 $= 2L - \frac{mg}{k}$

$$V_i = \frac{S}{L}$$

$$V_j = S \cdot \left(2L - \frac{mg}{k} \right)$$

работа газа: $A = \frac{p_i + p_j}{2} (V_j - V_i)$

$$A = \left(p_0 \cdot S + \frac{5}{2} \cdot mg \right) \left(L - \frac{mg}{k} \right)$$

для изменения внутренней энергии: газ
одноатомный, поэтому $U = \frac{3}{2} \cdot p \cdot V$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot \left[p_0 \cdot S \cdot \left(L - \frac{mg}{k} \right) + mgL - \frac{2m^2 g^2}{k} \right]$$

количество теплоты: по первому началу
термодинамики $Q = \Delta U + A$

$$Q = \frac{5}{2} \cdot p_0 \cdot S \cdot \left(L - \frac{mg}{k} \right) + 4mgL - \frac{11}{2} \cdot \frac{m^2 g^2}{k}$$

Ответ: $\frac{5}{2} \cdot p_0 \cdot S \cdot \left(L - \frac{mg}{k} \right) + 4mgL - \frac{11}{2} \cdot \frac{m^2 g^2}{k}$