



46-07-29-48  
(115.2)



# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 26А-910

Место проведения Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию  
профиль олимпиады

Жигуновой Екатерины Денисовны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«28» марта 2026 года

Подпись участника  
Катя

ЦЕРНОВИК

100 (600) ~~100~~

46-07-29-48

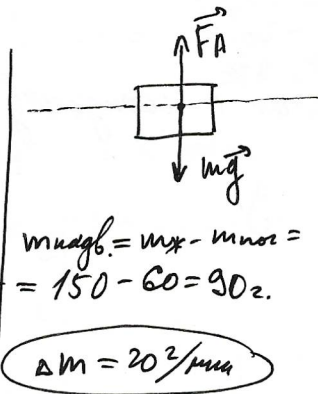
(1152)

Σ1  
 аэропорт А 28 марта 13:00 →  
 аэропорт Б 28 марта 12:00 ←  
 28 марта 16:00 →  
 аэропорт В 29 марта 5:00 ←  
 29 марта 11:00 →  
 аэропорт А 29 марта 12:00 ←

нет пересечений дат,  
 только часовые пояса.  
 23 часа  
 10 часов  
 не считаем

Ответ: 13 часов

Σ2  
 $m_x = 150z$   
 $v_p = 15z/мин.$   
 $v_n = 5z/мин.$   
 $\rho_x = 0,4z/см^3$   
 $\rho_b = 1z/см^3$   
 $m_n = ?$



$F_A = \rho_b \cdot V_{воз} \cdot g$   
 $F_H = m_{каб} \cdot g = \rho_b \cdot V_{воз} \cdot g$   
 $m_x = \rho_b \cdot V_{воз}$   
 $V_{воз} = \frac{m_x}{\rho_b} = 150 см^3$   
 $m_{воз} = V_{воз} \cdot \rho_x = 150 \cdot 0,4 = \frac{150 \cdot 4}{10} = 60z.$

за 1 мин.:

$m_{воз} = \frac{m_x}{\rho_b} \cdot \rho_x$   
 ~~$m_{воз}' = 44z$~~   
 ~~$m_{каб}' = 85z$~~   
 ~~$m_x' = 130z$~~   
 $m_x' = m_x - 20z = 130z.$   
 $m_{воз}' = \frac{130}{1} \cdot 0,4 = 13 \cdot 4 = 52z.$   
 $m_{каб}' = 130 - 52 = 78z.$

за 2 мин.:

$m_x'' = m_x' - 20z = 110z$   
 $m_{воз}'' = \frac{110}{1} \cdot 0,4 = 11 \cdot 4 = 44z.$   
 $m_{каб}'' = 110 - 44z = 66z.$

$m_{воз} - m_{воз}' = 60 - 52 = 8z$   
 $m_{воз}' - m_{воз}'' = 52 - 44 = 8z.$   
 $m_{каб} - m_{каб}' = 90 - 78 = 12z.$   
 $m_{каб}' - m_{каб}'' = 78 - 66 = 12z.$

$\Delta m_{воз} = 8z/мин.$

$\Delta m_{каб} = 12z/мин.$

$t = \frac{m_x}{\Delta m} = \frac{150}{20} = 7,5 мин.$

каб воды; иголка свисает 5z, 7z уходит под воду

$t_{каб} = \frac{m_{каб}}{\Delta m_{каб}} = \frac{90}{12} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5 мин. = t$

[за 7,5 мин. иголка свисит  $m_n = t \cdot v_n = 7,5 \cdot 5 = 37,5z$   
 = 37,5z] Ответ: 37,5z.

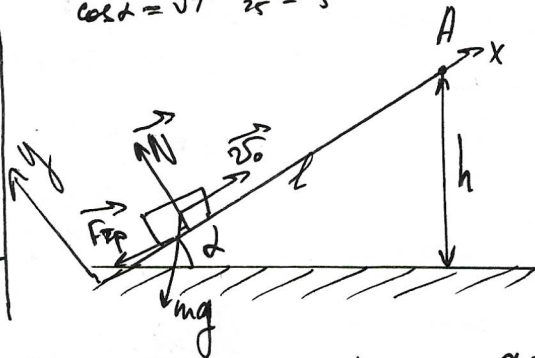
# ЦЕРКОВИК

№3

Дано  
 $h = 0,6 \text{ м}$   
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$   
 $v_0 = 5 \text{ м/с}$   
 $\mu = 0,25$   
 $h_{\text{max}} = ?$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$



$$Ox: ma = N - mg \cos \alpha = 0$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu mg \cos \alpha$$

$$Oy: ma = -F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha$$

$$ma = -\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

скорость в точке A:  $l = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{0,6 \cdot 5}{3} = 1 \text{ м}$

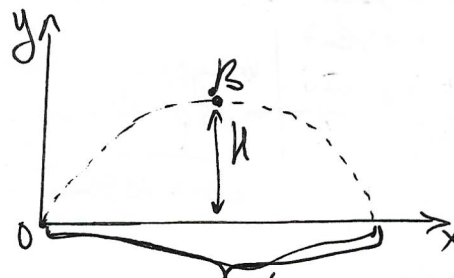
$$a = -g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = -10 \left( \frac{0,25 \cdot 4}{5} + \frac{3}{5} \right) = -10 \left( \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \right) = -8 \text{ м/с}^2$$

$$v_A^2 = v_0^2 + 2al \Rightarrow v_A = \sqrt{25 - 16} = 3 \text{ м/с}$$

от точки A движение как под углом к горизонту:  $= -8 \text{ м/с}^2$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad v_A = \sqrt{2al + v_0^2}$$

$$\begin{cases} v_x = \text{const} = v_A \cos \alpha \\ v_y = v_A \sin \alpha - gt \end{cases} \quad h_{\text{max}} = h + H$$



$$y = v_y \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$v_y t = \frac{gt^2}{2} = v_A \sin \alpha$$

$$T = \frac{2v_A \sin \alpha}{g}$$

$$\begin{cases} v_y = 0 \\ v_A \sin \alpha = gt \\ t = \frac{v_A \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

$$t = \frac{T}{2} \quad T = \frac{2v_A \sin \alpha}{g}$$

$$t = \frac{v_A \sin \alpha}{g} = \frac{v_y}{g}$$

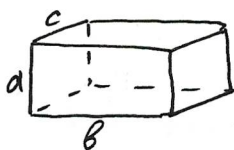
$$H = v_y \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_y^2}{g} - \frac{g v_y^2}{2g^2} = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$h_{\text{max}} = h + \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 0,6 + \frac{9 \cdot 9}{5 \cdot 2 \cdot 10} = 0,6 + \frac{81}{100} = 0,6 + 0,81 = 1,41 \text{ м}$$

1,41 м

Ответ: 1,41 м

№4



$$a + b + c \leq 150 \text{ м}$$

недлинномерные

куб:  $3a \leq 150$   
 $a = 50$

$$\Rightarrow 62,500 \text{ м}^3 = 62,5 \text{ км}^3$$

$$V_{\text{max}} = 125000 \text{ м}^3 \Rightarrow \frac{a^4}{220}$$

длинномерные:  $\rho = 0,5 \text{ т/м}^3$   
 $b \leq 220 \text{ м}$   
 $m_{\text{max}} = ?$

$$b \geq k \cdot \max(a, c)$$

$$k: V_{\text{max}q} > V_{\text{max}o}$$

$$b = 220 \quad a = c \quad k = \frac{a}{220} = \frac{a}{b}$$

$$a = \frac{220}{k} \quad b = k \cdot a$$

$$V_{\text{max}} = b \cdot a^2 = k a^3 =$$

ЦЕРКОВИК

46-07-29-48

(152)

25

Дано:  
 $S_k = 88.8$   
 $a = \frac{g}{4}$

$\frac{P_1}{P_2} = ?$

$P = N$

I:  $ma = N_1 + FA - mg$



I:  $ma = N - mg$

II:  $ma = mg - N$

I:  $N = m(a+g)$   
 II:  $N = m(g-a)$   
 $\frac{N_1}{N_2} = \frac{a+g}{a-g}$

II:  $ma = mg - N_2 - FA$

$v_0 = \frac{m_k}{S_k}$

$FA = S_k \cdot v_{0k} \cdot g = S_k \cdot v_0 \cdot g = \frac{S_k}{S_k} \cdot m_k \cdot g = \frac{m_k g}{8}$

$N_1 = m(a+g) - FA = m(a+g - \frac{g}{8}) = m(\frac{7g}{8} + \frac{g}{8}) = m(\frac{8g}{8})$

$N_2 = m(g-a) - FA = m(g-a - \frac{g}{8}) = m(\frac{7g}{8} - \frac{g}{8}) = m(\frac{6g}{8})$

$\frac{N_1}{N_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$       Ответ:  $\frac{4}{3}$

26

1 сек: 84 мм.

$n \geq 2$  в сек  $\frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)}$  раз  
 чем в предыдущую сек.

$t = 30$  мин.  
 $m = ?$

2 сек:  $\frac{(2+4) \cdot 2}{(2+3) \cdot 1} = \frac{12}{5}$  б  $\frac{5}{12}$  меньше X  $\frac{5X}{12}$

3 сек:  $\frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{21}{12}$  б  $\frac{12}{21}$  меньше  $\frac{5X}{12}$   $\frac{5X}{21}$

$X = 84$  мм.

4 сек:  $\frac{8 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{32}{21}$  б  $\frac{21}{32}$  меньше  $\frac{5X}{21}$   $\frac{5X}{32}$

5 сек:  $9 \cdot 5 = 45$       8 сек:  $12 \cdot 8 = 96$

6 сек:  $10 \cdot 6 = 60$

7 сек:  $11 \cdot 7 = 77$

сек	1	2	3	4	5	6
m	<del>84</del>	$\frac{5X}{12}$	$\frac{5X}{21}$	$\frac{5X}{32}$	45	60

12; 21; 32; 45; 60; 77; 12.8

$m = X + \frac{5X}{12} + \dots + \frac{5X}{(n+4)n} = X(1 + \frac{5}{12} + \frac{5}{21} + \dots + \frac{5}{(n+4)n}) =$   
 $= 5X(\frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{(n+4)n})$

~~$\frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{(n+4)n} = \frac{n^2 + 4n + 4}{5n(n+4)}$~~   
 $n=2: \frac{1}{5} + \frac{1}{12} = \frac{17}{60}$        $n=3: \frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{32} = \frac{136}{480} = \frac{151}{480}$   
 ~~$\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$        $\frac{1}{21} = \frac{1}{7} - \frac{1}{3}$        $\frac{1}{32} = \frac{1}{8} - \frac{1}{4}$~~   
 $\frac{1}{(n+4)n} = (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+4}) \cdot \frac{1}{4}$

# ЦЕРКОВЬ

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 25 \\ \hline 375 \\ + 150 \\ \hline 1875 \end{array}$$

$$m = 5x \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{(n+4) \cdot n} \right) =$$

$$= \frac{5x}{4} \left( \cancel{1} - \frac{1}{5} + \cancel{\frac{1}{2}} - \frac{1}{6} + \cancel{\frac{1}{3}} - \frac{1}{7} + \cancel{\frac{1}{4}} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+4} \right) =$$

$$= \frac{5x}{4} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{n+4} - \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} \right) =$$

$$n = 30 \cdot 60 = 1800$$

$$\frac{1800}{4} = 450$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 484 \\ + 484 \\ \hline 5324 \end{array}$$

$$= \frac{5x}{4} \left( \frac{25}{12} - \frac{1}{1804} - \frac{1}{1803} - \frac{1}{1802} - \frac{1}{1801} \right)$$

$$\left( \frac{1}{1801} + \frac{1}{1802} + \frac{1}{1803} + \frac{1}{1804} \right) \frac{5x}{4} \Rightarrow \frac{5 \cdot 84}{4} = 5 \cdot 21 = 105 = 5 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\frac{105}{1801} < \frac{105}{1800}, \text{ т.е. } \left( \frac{1}{1801} + \frac{1}{1802} + \frac{1}{1803} + \frac{1}{1804} \right) < \frac{4 \cdot 105}{1800} = \frac{420}{1800} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{25}{12} - \frac{7}{30} = \frac{125 - 14}{60} = \frac{111}{60}$$

$$105 \cdot \frac{111}{60} = \frac{777}{4} = 194 \frac{3}{4}$$

Ответ: 194

$$\begin{array}{r} 5324 \overline{) 9} \\ - 45 \quad \overline{) 591} \\ \hline 82 \\ - 81 \quad \overline{) 591} \\ \hline 14 \quad \overline{) 54} \\ - 14 \quad \overline{) 51} \\ \hline 5 \quad \overline{) 45} \\ - 45 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ + 125 \\ \hline 625 \\ - 2 \quad \overline{) 1218} \\ \hline 4 \\ - 4 \\ \hline 35 \\ - 32 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$105 \cdot \frac{25}{12} = \frac{5 \cdot 37}{4} = \frac{875}{4} = 218,75 = 219$$

$$\frac{777}{4} \cdot \frac{4}{194} = \frac{777}{194}$$

Су. продолжение

кеглик:

$$V_{max} = 50^3$$

глин:

$$V_{max} = \frac{a^4}{220} = k \cdot a^3 = k \cdot \frac{220^3}{k^3} = \frac{220^3}{k^2}$$

$$a = \frac{b}{k} = \frac{220}{k}$$

k - max.

$$V_{maxg} > V_{max0}$$

$$\frac{220^3}{k^2} > 50^3$$

$$k^2 < \frac{220^3}{50^3} = \left( \frac{22}{5} \right)^3$$

$$k < \sqrt{\left( \frac{22}{5} \right)^3} \Rightarrow$$

$$V_{maxg} = \frac{220^3}{81} \Rightarrow m = \frac{220^3}{81 \cdot 2} =$$

$$= \frac{22^3 \cdot 10^3}{81 \cdot 2} = \frac{11 \cdot 22^2 \cdot 10^3}{81} = \frac{5324 \cdot 10^3}{81} = 66 \text{ км}^3$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 44 \\ \hline 176 \\ + 176 \\ \hline 1936 \\ \times 44 \\ \hline 176 \\ + 176 \\ \hline 85184 \end{array}$$

$$(4,4)^3 =$$

$$85,184 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 9$$

# ЧИСТОВИК

51

условие:

- A 28.03. 13:00 →
- Б 28.03 12:00 ←
- 28.03 16:00 →
- В 29.03 5:00 ←
- 29.03 11:00 →
- А 29.03 12:00 ←

→ - вылетел  
← - прилетел

С момента вылета самолёта из аэропорта А и до его возвращения прошло 23 часа, 10 из которых он был на земле, всё остальное время самолёт находился в воздухе.  $23 - 10 = 13$  ч. - в воздухе

Ответ: 13 часов

52

Дано:

- $m_x = 150$  г.
- $v_p = 15$  м/мин.
- $v_n = 5$  м/мин.
- $\rho_x = 0,4$  г/см<sup>3</sup>
- $\rho_b = 1$  г/см<sup>3</sup>

$m_n = ?$

$\rho_x < \rho_b \Rightarrow$  жмых в форме кубика будет таять.  
За минуту от кубической  $m_x$  убывает 20 г., сведенных иголкой и рубанком  $\Rightarrow$  жмых будет сведен за  $t = \frac{m_x}{v_p + v_n} = 7,5$  мин.

За это время иголка свесит  $m_n = t \cdot v_n = 7,5 \cdot 5 = 37,5$  г.

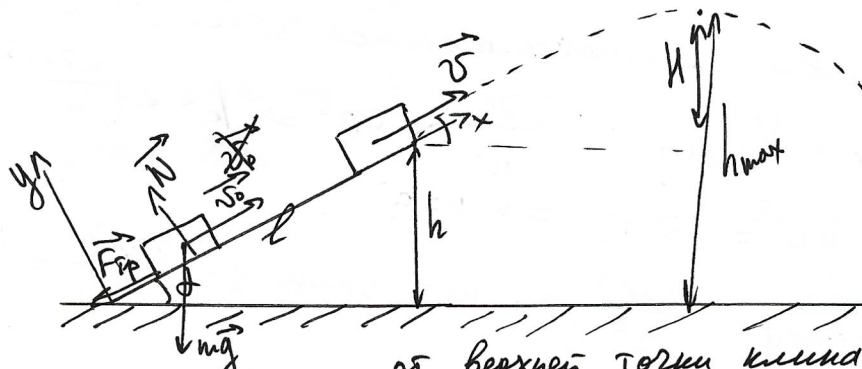
Ответ: 37,5 г.

53

Дано:

- $h = 0,6$  м.
- $\sin \alpha = \frac{3}{5}$
- $v_0 = 5$  м/с
- $\mu = 0,25$

$h_{max} = ?$



$h_{max} = h + H$

$H = \frac{v^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$

от верхней точки клина - движение как у тела, брошенного под углом к горизонту.

$v = \sqrt{2l \cdot a + v_0^2}$ , пусть  $l$  - длина клина по наклонной, тогда  $l = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

по II з. Ньютона:

$Ox: ma = 0 = N - mg \cos \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha, F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$

$Oy: ma = -F_{тр} - mg \sin \alpha \Rightarrow \mu a = -\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$

ЧИСТОВИК

Лист 2

$$a = -g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = -10 (0,25 \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \ominus$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\ominus -10 \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) = -10 \cdot \frac{4}{5} = -8 \text{ м/с}^2 \quad l = \frac{h}{\sin \alpha} = 0,6 \cdot \frac{5}{3} = 1 \text{ м.}$$

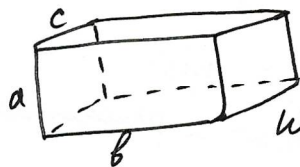
$$v = \sqrt{2 \cdot l \cdot a + v_0^2} = \sqrt{-16 + 25} = 3 \text{ м/с.}$$

$$H = \frac{v^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{9 \cdot 9}{2 \cdot 25 \cdot 10} = \frac{81}{500} = \frac{162}{1000} = 0,162 \text{ м.}$$

$$h_{\max} = h + H = 0,6 + 0,162 = 0,762 \text{ м.}$$

Ответ: 0,762 м

54



Пусть  $b$  - длина,  $a$  - высота,  $c$  - ширина коробки.

Мы помним, что для трехмерной коробки максимальный объем будет достигаться при  $a = b = c$  ( $V_{\max} = a^3$ ), но условие,  $a + b + c \leq 150 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 3a = 150, a = 50 \text{ см, } V_{\max} = 50^3$$

Для трехмерной же:  $b \leq 220$  и  $b \geq k \cdot \max(a, c)$

$\Rightarrow$  максимальный объем достигается при  $b = 220$  и  $a = c$ ,

$$b = k \cdot a \Rightarrow V_{\max g} = b \cdot a^2 = \frac{b^3}{k^2} = \frac{220^3}{k^2}$$

$$a = \frac{b}{k}$$

но условие  $k$  - максимальное целое  $\neq$  равно, это:

$$V_{\max} < V_{\max g}. \quad \frac{220^3}{k^2} > 50^3 \Rightarrow k^2 < \left( \frac{220}{50} \right)^3 = \left( \frac{22}{5} \right)^3$$

$$\left( \frac{22}{5} \right)^3 = (4,4)^3 = 85,184 \Rightarrow k = 9.$$

$$V_{\max g} = \frac{220^3}{9^2} \Rightarrow m = V_{\max g} \cdot 9 = \frac{220^3}{81 \cdot 2} = \frac{11 \cdot 22^2 \cdot 10^3}{81} =$$

$$= 66 \text{ м.}$$

Ответ: 66 м

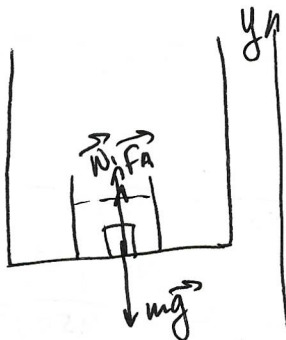
ЧИСТОВИК

Лист 3

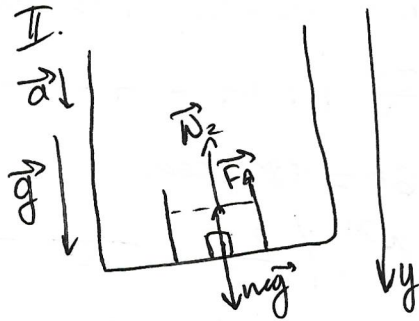
55

Дано:  
 $S_k = 886$   
 $a = \frac{g}{4}$   
 $\frac{P_1}{P_2} = ?$

I.  
 $\vec{a} \uparrow$   
 $\vec{g} \downarrow$



II.  
 $\vec{a} \downarrow$   
 $\vec{g} \downarrow$



I.  $O_y: ma = N_1 + FA - mg$

$FA = S_k \cdot V_{noz} \cdot g = \frac{S_k}{S_k} \cdot mg = \frac{mg}{8}$

$N_1 = m(a+g) - FA$

$N_1 = m(a+g - \frac{g}{8})$

$N_1 = m(\frac{g}{4} + g - \frac{g}{8})$

$N_1 = m \cdot \frac{9}{8}g$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{9}{5}$

Ответ:  $\frac{9}{5}$

II.  $O_y: ma = mg - N_2 - FA$

$N_2 = m(g-a) - FA$

$N_2 = m(g - a - \frac{g}{8})$

$N_2 = m(g - \frac{g}{4} - \frac{g}{8})$

$N_2 = m \cdot \frac{5}{8}g$

$P = N$

56

Дано:

$m_1 = 84 \text{ кг}$

$m_0 = ?$

$t = 30 \text{ мин.}$

$n \geq 2$ : в  $n$  сек в  $\frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)}$  раз меньше вещества чем в  $n-1$  сек.

1 сек:  $84 \text{ кг} = X$

2 сек:  $\frac{12}{5}X$

3 сек:  $\frac{21}{12} \cdot \frac{12}{5}X = \frac{21}{5}X = \frac{12}{21} \cdot \frac{5}{12}X$

рассмотрим  $n$  и  $n+1$  секунду:

$n$  сек:  $\frac{5X}{(n+4)n}$

$n+1$  сек:  $\frac{5X}{(n+4)n} \cdot \frac{(n+4)n}{(n+5)(n+1)} = \frac{5X}{(n+5)(n+1)}$

→ там же в  $5X$  во всех слагаемых одинаков:

$m_0 = X(1 + \frac{5}{12} + \dots + \frac{5}{(n+4)n}) = 5X(\frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{(n+4)n})$

$\frac{1}{(n+4)n} = \frac{1}{4}(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+4}) \Rightarrow m_0 = \frac{5X}{4}(1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+4})$

ИСТОРИЯ

лист 4

смотрим, какие слагаемые остались

$$m_0 = \frac{5x}{4} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{n+4} - \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$n = 30 \cdot 60 = 1800 \text{ сек.}$$

$$m_0 = \frac{5 \cdot 84^{21}}{4} \cdot \left( \frac{25}{12} - \frac{1}{1804} - \frac{1}{1803} - \frac{1}{1802} - \frac{1}{1801} \right) \approx$$

$$\approx 105 \cdot \left( \frac{25}{12} - \frac{4}{1800} \right) = 105 \cdot \left( \frac{25}{12} - \frac{1}{450} \right) = \frac{73}{900} < \frac{1}{2}$$

$$= 105 \cdot \frac{75 \cdot 25 - 2}{900} = 105 \cdot \frac{1873}{900} = 105 \cdot \left( 2 \frac{73}{900} \right) = 210$$

Ответ: 210 мкг.