0 805907 120000

80-59-07-12
(114.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 26А-78

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

Комарова Владимира Константиновича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дешифр

Дата
«28» марта 2026 года

Подпись участника

60

80-59-07-12 (114.1)

Чистовик. Задача № 2. Страница 1.

Для начала: абсолютно неважно, плавает ли кубик в воде или нет. В любой момент некая его часть будет под водой, а некая часть - над водой. Следовательно, птичка и рыбка всегда будут кушать. Очевидно, что птичка съест в 3 раза меньше жмыха, чем рыбка: скорость питания птички в 3 раза меньше скорости питания рыбки. Получаем:

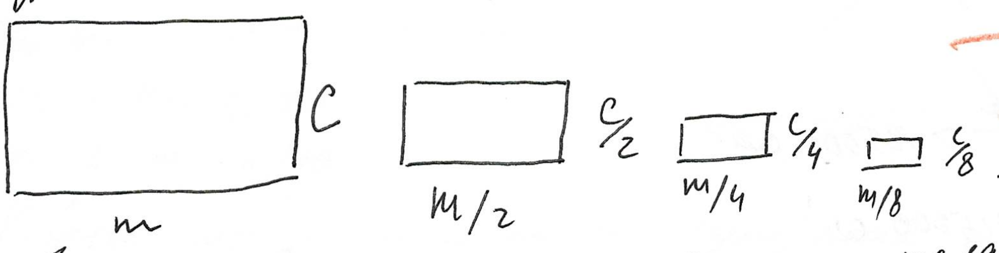
1) Съедят весь кубик птичка и рыбка за 37,5 мин.

2) Птичка съест 37,5 грамм.

Ответ: 37,5 г.

Задача № 3.

Представим теплоёмкость каждого вещества в виде прямоугольника. Одной его стороной будет m, а второй - удельная теплоёмкость c.



Легко видеть, что общая теплоёмкость тела равна $\frac{85}{64} m \cdot c$. Учитывая, что общая $M_{тела} = \frac{15}{8} m$, $C_{тела} = \frac{\cancel{85}^{17} \cdot \cancel{8}^{1}}{{}_{8}\cancel{64} \cdot \cancel{15}_{3}} c = \frac{17}{24} c$.

При $c = 480 \frac{Дж}{кг \cdot K}$ $\frac{17}{24} c = 340 \frac{Дж}{кг \cdot K}$.

Ответ: $C_{тела} = 340 \frac{Дж}{кг \cdot {}^\circ K}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик. Задача №5. Страница 2.

Рассмотрим две силы, которые действуют на кубик.

1) $F_T = mg = \rho_к V g = 8\rho_{H_2O} V g$ ($\rho_к$ - плотность кубика).

2) $F_A = m_{H_2O} g = \rho_{H_2O} V g$.

Так как силы прямо противоположны, то $P = 7\rho_{H_2O} V g$.

Сравниваем: $P_\downarrow = 7\rho_{H_2O} V \frac{3}{4} g$. $P_\uparrow = 7\rho_{H_2O} V \frac{5}{4} g$. Легко видеть, что отношение $P_\uparrow : P_\downarrow = 1\frac{2}{3} = 1,(6)$.

Ответ: $P_\uparrow : P_\downarrow = 1\frac{2}{3} = 1,(6)$.

Задача №4.

Постараемся решить эту задачу с помощью неравенств.

1) Нам известно, что максимальный объём обычной коробки достигается при форме её в виде куба. То есть $V_{max.1} = 125000$ см^3.

2) А $V_{max.длн}$ (максимальный V длинномерной коробки) равен ~~220~~ $\left(\frac{220}{k+2}\right)^2 \cdot \frac{220k}{k+2}$ (две стороны равны, третья в k раз больше каждой).

3) Видим:

$$\left(\frac{220}{k+2}\right)^2 \cdot \frac{220k}{k+2} > 125000 \text{ см}^3$$

$$\left(\frac{220}{k+2}\right)^3 \cdot k > 125000 \text{ см}^3$$

$$\frac{22 \cdot 22 \cdot 22 \cdot 1000 \cdot k}{(k^2+4k+4)(k+2)} > 125000 \text{ см}^3$$

$$\frac{1331000 \cdot k}{k^3+4k^2+4k+2k^2+8k+8} > 125000 \text{ см}^3.$$

$$\frac{1331000 \cdot k \text{ см}^3}{k^3+6k^2+12k+8} > 125000 \text{ см}^3.$$

80-59-07-12 (114.1)

Чистовик. Задача 4. Страница 3.

Умножаем на $(k+2)^3$:

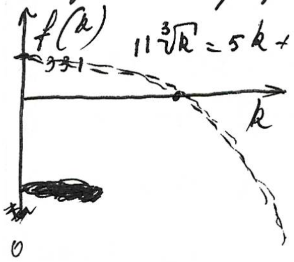
$1331000 \cdot k > 125000(k+2)^3$.

$1331 \cdot k > 125(k+2)^3$.

~~Извлечём корень.~~

Кстати, $k \in N$, т.к. все длины у нас - положительные (иначе и быть не может), а $k \in Z$.

Построим график $f(k) = 1331k - 125(k+2)^3$. Приблизительно.



Найдём абсциссу точки, где $1331k = 125(k+2)^3$. Видно, что это - ~~Е~~ k, при котором $11\sqrt[3]{k} = 5k+10$.

$2,2\sqrt[3]{k} = k+2$.

Пусть $\sqrt[3]{k} = m$. Тогда

$2,2m = m^3+2$.

Мы видим, что все пути решения ведут к уравнению третьей степени. К сожалению, напрямую мы ещё не умеем решать такие уравнения. Придётся подбирать ~~k~~ m.

$m=1$. Нет. $2,2 \ne 3$.

$m=2$. Нет. $4,4 \ne 10$.

Кажется, мы зашли в тупик. Ладно, пока оставим эту задачу. Приступим к ней потом.

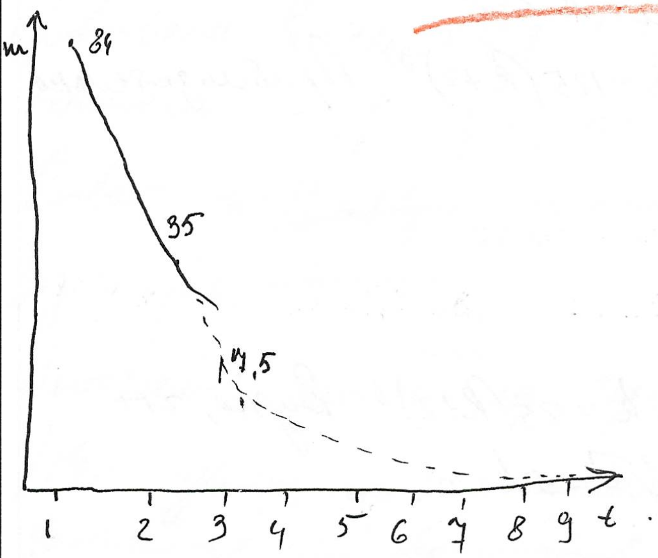
Задача 6.

Построим график зависимости m вещества, полученного в n-ную секунду от n.. стоп. Этот способ действует, если будет так: в каждую следующую и

Черновик. Задача №6. Страница 4.

с'ёту секунду выработано в N раз меньше в-ва, чем в предыдущую секунду. А тут зависимость не простая.

Всё же: построим график для первых 10 секунд.



Видно, что чем дальше вправо, тем меньше полученного вещества. Может, этот фронт и пошатнётся при дальнейшей работе. А пока переходим к задаче №1. Буду пробовать каждую задачу из трёх нерешённых, пока одна не поддастся.

Задача №1.

Эта задача, по-моему, только на вид кажется сложной.

1) Из аэропорта А аэробус вылетел 28 числа в 13:00, а вернулся туда 29 числа в 12:00. Значит, всего он отсутствовал 23 часа.

2) В аэропорту Б аэроплан стоял 4 часа.

3) В аэропорту В самолёт ждал 6 часов.

4) Значит, в воздухе самолёт был 13 часов.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

80-59-07-12 (114.1)

Чистовик. Задача 1. Страница 5.

Ответ: 13 часов.

Задача №4.

Как мы уже установили, придётся перебирать или m, или k. Отступим от всех формул и начнём проверять верхний предел k.

Пусть $k=18$. Почему? Чтобы было удобнее считать.

$V = 121 \cdot 198 \approx 24000$ см^3. Не идёт.

$k = 8 \Rightarrow V = 484 \cdot 176 \approx 100000$ см^3. Не подходит.

$k = 3 \Rightarrow V = 44 \cdot 44 \cdot 132 = 176 \cdot 11 \cdot 132 = 1936 \cdot 132 \approx 200000$ см^3. Подходит.

Значит, $k \in [3; 8)$. Идём далее.

$k = 6$.

$V = 625 \cdot 150 = 31250 + 62500 = 93750$ см^3. Не подходит.

$k = 4$.

$V = 36\frac{2}{3} \cdot 36\frac{2}{3} \cdot 146\frac{2}{3} \approx 130000$ см^3. Подходит.

$k = 5$.

$V = 31\frac{3}{7} \cdot 31\frac{3}{7} \cdot 157\frac{1}{7} \approx 142000$ см^3. Подходит.

$k = 5$.

Теперь это установлено научно. Теперь для подстраховки найдём точный V.

$V = 31\frac{3}{7} \cdot 31\frac{3}{7} \cdot 157\frac{1}{7} = \left(\frac{220}{7}\right)^2 \cdot \frac{220}{7} \cdot 5 = \left(\frac{220}{7}\right)^3 \cdot 5 = \frac{1331000}{343} \cdot 8 \cdot 5 =$

$= \frac{53240000}{343} = 126064\frac{58}{343}$.

$$\begin{array}{l|l} 53240000 & 343 \\ -2080 & 126064 \\ \underline{2058} & \\ \quad -2200 & \\ \quad \underline{2058} & \\ \qquad -1420 & \\ \qquad \underline{1372} & \\ \qquad\quad 58 & \end{array}$$

Собственно говоря, не обязательно было высчитывать

Чистовик. Задача 4. Страница 6.

объём с такой точностью. Но теперь уже точно нельзя будет ошибиться при округлении.

$$m_к = V \cdot \rho_к = 63032\frac{29}{343} \approx 2. = 63 \text{ кг.}$$

Ответ: 63 кг.

Задача 6.

Приступим к последней задаче и будем биться ~~с~~ о неё до конца олимпиады. Авось, сломается она.

Попробуем преобразовать $\frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)}$. Во всевозможные варианты.

$$\frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)} = \frac{((n+3)+1)n}{(n+3)(n-1)} = \frac{(n+3)n+n}{(n+3)(n-1)} = \frac{(n+3)n+n}{(n+3)n-n-3} = \frac{n^2+4n}{n^2+2n-3} =$$

$$= \frac{\cancel{n^2+4n}\ (n+4)n}{((n+4)-1)(n-1)} = \frac{(n+4)n}{(n+4)n-n-n-3}.$$

Увы, ни одна из комбинаций не изменит нелинейности этого выражения.

Будь в моём распоряжении компьютер, я бы за пять-десять минут сварганил бы программу, которая бы выдала результат. Но компьютера нету, а я сам не могу (пока что) самостоятельно докопаться до сути.

Дешифр

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!