



0 914567 670005

91-45-67-67  
(117.1)



# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9-10 классы; 26А-910

Выход: 13:53 - 13:57  
Зайца

Место проведения Ульяновск  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов

наименование олимпиады

по механике и математическому моделированию  
профиль олимпиады

Садриевой Малики Робертовны

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«28» МАРТА 2026 года

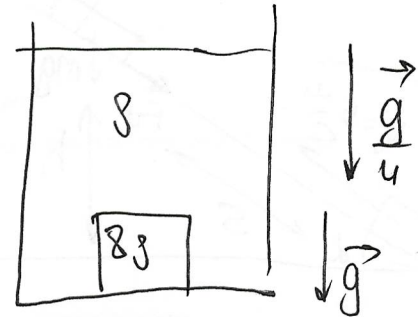
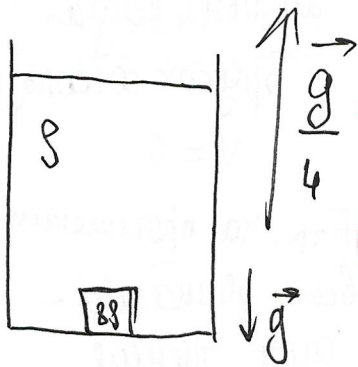
Подпись участника

М. Садриева

91-45-67-67  
(117.1)

Чистовик *А.И.И.*  
Задача 5.

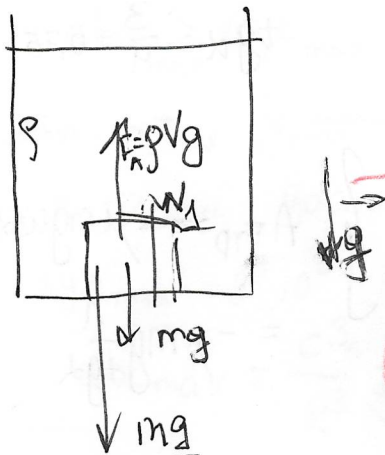
$\rho$  - плотность воды  
 $V$  - объем кубика



Перейдем в ИКСО  
движущуюся с  $\frac{g}{4}$  вверх.  
так <sup>на</sup> систему, рассматриваемую  
как в СО Земли действуют  
силы инерции направленные  
противоположно вектору ускорения

В ИКСО  $\downarrow \frac{g}{4}$

$$m = 8\rho V$$



$$|P_2| = |N_2|$$

$$N_2 + F_A + \frac{mg}{4} = mg$$

$$N_2 = 8\rho Vg - \frac{8\rho Vg}{4} - \rho Vg$$

$$N_2 = 5\rho Vg$$

$$P_2 = 5\rho Vg$$

$$|P_1| = |N_1|$$

~~$$P = mg$$~~

$$N_1 + F_A = mg + \frac{mg}{4}$$

$$N_1 = 8\rho Vg + \frac{8\rho Vg}{4} - \rho Vg = 9\rho Vg$$

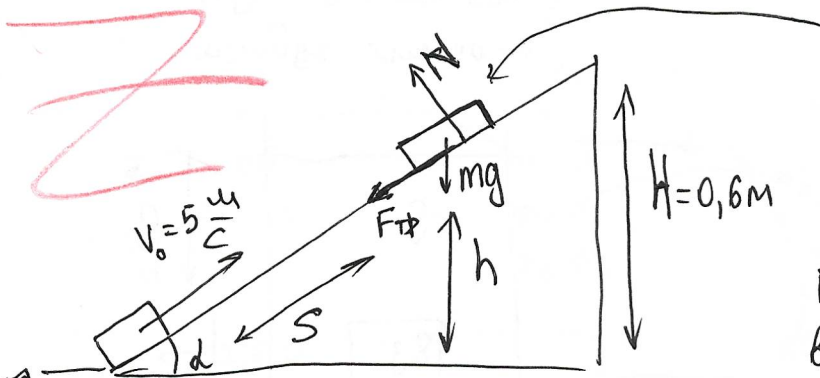
$$P_1 = 9\rho Vg$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{9\rho Vg}{5\rho Vg} = \frac{9}{5} = 1,8$$

$$\text{Ответ: } \frac{P_1}{P_2} = 1,8$$

Задача 3

Чистовик



Момент когда  
брусок соскользнет  
 $v = 0$

$F_{тр}$  на протяжении  
всего движения -  
сила трения  
скольжения  
 $|F_{тр}| = \mu N$   
направлена вверх по  
клинку, против  
направления вектора  
скорости

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4} = 0,75$$

Пусть максимальная высота  
на которую поднимется тело  $h$   
нуль потенциальной энергии

Запишем ЗСЭ

$$\frac{mv_0^2}{2} + A_{F_{тр}} = mgh$$

$$A_{F_{тр}} = \overleftarrow{\mu N S}$$

↑  
против  
скорости

$$\frac{h}{S} = \sin \alpha \Rightarrow S = \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$A_{F_{тр}} = \mu mg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} = -\mu mg \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} - \mu mg \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} = mgh$$

$$h \left( g + \frac{\mu g}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = \frac{v_0^2}{2}$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g \left( 1 + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right)}$$

$$h = \frac{25 \frac{\text{м}^2}{\cancel{\text{с}^2}}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\cancel{\text{с}^2}} \left( 1 + \frac{0,25}{0,75} \right)} = \frac{25^{\frac{5}{2}} \text{ м}}{20 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{75}{16} \text{ м}$$

Задача 3 (продолжение)

Чистови к

 $h > H \Rightarrow$  брусок соскользнет когда достигнет  $H=0,6\text{ м}$ Ответ:  $H=0,6\text{ м}$ 

Задача 4

Пусть параметры обочной коробки  $x, y, z$ 

$$x+y+z \leq 150$$

и параметров габаритной  $a, b, c$  ( $c \gg b \gg a$ )

$$c \leq 220$$

$$\left. \begin{array}{l} c \geq kb \\ b \geq ka \end{array} \right\} c \geq k^2 a$$

$$abc \underset{\text{max}}{\geq} xyz \underset{\text{max}}$$

Чтобы  $m \rightarrow \text{max}$ ,  $V_{\text{max}} = abc_{\text{max}} \rightarrow \text{max}$ . $xyz_{\text{max}}$  достигается где  $x=y=z=50$ 

$$xyz_{\text{max}} = 5^3 \cdot 10^3$$

$$abc_{\text{max}} = \frac{c^3}{k^3} \ll \frac{22^3 \cdot 10^3}{k^3}$$

$$\frac{22^3 \cdot 10^3}{k^3} \geq 5^3 \cdot 10^3 \Rightarrow 5^3 k^3 \leq 22^3 \Rightarrow k^3 \leq \frac{22^3}{5^3}; k \leq \frac{22}{5}$$

 $k$  - максимальное целое  $k_{\text{max}} = 4$ 

$$\text{Так } V = abc = \frac{c^3}{k^3} = \frac{220^3 \text{ см}^3}{4^3} = \frac{(2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5)^3}{2^6} = (11 \cdot 5)^3 = 55^3 \text{ см}^3$$

$$m = \rho V = 0,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 55^3 \text{ см}^3 = 83,2 \text{ кг}$$

Ответ: 83 кг

Чистовик

Задача 2

 $m$  - масса ишыха

$$\rho_{\text{иш}} = 0,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$m = 150 \text{ г}$$

 $V$  - объем ишыха

$$m_{\text{иш}} = \rho V_{\text{иш}} \rho$$

$$\rho V_{\text{иш}} = \rho_{\text{иш}} V$$

$$V_{\text{иш}} = 0,4 V$$

Заметим, что в любой момент времени под водой будет 0,4 объема ишыха  $\Rightarrow$  в любом случае и рыба и птица будут что-то есть

Их общее

скорость передвижения  $15 + 5 = 20 \frac{\text{г}}{\text{мин}}$ 

$$150 \text{ г} = 20 \frac{\text{г}}{\text{мин}} \cdot t, \text{ где } t \text{ - время передвижения}$$

$$t = 7,5 \text{ мин}$$

$$m_{\text{птица}} = 7,5 \text{ мин} \cdot 5 \frac{\text{г}}{\text{мин}} = 37,5 \text{ г}$$

Ответ: 37,5 г
---------------

Чистовик

## Задача 1

Пусть если время в аэропортах соотносится  
следующим образом

$$A \quad n+y:00$$

$$B \quad n+x:00$$

$$B \quad n:00$$

~~11 < x, y < 11~~ ~~Музыка~~

$a$  - время полета  $A-B$

$b$  - время полета  $B-B$

$a+b$  - время полета  $A-B$

Вылетел	Прибыл	Время полета
13:00 (A) $13 = n_1 + y$	12:00 (B) $12 = n_1 + x + a$ $12 = 13 - y + x + a$	$a = y - 1 - x$
16:00 (B) $16 = n_2 + x$	29:00 (B) $29 = n_2 + b$ $29 = 16 - x + b$	$b = 13 + x$
11:00 (B) $11 = n_3$	12:00 (A) $12 = n_3 + a + b + y$ $1 - y = a + b$	$a + b = 1 - y$

$$\text{Найти } 2(a+b) = 2(1-y) = 2 - 2y = 13$$

$$a+b = a+b$$

$$y - 1 - x + 13 + x = 1 - y$$

$$12 + y = 1 - y$$

$$2y = -11$$

Ответ: 13 часов

Чистовик

Задача 6

т.к. образуется вещества в  $\frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)}$  раз меньше,  
то количество образовавшегося (если на предыдущей  
секунде было  $x$ )  $\frac{x(n+3)(n-1)}{(n+4)n}$  -  $n$ -ная секунда

$$n+1 \text{ сек } \frac{x(n+3)(n-1) \cdot \frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)}}{(n+4)n(n+5)(n+1)} = x \frac{(n+3)(n-1)}{(n+5)(n+1)}$$

Всего кол-во вещества в ходе эксперимента  
можно рассчитать следующим образом

$$\begin{aligned} & \text{секунда (1)} \quad (2) \quad (3) \quad (4) \\ & 84 + 84 \frac{(2+3)(2-1)}{(2+4)2} + \frac{84(2+3)(2-1)(2+4)2}{(2+4)2 \cdot (2+5)(2+1)} + \frac{84 \cdot (2+3)(2-1)(2+5)(2+1)}{(2+5)(2+1)(2+6)(2+2)} + \dots \\ & + 84 \frac{(2+3)(2-1)}{(2+7)(2+3)} + 84 \frac{(2+3)(2-1)}{(2+8)(2+4)} + \dots + 84 \frac{(2+3)(2-1)}{(2+4+1800-2)(2+1800-2)} = \end{aligned}$$

$$= 84 (2+3)(2-1) \left( \frac{1}{(2+3)(2-1)} + \frac{1}{(2+4)2} + \frac{1}{(2+5)(2+1)} + \frac{1}{(2+6)(2+2)} + \dots \right)$$

$$\frac{1}{1804 \cdot 1800} = 84 \cdot 5 \left( \frac{1}{5 \cdot 1} + \frac{1}{6 \cdot 2} + \frac{1}{7 \cdot 3} + \frac{1}{8 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{1804 \cdot 1800} \right) =$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 \left( \frac{1}{5 \cdot 1} + \frac{1}{6 \cdot 2} + \frac{1}{7 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{1}{9 \cdot 5} + \frac{1}{10 \cdot 6} + \frac{1}{11 \cdot 7} + \frac{1}{12 \cdot 8} + \dots \right)$$

$$+ \frac{1}{13 \cdot 9} + \frac{1}{14 \cdot 10} + \frac{1}{15 \cdot 11} + \frac{1}{16 \cdot 12} + \frac{1}{17 \cdot 13} + \frac{1}{18 \cdot 14} + \frac{1}{19 \cdot 15} + \frac{1}{20 \cdot 16} + \dots = 157$$

Ответ: 157

Черновик

1	84
2	<del><math>\frac{84 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2}{5 \cdot 1}</math></del>
3	<del><math>\frac{84 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3}{5 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 2}</math></del>
4	<del><math>\frac{84 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3}{5 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 2} \cdot 8 \cdot 4</math></del>

1	84
2	$\frac{84 \cdot 5}{6 \cdot 2}$
3	$\frac{84 \cdot 5}{6 \cdot 2}$

$$\frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n}$$

Всего у нас сек

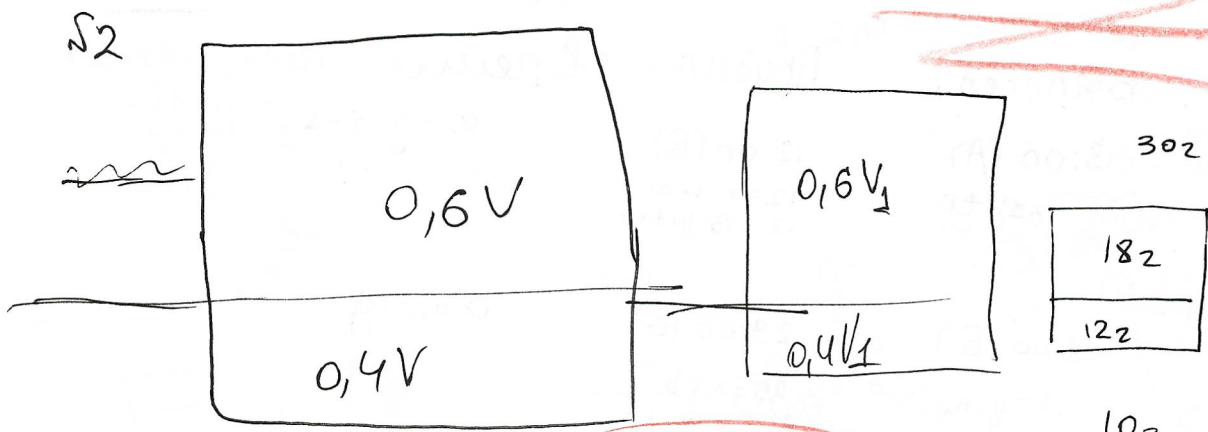
$$\frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n} \cdot \frac{(n+4)n}{(n+5)(n+1)} \cdot \frac{(n+5)(n+1)}{(n+6)(n+2)} \cdot \frac{(n+6)(n+2)}{(n+7)(n+3)} \cdot \frac{(n+7)(n+3)}{(n+8)(n+4)} \cdot \frac{(n+8)(n+4)}{(n+9)(n+5)}$$

2                      3                      4                      180

$$84 + \frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n} \left( 1 + \frac{(n+4)n}{(n+5)(n+1)} \left( 1 + \frac{(n+5)(n+1)}{(n+6)(n+2)} \left( 1 + \dots \right) \right) \right)$$

30

Черновик



$102 = 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ МИН}$   
 $\frac{1}{4} \cdot 10 = 2,52$

$\frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n}$

$n=2$   
 $\frac{24 \cdot 5}{2 \cdot 8} = 35$

$\frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n}$

$n=3$   
 $\frac{84(n+3)^2(n-1)^2}{(n+4)^2 n} = \frac{35 \cdot 8 \cdot 2}{7 \cdot 3} = 20$

$n=4$   
 $\frac{20 \cdot 7 \cdot 3}{8 \cdot 4} = \frac{105}{8} = \frac{52,5}{4} = 13$

$n=5$   
 $\frac{105 \cdot 7 \cdot 3}{8 \cdot 8 \cdot 4} = \frac{7 \cdot 4}{3} = 9$

$n=6$   
 $\frac{7 \cdot 9 \cdot 3}{8 \cdot 9 \cdot 5} = 7$

$n=7$   
 $\frac{4 \cdot 10 \cdot 6}{11 \cdot 7} = 5$

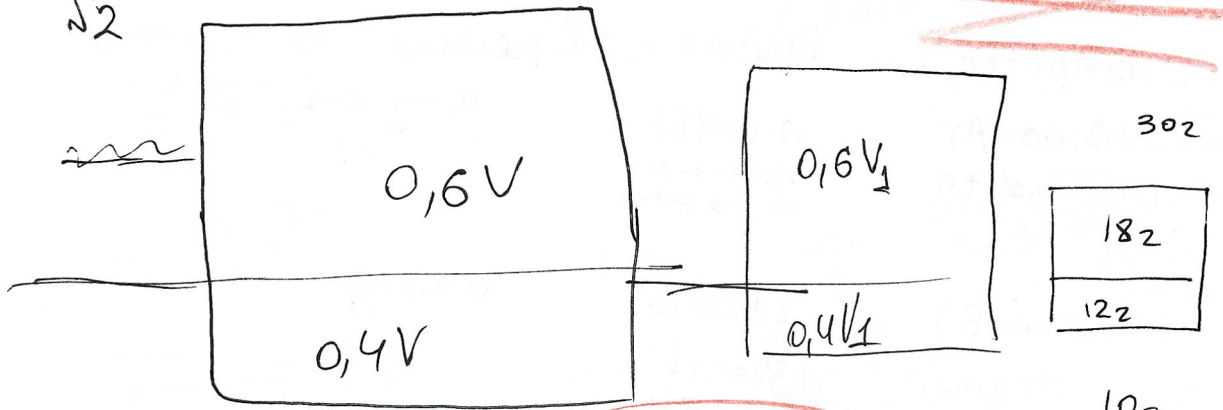
$n=8$   
 $\frac{10 \cdot 8 \cdot 7}{12 \cdot 8} = \frac{35}{8} = 4$

$n=9$   
 $\frac{10 \cdot 6}{12 \cdot 8} \cdot 7 \cdot 12 \cdot 8$   
 $12 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 9$

35	104	
	+ 13	
-----		
211	7	
x 84	126	
5		
-----		
420	135	
84	2	142
42	2	
21	3	147
7	7	+ 4
-----		151

Черновик

$\sqrt{2}$



302

182
122

102

62
42

$102 = 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ МИН}$

$\frac{1}{4} \cdot 10 = 2,52$

$\frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n}$

$n=2 \quad \frac{4 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 3,5$

$\frac{84(n+3)(n-1)}{(n+4)n}$

$n=3 \quad \frac{84(n+3)^2(n-1)^2}{(n+4)^2 n} = \frac{35 \cdot 8 \cdot 2}{7 \cdot 3} = 20$

$n=4 \quad \frac{20 \cdot 7 \cdot 3}{8 \cdot 4} = \frac{105}{8} = \frac{52,5}{4} = 13$

$n=5 \quad \frac{105 \cdot 7 \cdot 3}{9 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 4}{3} = 9$

$n=6 \quad \frac{7 \cdot 9 \cdot 3}{10 \cdot 8} = 7$

$n=7 \quad \frac{4 \cdot 10 \cdot 6}{11 \cdot 7} = 5$

$n=8 \quad \frac{10 \cdot 8 \cdot 7}{12 \cdot 8} = \frac{35}{8} = 4$

$n=9 \quad \frac{10 \cdot 6}{12 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 9}$

$35 \quad 104$   
 $+ 13$

$2 \quad 11 \quad 7$   
 $\times 84 \quad 126$   
 $\frac{5}{420} \quad 135$

$84 \quad 2 \quad 142$   
 $42 \quad 2 \quad 147$   
 $21 \quad 3 \quad 147$   
 $7 \quad 7 \quad 147$   
 $151$

Черновик

Вылетел

13:00 (A)

$$13 = y + n$$

16:00 (B)

$$16 = y + n_1$$

11:00 (B)

$$11 = n_3$$

Прибыл

12:00 (B)

$$12 = n + x + a$$

$$12 = 13 - y + x + a$$

29:00 (B)

$$29 = n_1 + b$$

$$29 = 16 - y + b$$

$$13 + y = b$$

12:00 (A)

$$12 = n_3 + x + a + b$$

Время

$$a = y - x - 1$$

$$b = 13 + y$$

$$a + b = 1 - x$$

$$2y - x + 12 = 1 - x$$

$$2y = -11$$

$$y = -\frac{11}{2}$$

Если в момент времени

B

A

~~n:00~~

n+y:00

B

~~n-x:00~~

n+x:00

B:

n+y

n:00

$$2(a+b) = (2y + 12 - x + 1 - x) \cdot 2 - 2x$$

$$0,5 \cdot \frac{220^3}{4^3} = \frac{(2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5)^3}{2^6} = \frac{(2^2 \cdot 11 \cdot 5)^3}{2^6} = (11 \cdot 5)^3 \cdot 0,5$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 55 \\ \hline 275 \\ + 275 \\ \hline 3025 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 3025 \\ 55 \\ \hline 15125 \\ + 15125 \\ \hline 166375 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 166375 \overline{) 2} \\ \underline{183187,5} \end{array}$$

Черновик

$$\begin{array}{r} n^2+4n \quad | \quad n^2+2n-3 \\ - n^2+2n-3 \\ \hline 2n+3 \end{array}$$

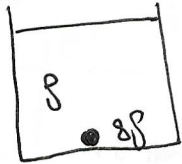
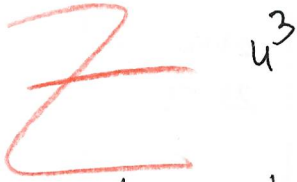
$$\frac{(n+4)n}{(n+3)(n-1)} = \frac{n^2+2n-3}{n^2+4n} = n^2+4n$$

$n=2$

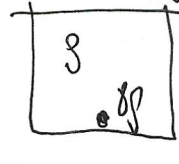
$$\frac{6 \cdot 2}{5} = \dots$$

$$10 = n_2 + x$$

$$4 + 8 = 23 = n_2 + x$$



$$\uparrow \frac{g}{4}$$



$$4 \cdot 2 = 8$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$4 \cdot 4 = 16$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

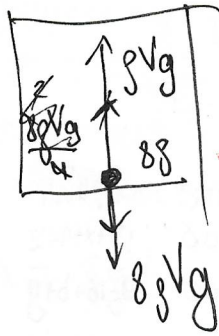
$$4 \cdot 6 = 24$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$\frac{10748000}{26862000} \cdot \frac{4}{4}$$

В)  $u \ll c \ll \lambda$



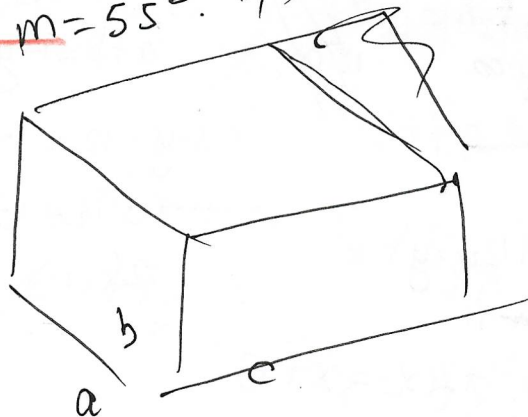
$$\frac{26862000}{26} = 1033153.8$$

$$\frac{15500}{162} = 95.679$$

$$\frac{15538}{162} = 95.913$$

$$V = \dots$$

$$m = 55^3 \cdot 0,5$$



$$k^3 = \frac{22^3}{5^3}$$

$$k = \frac{22}{5}$$

$$k_{max} = 4$$

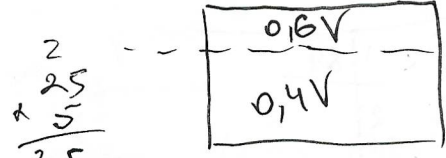
$$P = 9pVg$$

$$\begin{array}{r} 15125 \\ \times 15125 \\ \hline 166375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3025 \\ \times 55 \\ \hline 15125 \end{array}$$

$$a + b + c \leq 150$$

$$x + y + z$$



$$125000$$

$$x=50$$

$$y=50$$

$$z=50$$

$$53 \cdot 10^3$$

$$125000$$

$$c \leq 220$$

$$c \geq kb \geq k^2a$$

$$b \geq ka$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 55 \\ \hline 275 \\ + 275 \\ \hline 3025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3025 \\ \hline 5 \\ \hline 15125 \end{array}$$

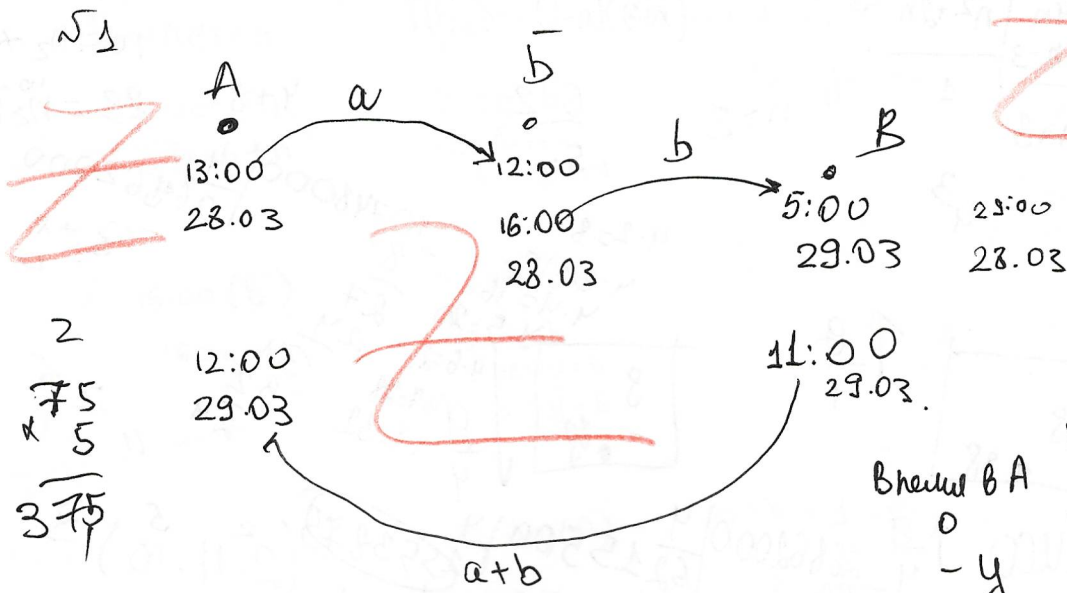
$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 484 \\ \hline 968 \\ + 44 \\ \hline 10748 \end{array}$$

$$xyz = a \cdot b \cdot c = k^2a \cdot a \cdot ka = k^3a^3$$

$$\frac{c}{k^2} \cdot \frac{c}{k} = \frac{c^2}{k^3}$$

$$125000 = \frac{10748000}{k^3}$$

Черновик



$$\begin{array}{r} 2 \\ 75 \\ \times 5 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Время в А} & \text{В} \\ 0 & y \\ -y & 0 \end{array}$$

Время местное в аэропорте А 13:00

$$12:00 = 13 + x + a$$

Б 13 + x : 00

В 13 + y : 00

Вылетел  
13:00  
16:00  
~~11:00~~  
11 + y : 00

Прибыл  
~~12 + x : 00~~  
~~28 + y : 00~~  
12:00

Время  
a = x - 1  
b = 13 + y  
a + b = 1 - y

Вылет Прибыл Время  
13:00 13 + x + a = 12 a = -1 - x  
16:00 29 = 16 + b + y b = 13 - y  
11:00 12 = 11 - y + b + a b + a = 1 + y

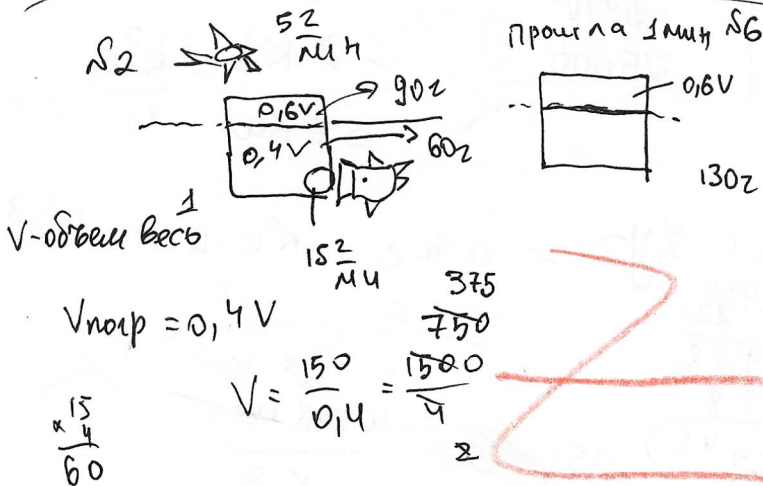
$$x + y + 12 = 1 - y$$

$$12 - x - y = 1 + y$$

$$11 = x + 2y \quad 2y = 11 - x$$

$$\begin{aligned} 2(a+b) &= 2(12+x+y) = \\ &= 2y + 24 + 2x = x + 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(a+b) &= \frac{1}{a}(12-x-y) = \\ &= 24 - 2x - 11 + x = \\ &= 13 - x \end{aligned}$$



1	84
2	