



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

+1 мест Т.Темин -
+1 мест ~~Т.Темин~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

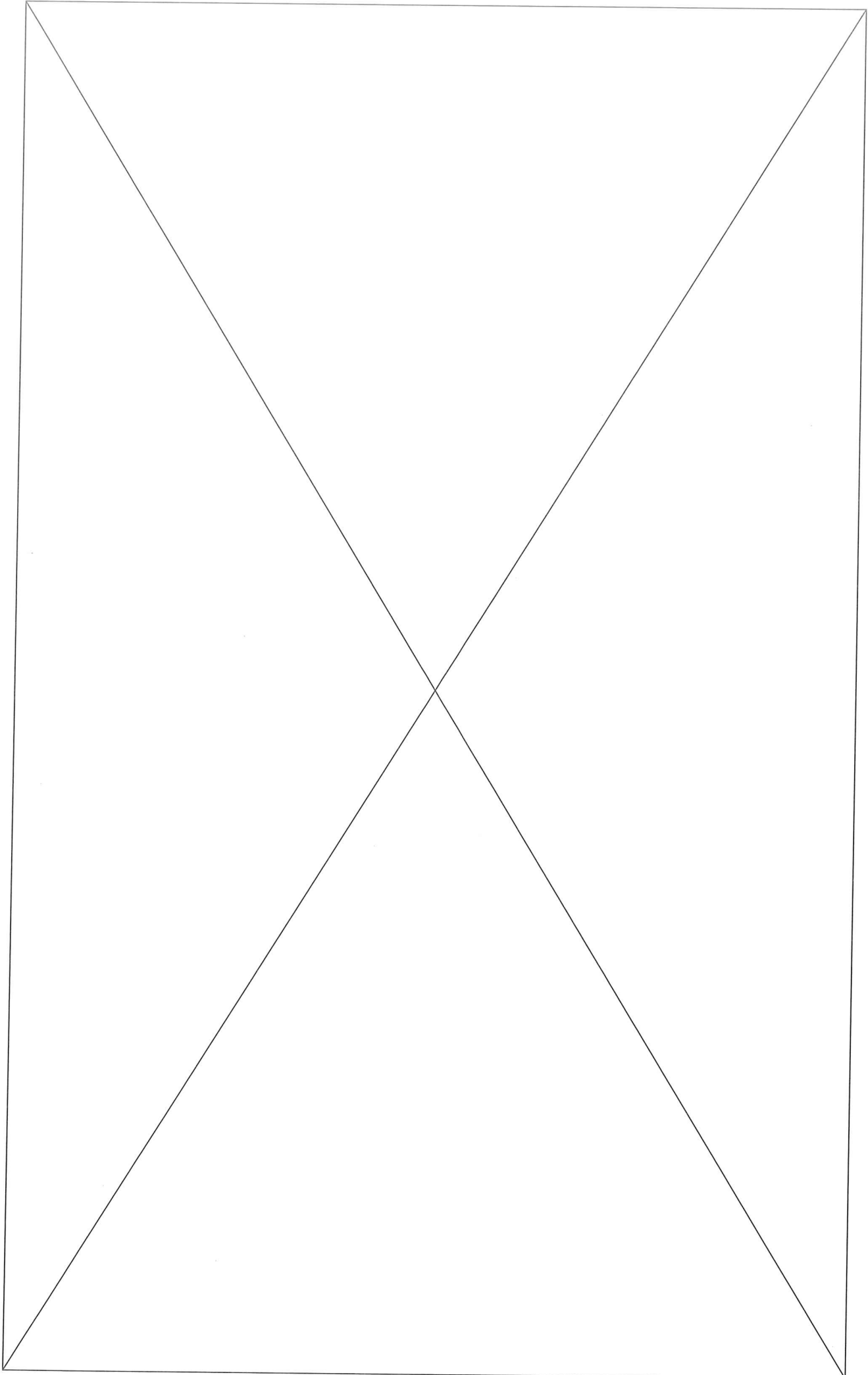
Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

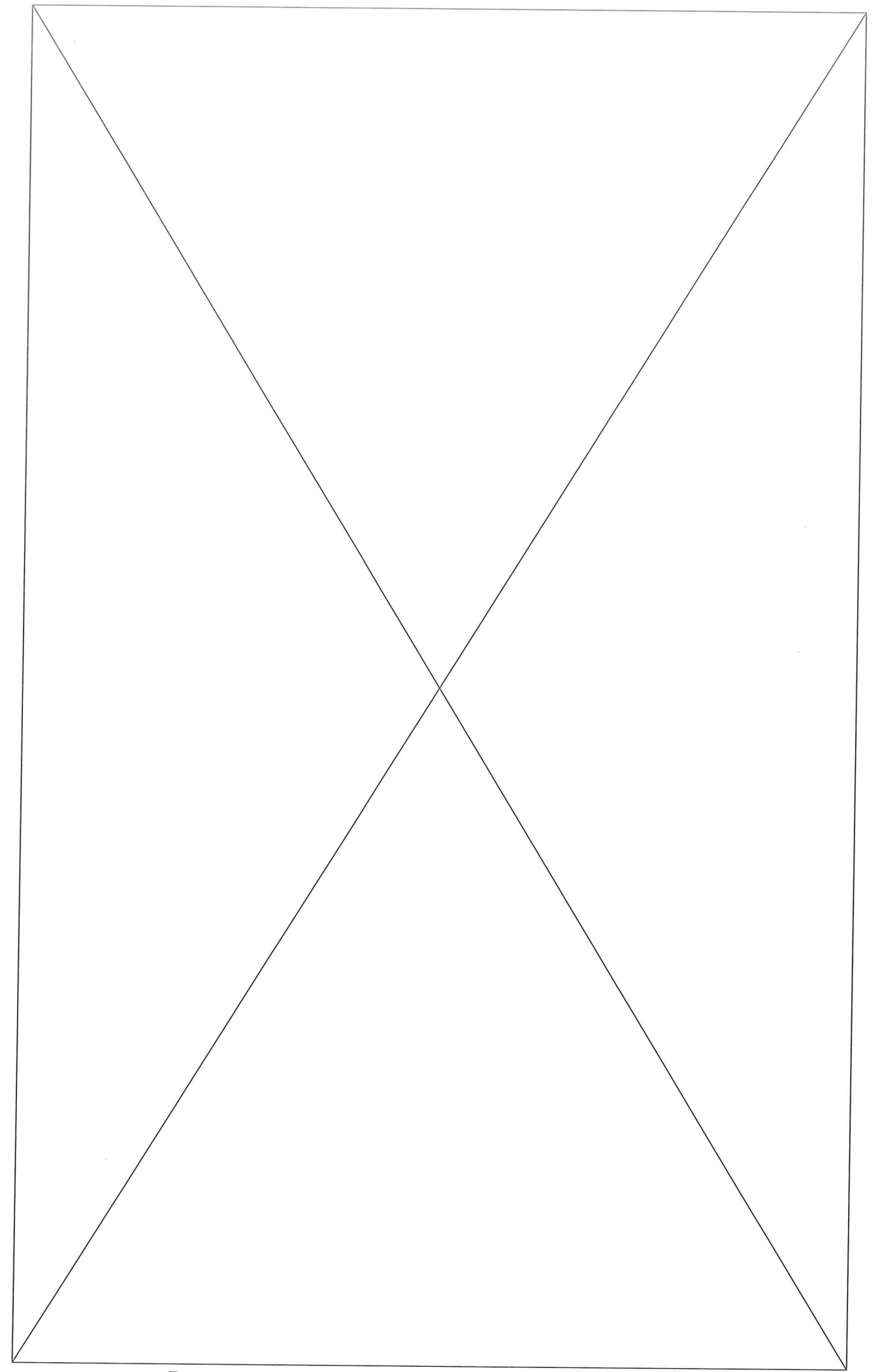
Глухова Дмитрия Олеговича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«13» февраля 2026 года

Подпись участника
[Подпись]

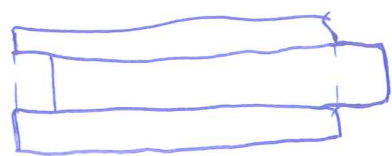
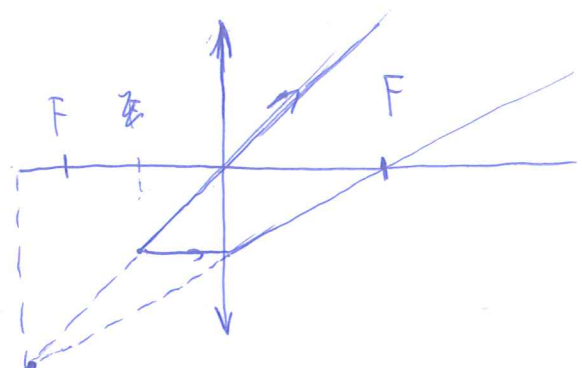
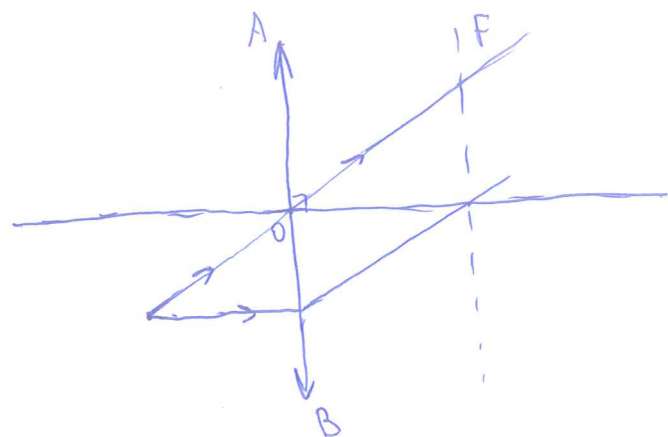


Выполнять задания на титульном листе запрещается!



Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Черновик



$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 3} \\ \underline{24} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

$\sqrt{5}$

$$W_0 = \frac{qv^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$$W_0 = \frac{q^2}{2C}$$

$$W_0 = \frac{q^2}{2C}$$

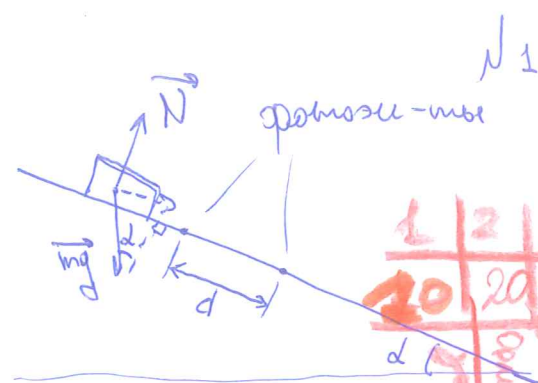
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 l^2}$$

$$U = \frac{q^2 d}{\epsilon\epsilon_0 l^2}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon\epsilon_0 l^2}{d}$$

86-69-91-32 (3.15)

Черновик



1	2	3	4	5	$\Gamma_1 = 2c$
20	20	19	20	20	85
					$\Gamma_2 = 1c$

Пусть d - расстояние между фотоземлемерами.

t_0 - момент, когда брусок начинает перекрывать 1-ый фотоземлемер, v_0 - скорость в момент t_0 .

На брусок на наклонной пов-сти действуют только силы mg и N . Движение бруска постоянно и равно $g \sin \alpha$, а направлено по направлению движения, т.к.

Изн. высоты в проекции на OX:

$$mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g \sin \alpha$$

Запишем уравнения движения на ось X:

$$v_0 \Gamma + \frac{g \sin \alpha \cdot \Gamma^2}{2} = d \quad \text{- ширина 1-го эл-та}$$

$$v_0 \Gamma_1 + \frac{g \sin \alpha \cdot \Gamma_1^2}{2} = l \quad \text{- ширина 2-го эл-та}$$

В начале перекрываете второго эл-та брусок имел скорость $v_0 + g \sin \alpha \cdot \Gamma = v_1$ (продолж. на след. стр.)

~~$V_1 \tau_2 + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_2^2}{2} = l$~~ - ^{листочки} ~~наимый проезд 2~~ _{эи-та}

Перепишем сис-му уравнений:

$V_0 \tau + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau^2}{2} = d$ - ~~опишем~~ ^{опишем} это ур-ние

$V_0 \tau_1 + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_1^2}{2} = l$ (1)

$V_1 = V_0 + g \sin \alpha \cdot \tau$ (2)

$V_1 \tau_2 + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_2^2}{2} = l$ (3)



~~(2) → (3):~~

$(V_0 + g \sin \alpha \cdot \tau) \tau_2 + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_2^2}{2} = l$ (4)

(1) - (4):

$V_0 \tau_1 + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_1^2}{2} - V_0 \tau_2 - g \sin \alpha \cdot \tau \cdot \tau_2 - \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_2^2}{2} = 0$

$V_0 (\tau_1 - \tau_2) = g \sin \alpha \left(\frac{\tau_2^2}{2} + \tau \cdot \tau_2 - \frac{\tau_1^2}{2} \right)$

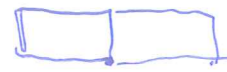
$V_0 = \frac{g \sin \alpha \left(\frac{\tau_2^2}{2} + \tau \cdot \tau_2 - \frac{\tau_1^2}{2} \right)}{\tau_1 - \tau_2} \rightarrow (1):$

$\frac{g \sin \alpha \left(\frac{\tau_2^2}{2} + \tau \cdot \tau_2 - \frac{\tau_1^2}{2} \right)}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \tau_1 + \frac{g \sin \alpha \cdot \tau_1^2}{2} = l$

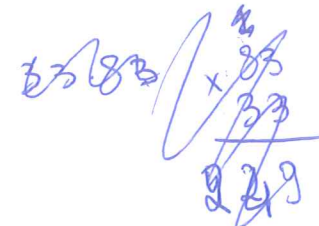
$l = g \sin \alpha \left(\left(\frac{\tau_2^2}{2} + \tau \cdot \tau_2 - \frac{\tau_1^2}{2} \right) \cdot \tau_1 + \frac{\tau_1^2}{2} \right) \textcircled{=}$

(прод. на след. листе)

Черновик



N_2



$$\begin{array}{r} \times 83 \\ \times 33 \\ \hline + 249 \\ 249 \\ \hline 2739 \end{array}$$

~~$2739 \times 273 = 273^2$~~

$$\begin{array}{r} \times 3612,3 \\ \times 23 \\ \hline + 108369 \\ 72246 \\ \hline 830829 \end{array}$$

2739

913

$$\frac{2739 \cdot 91}{23 \cdot 18} = \frac{913 \cdot 91}{23 \cdot 6}$$

$$\begin{array}{r} 1 \times \\ \times 913 \\ \times 91 \\ \hline 913 \\ + 8217 \\ \hline 83083 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83083 \overline{) 23} \\ - 69 \\ \hline - 140 \\ 138 \\ \hline 28 \\ - 23 \\ \hline 53 \\ - 46 \\ \hline 70 \\ - 69 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3612,3 \\ - 36 \\ \hline 042 \\ - 12 \\ \hline 030 \\ - 30 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 6 \\ 602,05 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 69 \\ \hline 31 \end{array}$$



Линза повернута на угол α , \Rightarrow угол Истинное

$$F_1OB = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle OF_1B = \alpha.$$

Найдём нынешнее расстояние оптического центра до линзы d :

$$d = F \cdot \cos \alpha, \text{ при этом параше при } F \text{ линза сохранилась}$$

Запишем уравнение тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

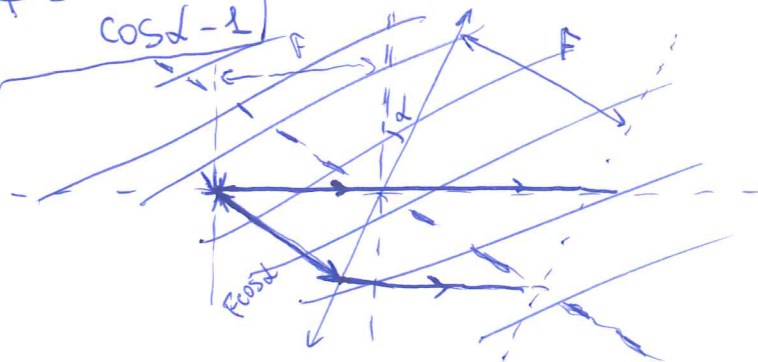
f - расстояние от линзы до изображения.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F \cdot \cos \alpha} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{F \cdot \cos \alpha}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} \left(1 - \frac{1}{\cos \alpha} \right) = \frac{1}{F} \left(\frac{\cos \alpha - 1}{\cos \alpha} \right) = \frac{\cos \alpha - 1}{F \cos \alpha}$$

$$f = \frac{F \cos \alpha}{\cos \alpha - 1}$$



~~10 см~~ Единицы измерения дадиме отбросим, очевидно, что дадиме в системе СИ и ответ будет в метрах.

$$\textcircled{=} 10 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1^2}{2} + 0,51 \cdot 1 - \frac{2^2}{2}}{\cancel{2-1} \cdot 2 - 1} \cdot \cancel{2} + \frac{2^2}{2} \right) =$$

$$= 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-0,99}{1} \cdot 2 + 2 \right) = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01 =$$

$$= 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см}$$

Ответ правильный
корректно

При этом ясно, что скорость v_0 была направлена вверх по склону.

Ответ: 10 см

(продолж. на след. стр.)

от воды кристаллизовалось, при этом выделилась теплота

$Q_k = \Delta m \cdot \lambda_k$. Эта теплота не могла пойти на в окружающую среду, т.к. температура воды со льдом равна температуре в помещении. Она не могла пойти на нагрев воды,

$$R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$V = 30 \text{ м}^3$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$\Delta m = 1 \text{ кг} - \text{расс. массы льда}$$

расс = ? при $t = 0^\circ \text{C}$

$$\lambda_k = 3,33 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$\rho_n = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

т.к. пока в сосуде вода и лёд, ~~температура~~ ^{температура} температура внутри постоянна.

Значит, эта теплота пошла на испарение воды, причём (здесь берём модуль теплоты)

$$Q_k = Q_n$$

$$Q_n = \Delta m \cdot r_n \quad \Delta m \text{ - кол-во испарившейся воды}$$

$$\Delta m \cdot r_n = \Delta m \cdot \lambda_k \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta m \cdot \lambda_k}{r_n}$$

Рассчитаем давление этого водяного пара:

$$p_{\text{нас}} \cdot V = \frac{\Delta m}{\mu} R T \quad \text{уравнение Менделеева-Клапейрона для пара}$$

$$p_{\text{нас}} = \frac{\Delta m R T}{\mu V} = \frac{\Delta m \cdot \lambda_k \cdot R \cdot T}{r_n \cdot \mu \cdot V} =$$

$$= \frac{1 \text{ кг} \cdot 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273 \text{ К}}{2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 30 \text{ м}^3} =$$

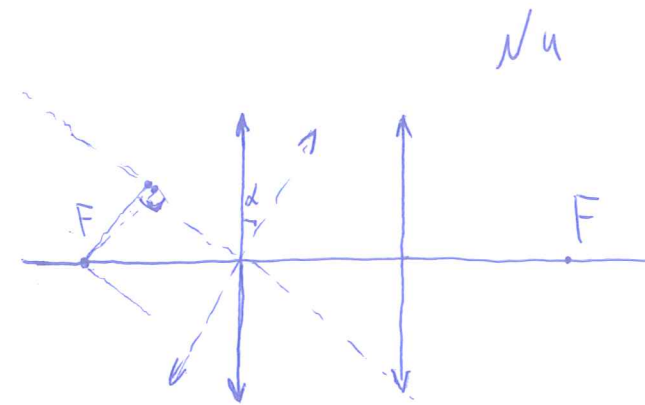
$$= \frac{1 \cdot 3,3 \cdot 10^5 \cdot 8,3 \cdot 273}{2,3 \cdot 10^6 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 30} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} =$$

$$= \frac{3,3 \cdot 8,3 \cdot 273}{2,3 \cdot 18 \cdot 30} \cdot 10^2 \text{ Па} = \frac{33 \cdot 83 \cdot 273}{23 \cdot 18 \cdot 3} \text{ Па} \approx$$

$$\approx \frac{3612,3}{6} \text{ Па} \approx 602,05 \text{ Па} \approx 602 \text{ Па}$$

Ответ: 602 Па
 В этой задаче учитывалось, что температура в комнате не менялась

Числовик

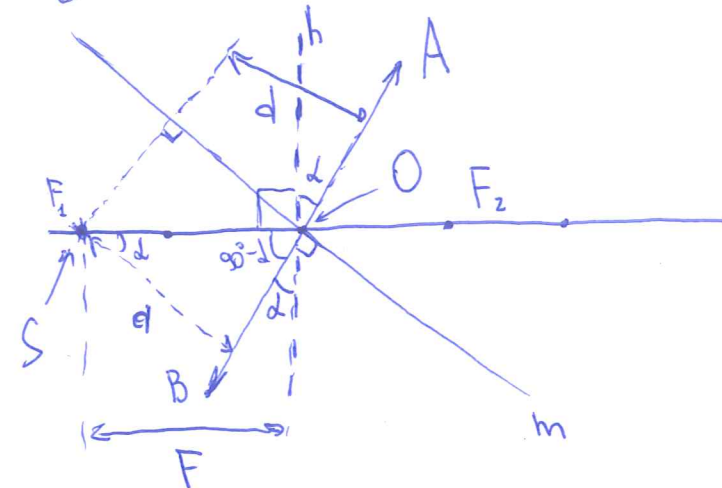


$$F = 7,5 \text{ см}$$

$$x = 23,5 \text{ см}$$

$$l = ?$$

Отдельно рассмотрим изображение, как получилось при ~~превращении~~ в первой линзе от источника.



~~В~~ S-источник
 $F_1 F_2$ - пересечение ГОО линзы (до ~~переворота~~ по ~~переворота~~).

h - прямая, ей перпендикулярная \perp , то есть старое положение линзы.

m - новая ГОО.

O - центр линзы

AB - линза (продолж. на след. стр.)



Исходник

$$(r+R)^2 - 2(r+R)R = 0$$

$$r+R - 2R = 0$$

$$r = R \quad \text{и.м.г.}$$

Вернёмся к задаче:

$$r = R$$

$$\mathcal{E} = I(r+R) = I \cdot 2R$$

$$\text{Падение } \mathcal{E} = U B d$$

$$U B d = I \cdot 2R$$

$$U = \frac{2IR}{Bd}$$

$$\text{Мощность } P_m = I^2 \cdot R \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P_m}{R}}$$

$$U = \frac{2 \sqrt{\frac{P_m}{R}} \cdot R}{Bd} = \frac{2 \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}}{0,4 \text{ Ом}}} \cdot 0,4 \text{ Ом}}{1 \text{ Тл} \cdot 0,4 \text{ м}} =$$

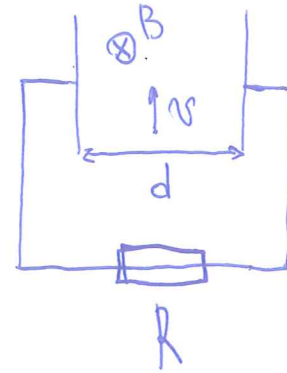
$$= \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \cdot 0,4}{1 \cdot 0,4} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

$$\text{Ответ: } 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

ошибка
в вычислениях.

1/3

Исходник



$$R = 0,4 \text{ Ом}$$

$$d = 40 \text{ см}$$

$$U = ?$$

$$B = 1 \text{ Тл}$$

$$P_m = 1 \text{ мВт}$$

На проводящую жидкость действует магнитное поле \otimes

\vec{B} , создавая силу Лоренца, которая по правилу левой руки будет действовать перпендикулярно плоскости пластин влево в плоскости рисунка для положительных зарядов в жидкости.

Эта сила Лоренца будет создавать электрический ток между пластинами, который будет равен току во внешней цепи. Таким образом конденсатор с жидкостью и магнитным полем станет источником тока с напряжением между пластинами \mathcal{E} и U внутренним сопротивлением R . (продолж. на след. стр.)

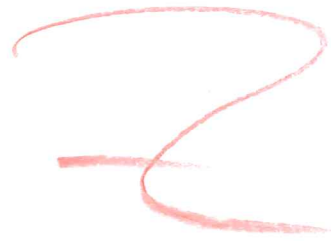
Чистовик

Рассчитаем \mathcal{E} :

$$F = q \cdot v \cdot B$$

$$E = \frac{F}{q} = vB$$

$$\mathcal{E} = E \cdot d = vBd$$



Запишем закон Ома для полной цепи

$$\mathcal{E} = I(r + R)$$

Но мы не знаем сопротивление r .

Найдём его.

В условии сказано, что на резисторе

 R выделяется максимальная возможная

при данных условиях мощность.

Известный факт, что на нагрузке выделяется максимальная мощность тогда,

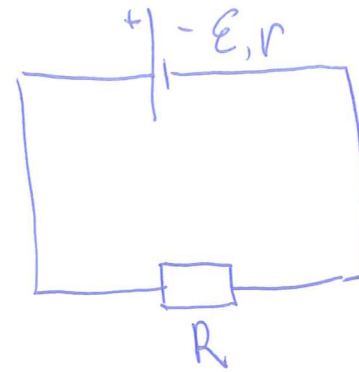
когда её сопротивление равно

внутреннему сопротивлению источника.

Докажем это, выразив мощность через сопротивление и ЭДС:

(продолж. на след. стр.)

Чистовик



$$P = I^2 R \quad (\text{это справедливо, т.к. закон Ома здесь работает})$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r+R} \quad \text{з-к Ома для полной цепи.}$$

$$P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r+R)^2}$$



Из этой формулы видно, что как при ~~неограниченном~~ ~~бесконечном~~ увеличении, так и при неограниченном уменьшении R мощность будет мала \Rightarrow ~~есть~~ ~~есть~~ значение R , при котором мощность максимальна.

Найдём максимум, продифференцировав

ф-цию $P(R)$ по R

$$\frac{dP(R)}{dR} = \mathcal{E}^2 \cdot \left(\frac{R}{(r+R)^2} \right)' \stackrel{\text{по ф-ле производной частно}}{=} \mathcal{E}^2 \cdot \frac{R'(r+R)^2 - (r+R)^2 \cdot R'}{(r+R)^4} =$$

$$= \mathcal{E}^2 \cdot \frac{(r+R)^2 - 2(r+R) \cdot 1 \cdot R}{(r+R)^4} = 0 \quad \text{в точке максимума}$$

~~$$\frac{(r+R)^2 - 2(r+R) \cdot R}{(r+R)^4}$$~~

(продолж. на след. стр.)

Источник

$$8F + x \cos \alpha - x = 2x - x \cos \alpha + 5F \cos \alpha$$

$$8F + 2x \cos \alpha - 3x = 5F \cos \alpha$$

$$8F - 3x = (5F - 2x) \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{8F - 3x}{5F - 2x} = \frac{8 \cdot 7,5 \text{ см} - 3 \cdot 23,5 \text{ см}}{5 \cdot 7,5 \text{ см} - 2 \cdot 23,5 \text{ см}} =$$

$$= \frac{60 \text{ см} - 70,5 \text{ см}}{37,5 \text{ см} - 47 \text{ см}} = \frac{70,5 - 60}{47 - 37,5} = \frac{11,5}{9,5}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1 - \cos \alpha}{F(2 - \cos \alpha)} + \frac{1}{x - 2F}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{(1 - \cos \alpha)(x - 2F) + F(2 - \cos \alpha)}{F(2 - \cos \alpha)(x - 2F)}$$

$$(2 - \cos \alpha)(x - 2F) = (1 - \cos \alpha)(x - 2F) + F(2 - \cos \alpha)$$

$$2x - x \cos \alpha - 4F + 2F \cos \alpha = x - x \cos \alpha - 2F + 2F \cos \alpha + 2F - F \cos \alpha$$

$$F \cos \alpha = 4F - x$$

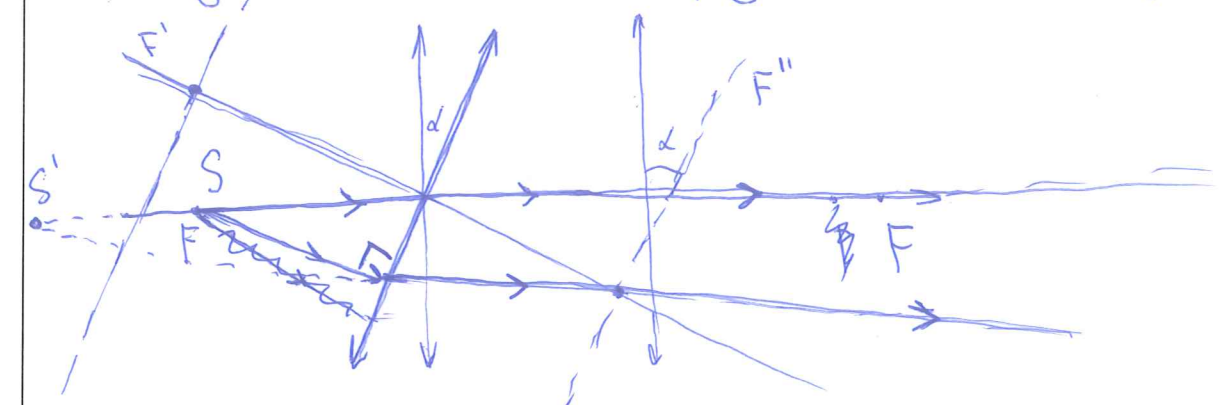
$$\cos \alpha = \frac{4F - x}{F} = \frac{7,5 \cdot 4 - 23,5}{7,5} = \frac{6,5}{7,5} = \frac{13}{15}$$

$$\alpha = \arccos \frac{13}{15} = \arccos \frac{13 \cdot \frac{2}{3}}{10} = \arccos 0,8666... \quad \text{20°}$$

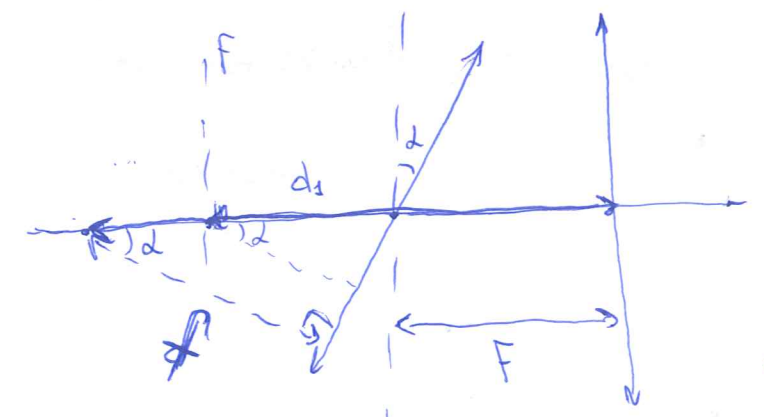
86-69-91-32 (3,15)

Источник

f получилось отрицательным \Rightarrow $F_{\text{об}}$ изображение будет находиться по ту же сторону линзы, что и предмет (источник)



Вам ход лучей, построенный по правилам geom. оптики. Сходятся не лучи, а их продолжения за линзой. \Rightarrow изображение S' после изображения F' первой линзы окажется всё так же на $F \circ O$ второй линзы, на расстоянии d_1 от второй линзы



Из рисунка

$$d_1 = \frac{F}{\cos \alpha} + F = \frac{F \cos \alpha}{(\cos \alpha - 1) \cos \alpha} + F = F \left(\frac{1}{\cos \alpha - 1} \right)$$

(продолж. на след. стр.)

Посчитаем d_1 , взяв модуль F . Источник

из рисунка:

$$d_1 = \frac{F}{\cos \alpha} + F = \frac{F \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha} + F =$$

$$= F \left(\frac{1}{1 - \cos \alpha} + 1 \right) = F \left(\frac{1 + 1 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) =$$

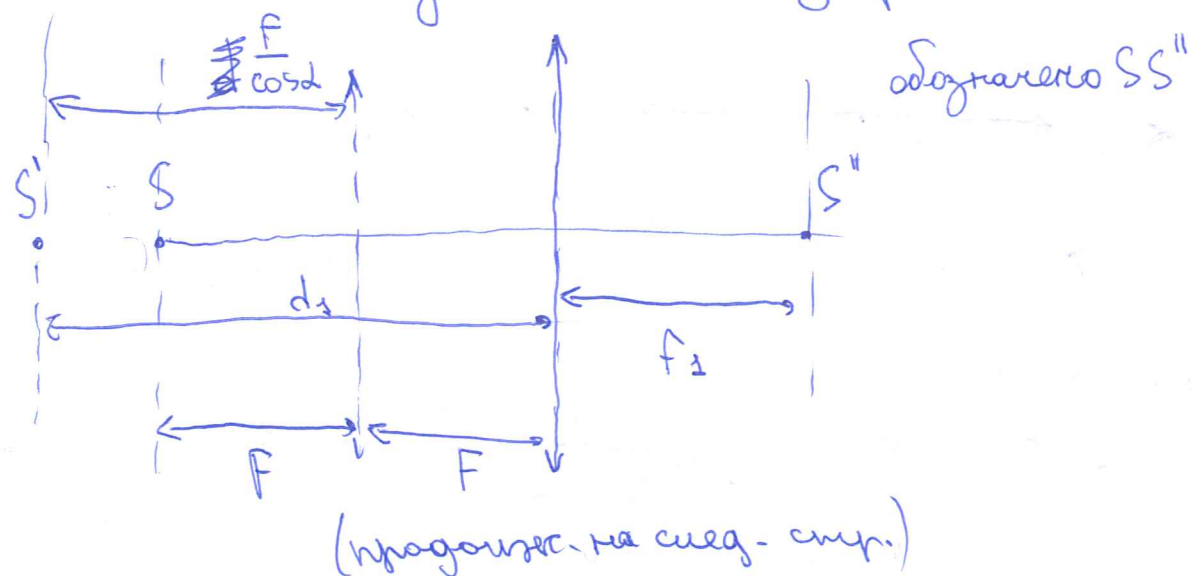
$$= F \cdot \left(\frac{2 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \right)$$

Теперь запишем уравнение точки M для второй линзы

как для первой линзы. Так мы найдём изображение, полученное

$$\frac{1}{F} = + \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \quad \text{всей опт. сис-мой}$$

При этом известно расстояние от источника до конечного изображения, оно



Источник

$$x = 2F + f_1$$

Решим систему

$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} & (1) \\ x = 2F + f_1 & (2) \end{cases} \quad (3) \quad d_1 = F \cdot \left(\frac{2 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \right)$$

$$f_1 = x - 2F$$

~~$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F \cdot \left(\frac{2 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \right)} + \frac{1}{x - 2F}$$~~

~~$$\frac{1}{F} = \frac{1}{x - 2F} - \frac{(1 - \cos \alpha)}{F(2 - \cos \alpha)}$$~~

~~$$\frac{1}{F} = \frac{F(2 - \cos \alpha) - (1 - \cos \alpha)(x - 2F)}{(x - 2F)(2 - \cos \alpha) \cdot F}$$~~

~~$$F(2 - \cos \alpha) - (1 - \cos \alpha)(x - 2F) = (x - 2F)(2 - \cos \alpha)$$~~

~~$$2F - F \cos \alpha + (\cos \alpha - 1)(x - 2F) = (x - 2F)(2 - \cos \alpha)$$~~

~~$$2F - F \cos \alpha + x \cos \alpha - x - 2F \cos \alpha + 2F = 2x - x \cos \alpha -$$~~

~~$$8F - F \cos \alpha + x \cos \alpha - x - 2F \cos \alpha = 2x - x \cos \alpha - 4F + 2F \cos \alpha$$~~

~~$$= 2x - x \cos \alpha + 2F \cos \alpha$$~~

(продолж. на след. стр.)

Чистовик

Система будет стремиться к наим. энергии \Rightarrow пластина будет двигаться в сторону обратной силы, что и вызовет колебания.

~~Уравнение~~ $x \ll l \Rightarrow$ предположим, что это гармонические.

Уравнение колебаний: Также природа силы, действ. на пластину — очевидно ЭМ.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$



Уравн. АМ $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

Мы можем найти знак T

В нулевой момент времени

$x = x_0$ — смещение
— изначально

$\ddot{x} = a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$



86-69-91-32 (3.15)

Чистовик



Сначала необходимо понять, почему будут возникать колебания.

$l_1 = ?$

$U_0 = 100 \text{ В}$

$d = 1 \text{ мм}$

$m = 10 \text{ г}$

$x_0 = 0,1 \text{ мм}$

Для этого посчитаем энергию конденсатора:

$x_0 \ll d \ll l$

$T = 4,35 \text{ с}$

$\epsilon = 4$

$\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$

~~Уравнение~~

$W_{\text{э}} = \frac{q^2}{2C}$



Три штифта:

$\frac{1}{1+x} \approx 1$

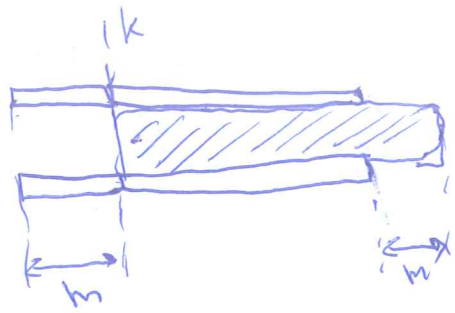
Конденсатор отсоединен от источника \Rightarrow заряд будет постоянным.

Теперь посчитаем ёмкость до выдвигания пластины:

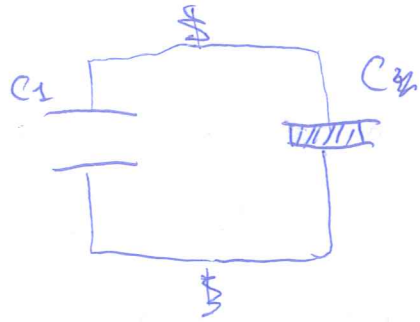
$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 l^2}{d}$

(продолж. на след. стр.)

Теперь при выдвигании пластины на расстояние x м. Представим конденсатор как два параллельно соед. конденсатора, разбитых по штифтам.



Условие



У "конденсатора", из которого выведена

пластина, ёмкость $C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot l^2 \cdot \frac{m}{l}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot l \cdot m}{d}$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot l^2 \cdot \frac{m}{l}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot l \cdot m}{d}$$

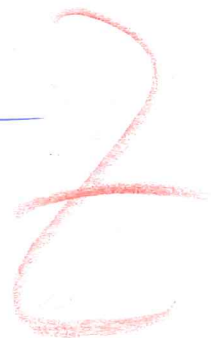
У второго

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot l^2 \cdot \frac{l-m}{l}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot l \cdot (l-m)}{d}$$

Итого общая ёмкость

$$C' = C_1 + C_2 = \left(\frac{1}{m} + \frac{\epsilon}{l-m} \right) \cdot \frac{\epsilon_0}{l \cdot d}$$

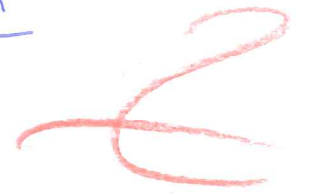
попр. на след. стр.



Не путайте длину пластины с длиной конденсатора!

Условие

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot l^2 \cdot \frac{m}{l}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot l \cdot m}{d}$$



У второго

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot l^2 \cdot \frac{l-m}{l}}{d} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot l \cdot (l-m)}{d}$$



Итого общая ёмкость

$$C' = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot l}{d} (m + (l-m)\epsilon)$$

что очевидно $C' < C$ меньше ёмкости

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot l^2}{d}, \text{ м.к. } \epsilon > 1$$



Итак, верно $C' < C \Rightarrow$

$$W' = \frac{q^2}{2C'} \text{ больше, чем энергии}$$

$$W = \frac{q^2}{2C} \text{ попр. на след. стр.}$$