



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

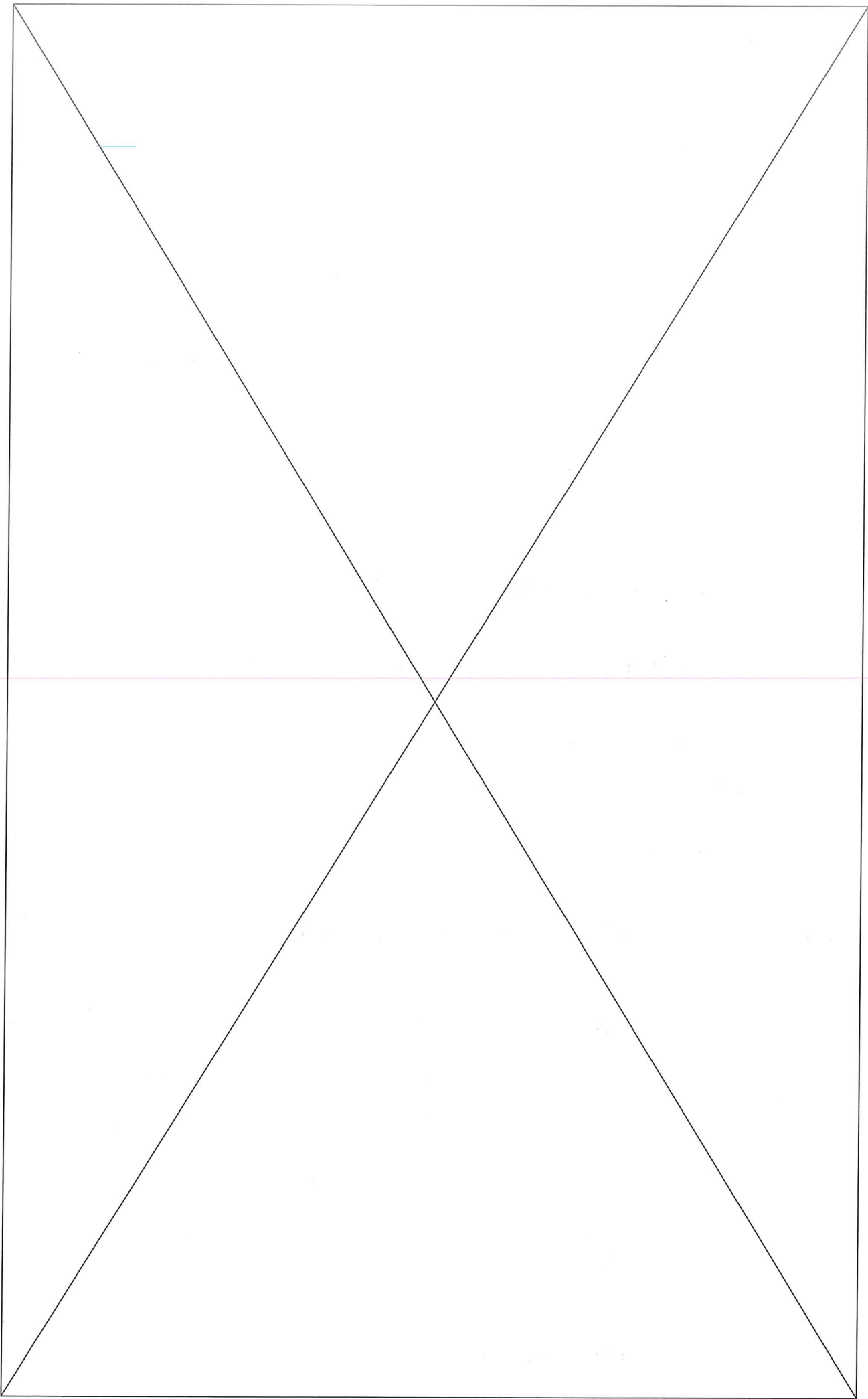
Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

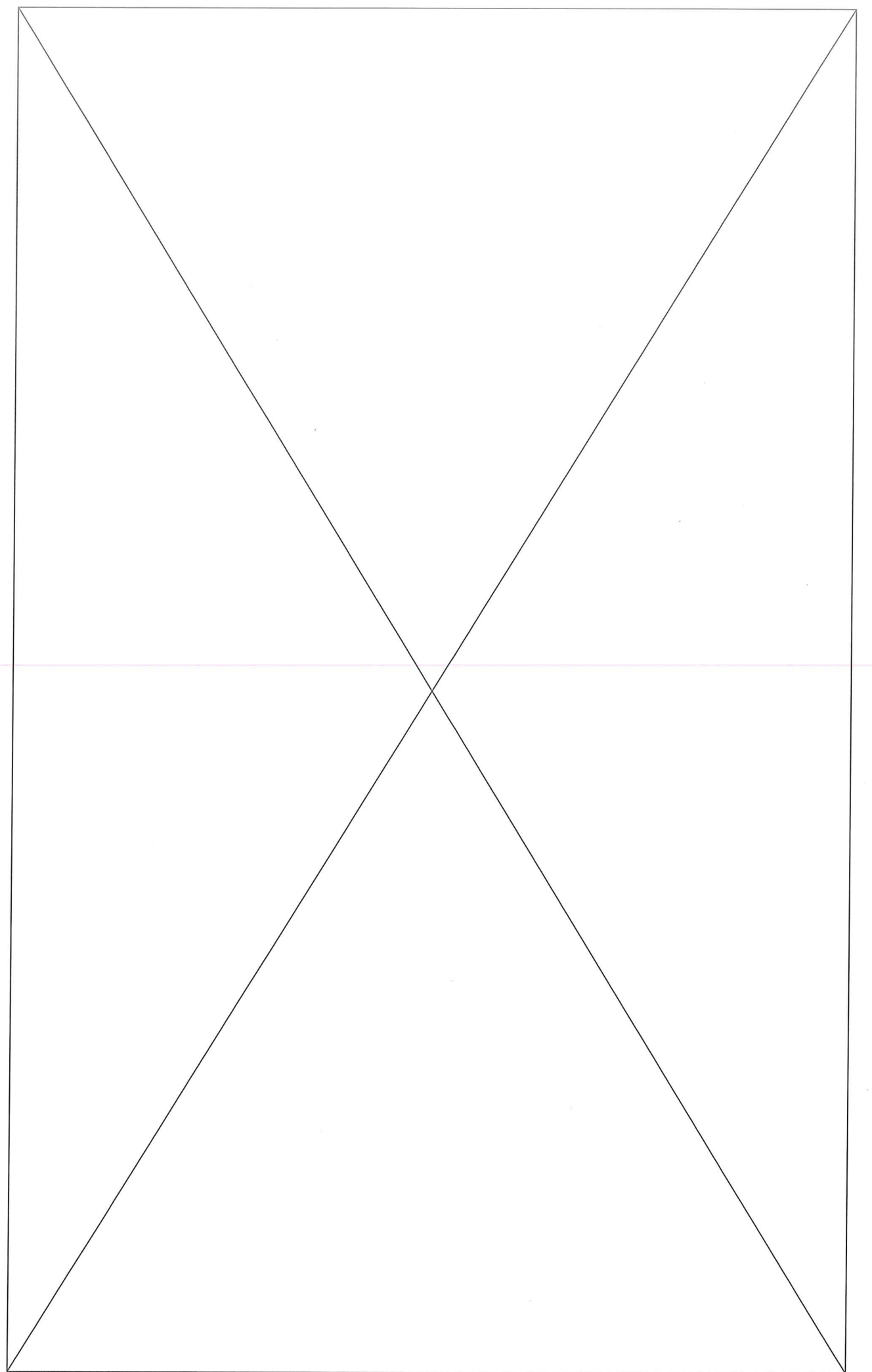
Шаранова Дарина Евгеньевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«13» февраля 2026 года

Подпись участника



Выполнять задания на титульном листе запрещается!



Выполнять задания на титульном листе запрещается!

Чистовик $\frac{dP_R}{dR} = \epsilon^2 \left(\frac{R}{R+r} \right)' = \epsilon^2 \frac{(R+r)^2 - 2(R+r)R}{(R+r)^4} = \epsilon^2 \frac{(R+r-2R)}{(R+r)^3} = \epsilon^2 \frac{r-R}{(R+r)^3}$

$\frac{dP_R}{dR} = 0$ при $r-R=0$, т.е. $R=r$

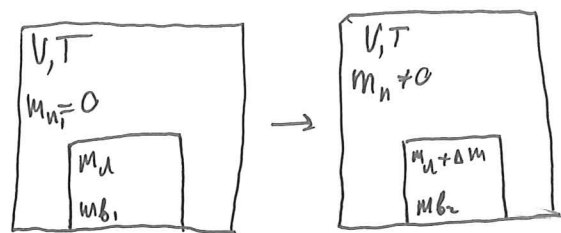
$P_m = \epsilon^2 \frac{R}{(R+R)^2} = \frac{\epsilon^2}{4R} \Rightarrow \epsilon = 2\sqrt{P_m R}$

$d = \frac{\epsilon}{v_B} = \frac{2\sqrt{P_m R}}{v_B}$; $d = \frac{2\sqrt{10^{-3} \text{ Вт} \cdot 0,4 \text{ м}}}{0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1 \text{ м}} = 0,4 \text{ м} = 40 \text{ см}$

Ответ: 40 см

2.3.1 $\Delta m - ?$

- $V = 30 \text{ м}^3$
- $T = 273 \text{ К}$
- $p_{\text{нас}} = 611 \text{ Па}$
- $\lambda_k = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
- $v_n = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
- $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
- $R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$



Допустим, что накаливно в сосуде находилось достаточное кол-во воды, чтобы в состоянии равновесия в сосуде находилась и вода, и лёд. В таком случае, пар насыщенный, $p_n = p_{\text{нас}}$

Из ур-ния Менделеева-Клапейрона: $p_{\text{нас}} V = \frac{m_n}{\mu} RT \Rightarrow m_n = \frac{\mu p_{\text{нас}} V}{RT}$

Из ЗСЭ: $|Q_{\text{конт.}}| = |Q_{\text{исп.}}|$ ($T = \text{const}$, т.к. все составляющие системы в начале имеют одинаковую температуру)

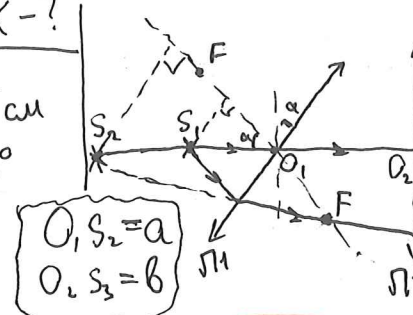
$\lambda_k \Delta m = v_n m_n$

$\Delta m = \frac{v_n}{\lambda_k} m_n = \frac{\mu p_{\text{нас}} V v_n}{RT \cdot \lambda_k}$; $\Delta m = \frac{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 611 \text{ Па} \cdot 30 \text{ м}^3 \cdot 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273 \text{ К} \cdot 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \approx 1,0 \text{ кг}$

Ответ: $m \approx 1,0 \text{ кг}$

4.10.1 $x - ?$

$F = 7,5 \text{ см}$
 $\alpha = 30^\circ$



- S_1 находится на расстоянии $F \cos \alpha < F \sin \alpha \Rightarrow$ даёт минимальное изображение S_2 на расстоянии $a \cos \alpha$
- S_2 находится на расстоянии $a \sin \alpha$ от $\Pi_2 \Rightarrow$ даёт действ. изображение S_3 на расстоянии b

Черновик

4 - 0,987 = 3,13

$\frac{1}{F + \frac{F}{1 - \cos \alpha}} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$

$\frac{1}{F \cos \alpha} - \frac{1}{d \cos \alpha} = \frac{1}{F}$

$d_1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{F \cos \alpha} - \frac{1}{F}\right) \cos \alpha} = \frac{F \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$

$a = \frac{1}{\frac{1}{F + \frac{F}{1 - \cos \alpha}} + \frac{1}{F}} = \frac{1}{\frac{1 - \cos \alpha}{F(2 - \cos \alpha)} + \frac{1}{F}}$

$a = \frac{F(2 - \cos \alpha)}{1} \Rightarrow x = F + d + a = F \left(1 + \frac{1}{1 - \cos \alpha} + 2 - \cos \alpha \right) = \frac{F(2 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos \alpha} = 7,5 \frac{(2 - \frac{\sqrt{3}}{2})^2}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 7,5 \frac{(4 - \sqrt{3})^2}{2 - 2\sqrt{3}} = 7,5 \frac{19 - 6\sqrt{3}}{2 - 2\sqrt{3}}$

$\frac{32}{100} \sqrt{\frac{10^{12} - 9}{9 \cdot 2 \cdot 3}} = \frac{32}{100} \sqrt{\frac{10^2 \cdot 10^2}{2 \cdot 27}} = \frac{32}{54} = \frac{32}{36}$

Черновик

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x} + \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d-x} = \epsilon_0 l^2 \frac{d-x+\epsilon x}{x(d-x)} = \epsilon_0 l^2 \frac{d+x(\epsilon-1)}{x(d-x)}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d-x}$$

$$\Delta W = \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} \right) \quad C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 l^2}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 l^2 (d-x)}{d} + \frac{\epsilon_0 l^2 x}{d} = \frac{\epsilon_0 l^2}{d} (\epsilon l + x - \epsilon x)$$

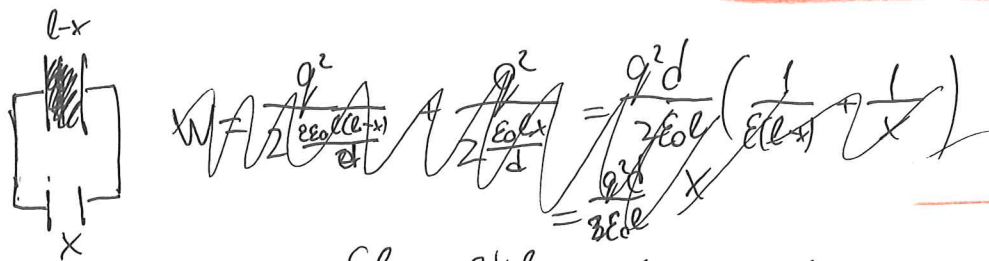
$$\Delta W = \frac{q^2}{2} \left(\frac{d}{\epsilon_0 l (\epsilon l + x(1-\epsilon))} - \frac{d}{\epsilon \epsilon_0 l^2} \right) = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \left(\frac{1}{\epsilon l + x(1-\epsilon)} - \frac{1}{\epsilon l} \right) = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \frac{-x(1-\epsilon)}{\epsilon l (\epsilon l + x(1-\epsilon))} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \frac{-x(1-\epsilon)}{\epsilon l (\epsilon l + x(1-\epsilon))}$$

$W + K = const$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l (\epsilon l + x(1-\epsilon))}$$

$$W'_x = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \frac{-(-1-\epsilon)}{(\epsilon l + x(1-\epsilon))^2} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \frac{\epsilon-1}{(\epsilon l + x(1-\epsilon))^2} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \frac{\epsilon-1}{(\epsilon l)^2 \left(1 + \frac{x(1-\epsilon)}{\epsilon l}\right)^2}$$

$$W'_x \approx \frac{q^2 d (\epsilon-1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2} \left(1 + \frac{2x(1-\epsilon)}{\epsilon l}\right)$$



$$\frac{\epsilon l}{2(\epsilon-1)} = \frac{2\epsilon l}{2 \cdot 3} = \frac{2\epsilon l}{3} = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

$$\frac{q^2}{2} \left(\frac{d}{\epsilon \epsilon_0 l^2} - \frac{d}{\epsilon_0 l (\epsilon l + x(1-\epsilon))} \right) = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \left(\frac{1}{\epsilon l} - \frac{1}{\epsilon l + x(1-\epsilon)} \right) = \frac{q^2 d x(1-\epsilon)}{2 \epsilon_0 l \cdot \epsilon l (\epsilon l + x(1-\epsilon))}$$

$$F = \frac{q^2 d (1-\epsilon)}{2 \epsilon_0 l (\epsilon l)^2}$$

$$X = \frac{F T^2}{2m} \Rightarrow X = \frac{F T^2}{32m} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{32mX}{F}}$$

02-82-31-92

Чистовик

3. По фрезной мизор

$$\text{для } S_1 \rightarrow S_2: \frac{1}{F \cos \alpha} - \frac{1}{a \cos \alpha} = \frac{1}{F} \Rightarrow a = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{\cos \alpha}{F}} = \frac{F}{1 - \cos \alpha}$$

$$\text{для } S_2 \rightarrow S_1: \frac{1}{F+a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

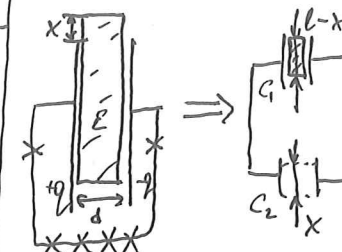
$$b = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{F+a}} = \frac{(F+a)F}{a} = \frac{(F + \frac{F}{1-\cos \alpha})F}{\frac{F}{1-\cos \alpha}} = F(1-\cos \alpha + 1) = F(2-\cos \alpha)$$

4. $X = S_1 Q_1 + Q_2 S_2 + Q_3 S_3 = 2F + b = F(4 - \cos \alpha)$

$X = 7,5 \text{ cm} (4 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 23,5 \text{ cm}$ Ответ: $X \approx 23,5 \text{ cm}$

5.2.17 T-?

$U_0 = 100 \text{ B}$
 $l = 0,2 \text{ m}$
 $d = 10^{-3} \text{ m}$
 $x_0 = 10^{-4} \text{ m}$
 $m = 0,01 \text{ кг}$
 $\epsilon = 4$
 $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$



По ЗСЗ: $q = const$

Нач. зарядки: $q = C_0 U_0$, где $C_0 = \frac{\epsilon_0 l^2}{d}$; $q = \frac{U_0 \epsilon_0 l^2}{d}$

Далее рассматриваем произв. малыми времени, $x > 0$.

По ЗСЗ: $W(t) + K(t) = const \Rightarrow \dot{W} + \dot{K} = 0$

$W(t) = \frac{q^2}{2C(t)}$, где $C(t) = C_1 + C_2$

$$C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 l (l-x)}{d}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 l x}{d}; \quad C = \frac{\epsilon_0 l (\epsilon l + x(1-\epsilon))}{d}$$

$$W = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} \cdot (\epsilon l + x(1-\epsilon))^{-1}$$

$$\dot{W} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon_0 l} (\epsilon l + x(1-\epsilon))^{-2} \cdot (-1-\epsilon) \cdot \dot{x} = \dot{x} \frac{q^2 d (\epsilon-1)}{2 \epsilon_0 l} (\epsilon l + x(1-\epsilon))^{-2}$$

Согласно приближению $(1+y)^{-2} \approx (1+2y)$ для $y \ll 1$: (*)

$$\dot{W} = \dot{x} \frac{q^2 d (\epsilon-1)}{2 \epsilon_0 l (\epsilon l)^2} \left(1 + \frac{2x(1-\epsilon)}{\epsilon l}\right)^{-2} \approx \dot{x} \frac{q^2 d (\epsilon-1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2} \left(1 + \frac{2x(\epsilon-1)}{\epsilon l}\right)$$

$$K = \frac{m \dot{x}^2}{2} = \frac{m \dot{x}^2}{2} \Rightarrow \dot{K} = m \dot{x} \ddot{x}$$

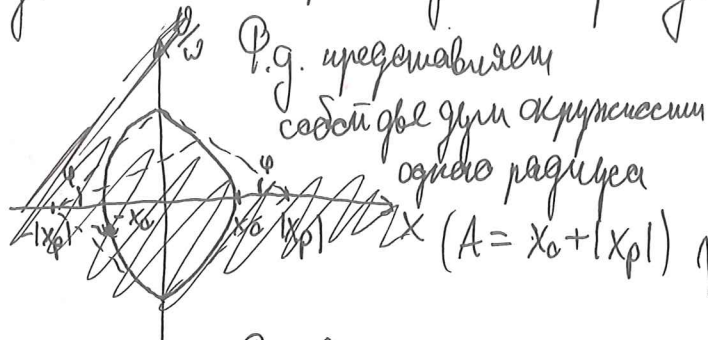
Из ЗСЗ: $m \dot{x} \ddot{x} + \dot{x} \frac{q^2 d (\epsilon-1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2} \left(1 + \frac{2x(\epsilon-1)}{\epsilon l}\right) = 0$

$$\ddot{x} + x \frac{q^2 d (\epsilon-1)^2}{m \epsilon_0 l \epsilon^3 l^3} = - \frac{q^2 d (\epsilon-1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2 m} - \gamma \Gamma K$$

Из решения дюр. УГК: $\omega^2 = \frac{q^2 d (\epsilon - 1)^2}{m \epsilon_0 l \cdot \epsilon^3 l^3}$

Положение равновесия при $x_p = -\frac{\epsilon l}{2(\epsilon - 1)} < 0$.

Положение равновесия $x_p < 0 \Rightarrow$ масса не достигает равновесия, а достигает $x=0$ и начинает симметричное движение в обратную сторону.



Р.д. представляем собой две дуги окружности одной радиуса

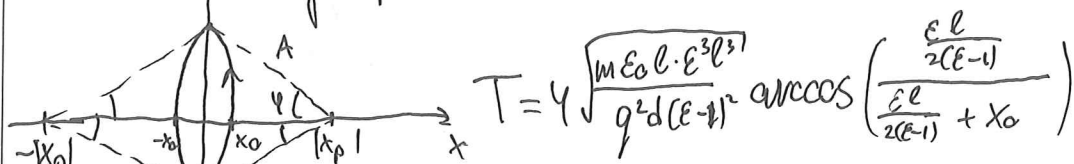
$$\cos \varphi = \frac{|x_p|}{A}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{|x_p|}{A}\right) = \omega t_\varphi$$

Из симметрии $T = 4 t_\varphi$

Фаза в диаграмме

$$T = \frac{4}{\omega} \arccos\left(\frac{|x_p|}{|x_p| + x_0}\right)$$



$$T = 4 \sqrt{\frac{m \epsilon_0 l \cdot \epsilon^3 l^3}{q^2 d (\epsilon - 1)^2}} \arccos\left(\frac{\frac{\epsilon l}{2(\epsilon - 1)}}{\frac{\epsilon l}{2(\epsilon - 1)} + x_0}\right)$$

$$T = 4 \sqrt{\frac{m \epsilon_0 l^4 \epsilon^3 d}{\epsilon_0^2 \epsilon^2 l^4 (\epsilon - 1)^2}} \arccos\left(\frac{\epsilon l}{\epsilon l + 2x_0(\epsilon - 1)}\right)$$

$$T = \frac{4}{\epsilon_0 (\epsilon - 1)} \sqrt{\frac{m \epsilon^3 d}{\epsilon_0}} \arccos\left(\frac{\epsilon l}{\epsilon l + 2x_0(\epsilon - 1)}\right) - \text{наиболее простое решение.}$$

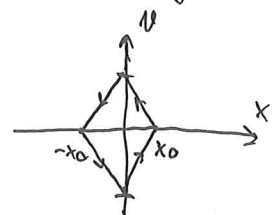
~~Тогда по формуле: $T = \frac{4 \epsilon}{\epsilon_0 (\epsilon - 1)} \sqrt{\frac{m \epsilon^3 d}{\epsilon_0}} \arccos\left(\frac{\epsilon l}{\epsilon l + 2x_0(\epsilon - 1)}\right)$~~

* Если использовать менее точное приближение $(1+y)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2}y$

$$W = \dot{x} \frac{q^2 d (\epsilon - 1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2}$$

Из ЗСЭ: $m \dot{x} \ddot{x} + \frac{q^2 d (\epsilon - 1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2} x = 0$

$$\ddot{x} = -\frac{q^2 d (\epsilon - 1)}{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2 m} x = \text{const для } x > 0$$

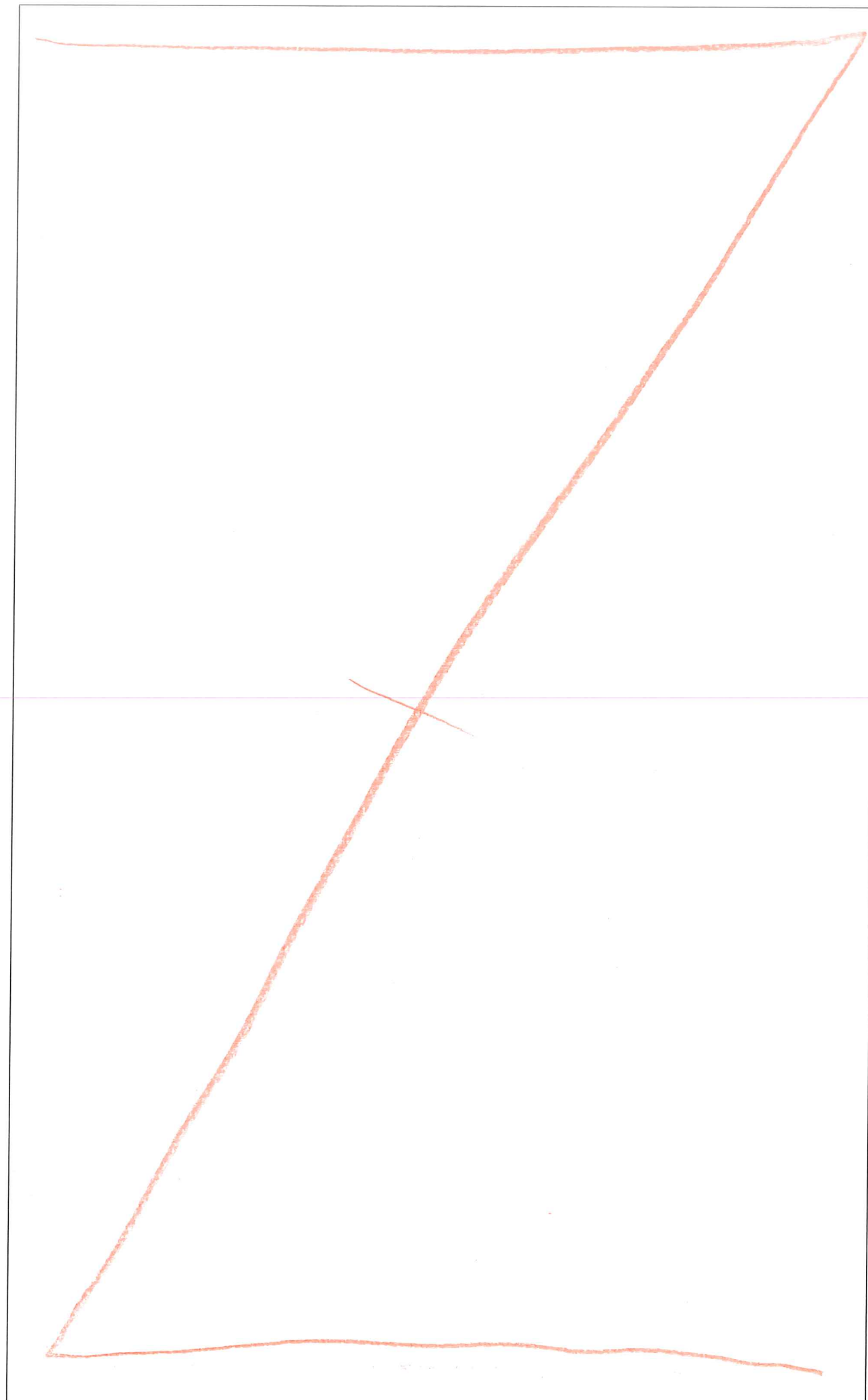


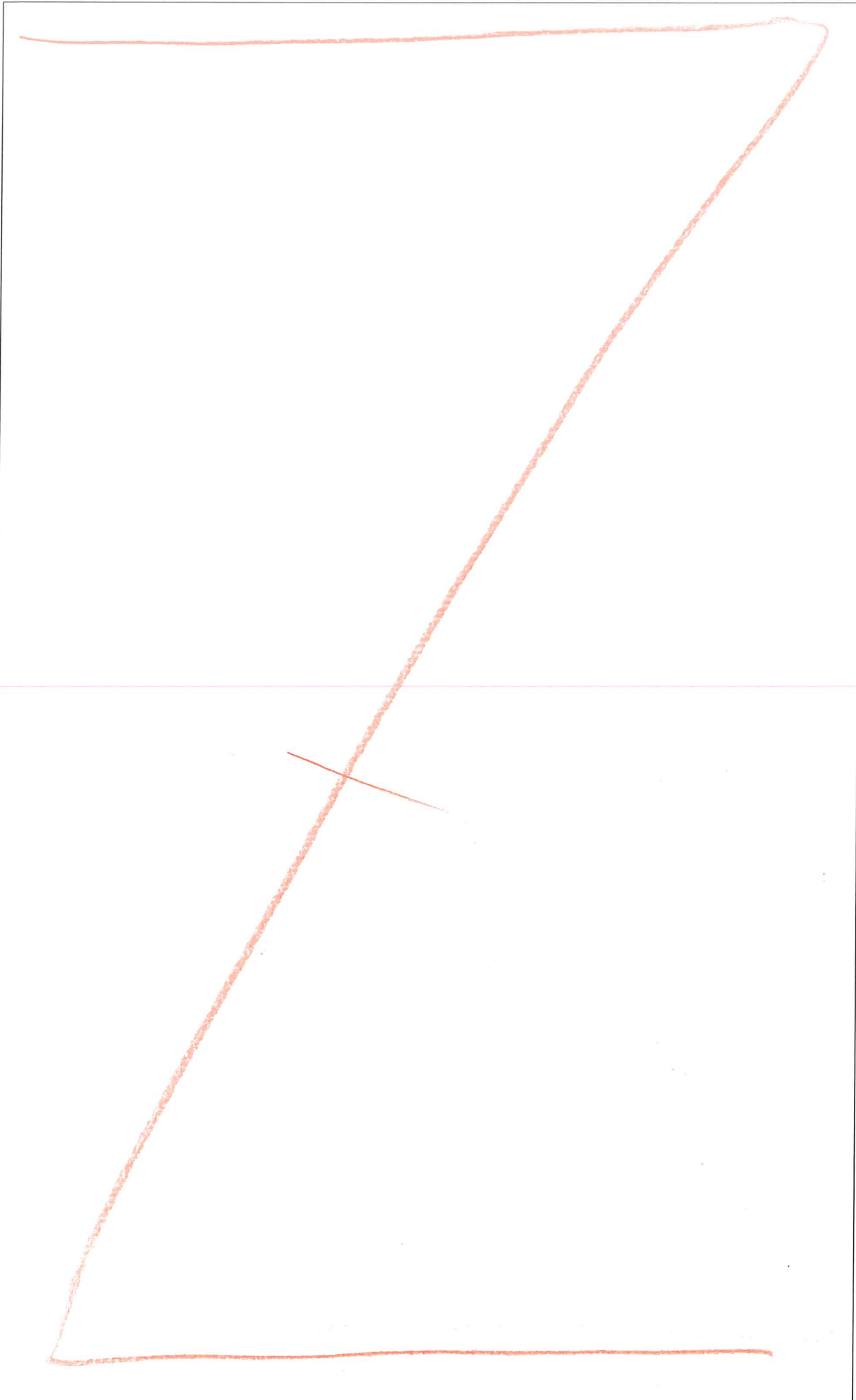
Из симметрии $T = 4 t_{x_0}$; где t_{x_0} - время движения от x_0 до $x=0$

$$-x_0 = \frac{\ddot{x} \cdot t_{x_0}^2}{2} \Rightarrow t_{x_0} = \sqrt{\frac{2 x_0}{-\ddot{x}}} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 l \epsilon^2 l^2 m x_0}{q^2 d (\epsilon - 1)}} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 l^3 \epsilon^2 m d x_0}{\epsilon_0^2 \epsilon^2 l^4 (\epsilon - 1)}} = 2 \sqrt{\frac{\epsilon}{m \epsilon_0} \frac{m d x_0}{\epsilon_0 l (\epsilon - 1)}}$$

$$T = 8 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m d x_0}{\epsilon_0 l (\epsilon - 1)}}; T = \frac{8 \cdot 4}{100 B} \sqrt{\frac{0,01 \text{ м} \cdot 900 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 10^{-18} \text{ В}^2}{9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 92 \cdot 10^{-3}}} = \frac{32}{35 B} \text{ с} \approx 3,8 \text{ с}$$

Ответ: $\sim 3,8 \text{ с}$ **задача решена полностью**





02-82-31-92
(1.9)

Числовик) $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$ $\rho_{\text{п}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ $\rho_{\text{г}} = 1200 \text{ кг/м}^3$

Если $(m_{\text{в}} + m_{\text{л}}) < \frac{\rho_{\text{п}} V}{\rho_{\text{г}}}$, то масса льда уменьшится до нуля
 Если $(m_{\text{в}} + m_{\text{л}}) > \frac{\rho_{\text{п}} V}{\rho_{\text{г}}}$, то масса льда уменьшится до $\frac{\rho_{\text{п}} V}{\rho_{\text{г}}}$
 Если $(m_{\text{в}} + m_{\text{л}}) = \frac{\rho_{\text{п}} V}{\rho_{\text{г}}}$, то масса льда не изменится

