

ЛОМОНОСОВ – 2013. МЕХАНИКА

9 класс

Краткие решения и критерии оценки задач заочного тура

1. Обычно школьник Гаврила за минуту поднимается по движущемуся вверх эскалатору, стоя на его ступеньке. Но если Гаврила опаздывает, он бежит вверх по работающему эскалатору и экономит таким образом 36 секунд. Сегодня у эскалатора столпилось много народа, и Гаврила решил пробежать по соседнему неработающему эскалатору. Сколько времени займет у него такой подъем, если он при беге по эскалатору всегда прикладывает одно и то же усилие?

Решение. Примем длину эскалатора за единицу. Пусть V – скорость движения эскалатора, а U – скорость движения Гаврилы относительно него. Тогда условие задачи можно записать так:

$$\begin{cases} 1 = V \cdot 60 \\ 1 = (V + U) \cdot (60 - 36) \end{cases}$$

Искомое время определяется из соотношения $1 = U \cdot t$. Из системы получаем $V = \frac{1}{60}$; $U + V = \frac{1}{24}$;

$$U = \frac{1}{24} - \frac{1}{60} = \frac{1}{40}. \text{ Поэтому } t = 40 \text{ секунд.}$$

Ответ: 40 секунд.

Критерии: 20 баллов – полное и правильное решение, **15 баллов** – верный ход решения, однако допущена арифметическая ошибка; **10 баллов** – верно составлена система уравнений, но ответ не получен; **0 баллов** – все остальное.

2. Глобус имеет диаметр 20 см. Определите примерную площадь, которую занимает на этом глобусе территория России. Все недостающие для решения задачи данные найдите в справочниках.

Решение. Из справочника находим $S_{\text{России}} = 17098246 \text{ кв. км} = 17,1 \cdot 10^{12} \text{ кв. м}$, $R_{\text{Земли}} = 6371 \text{ км} = 637 \cdot 10^4 \text{ м}$. Коэффициент подобия: $k = \frac{R_{\text{глоб.}}}{R_{\text{Земли}}} = \frac{10^{-1}}{637 \cdot 10^4} = \frac{10^{-5}}{637}$. Значит, $\frac{x}{S_{\text{России}}} = k^2$;

$$x = k^2 \cdot S_{\text{России}} = \left(\frac{10^{-5}}{637} \right)^2 \cdot 17,1 \cdot 10^{12} \text{ кв. м} = 4,21 \cdot 10^{-3} \text{ кв. м} = 42 \text{ кв. см.}$$

Ответ: 42 кв. см.

Критерии: 20 баллов – верное (не обязательно такое, как выше) решение + правильный ответ; **10 баллов** – идейно верное решение, но ответ отличается заметно (на 5 кв. см. или больше) из-за грубых ошибок округления или вычисления; **5 баллов** – идейно верное решение (площади относятся как квадрат коэффициента подобия), но ответ отличается в 2 раза или больше; **0 баллов** – все остальное.

3. Гиря изготовлена из сплава четырех металлов и весит 16,3 кг. Вес первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, вес второго металла относится к весу третьего как 3 : 4, а вес третьего к весу четвертого – как 5 : 6. Определите вес четвертого металла.

Решение. Обозначив вес второго металла через x , выразить через x остальные веса. Получится вес первого металла: $1,5x$; вес третьего: $\frac{4}{3}x$; вес четвертого: $\frac{24}{15}x$. Удобно избавиться от знаменателей. Тогда

вес металлов соответственно равен: $45a$; $30a$; $40a$; $48a$. В сумме это даст $163a$ или 16,3 кг. Поэтому $a = 0,1$, и металлы соответственно весят 4,5 кг; 3 кг; 4 кг; 4,8 кг.

Ответ: 4,8 кг.

Критерии: **20 баллов** – верное решение (не обязательно такое, как выше); **10 баллов** – получено верное уравнение (или система уравнений), но допущены ошибки при его решении; **0 баллов** – все остальное.

4. После того как к буксиру, толкающему баржу, добавили еще один буксир, они стали толкать баржу с удвоенной силой. Как изменится мощность, затрачиваемая на движение, если сопротивление воды пропорционально квадрату скорости движения баржи?

Решение. Так как баржа движется с постоянной скоростью, сила тяги буксиров уравнивается силой сопротивления. При увеличении силы тяги вдвое в то же количество раз возрастает сила сопротивления, следовательно, скорость баржи возросла в $\sqrt{2}$ раз. Мощность есть произведение силы на скорость, т.е. мощность возросла в $2\sqrt{2}$ раз.

Ответ: возросла в $2\sqrt{2}$ раз.

Критерии: **20 баллов** – полное и правильное решение; **10 баллов** – определена и обоснована скорость баржи при буксировке двумя буксирами; **0 баллов** – все остальное.

5. Возьмите линейку и положите ее концы плашмя на указательные пальцы двух вытянутых перед собой рук. Если теперь двигать пальцы навстречу друг другу, то они встретятся примерно в середине линейки. Если же положить середину линейки на сведенные вместе указательные пальцы и пытаться двигать пальцы друг от друга к концам линейки, то один палец будет двигаться от центра, а второй – нет. Почему?

Ответ: При движении от центра один палец всегда стартует чуть быстрее и обгоняет второй. Поэтому над вторым оказывается всё большая часть веса линейки, и из-за трения он не может двигаться. Первому же пальцу, наоборот, всё легче и легче. При движении к центру, если один из пальцев оказывается ближе к центру масс, чем другой, на него начинает действовать большая сила трения, в результате чего он замедляется и останавливается. При этом начинает двигаться второй палец, пока не окажется ближе первого к центру масс. Таким образом, центр масс всегда находится между пальцами.

Критерии: **20 баллов** – верное обоснование явления; **15 баллов** – в основном верное обоснование с небольшими недочетами; **10 баллов** – верная идея обоснования; **0 баллов** – все остальное.