Олимпиада «Ломоносов 2012 – 2013» по физике
Решения задач для 7-х – 9-х классов
Отборочный этап

первый тур

Разминочное задание

Строительный кирпич имеет размеры 25×12×6 см и плотность 1,8 г/см^3. Найдите массу кирпича. Ответ приведите в килограммах, округлив до двух знаков после запятой.

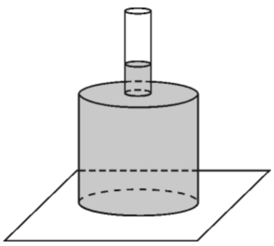
Решение. $m = 0{,}25 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}06 \cdot 1{,}8 \cdot 10^3 = 3{,}24$ кг. **Ответ:** m = 3,24 кг.

Основное задание для 7-х – 9-х классов

1. Эскалатор метро поднимает идущего по нему вверх пассажира за время $t_1 = 2$ мин, а стоящего на нём – за время $t_2 = 3$ мин. Сколько времени t спускался бы пассажир по неподвижному эскалатору, если бы шёл с той же по модулю скоростью, с какой он поднимался по движущемуся эскалатору? Ответ приведите в минутах, округлив до целых.

1. Решение. Пусть длина эскалатора равна L, модуль скорости эскалатора $v_э$, а модуль скорости пассажира относительно эскалатора $v_п$. Тогда $v_э t_2 = L$, $(v_э + v_п)t_1 = L$ и $v_п t = L$. Отсюда $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 6$ мин. **Ответ:** $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 6$ мин.

2. В дне цилиндрической открытой банки вместимостью V_0 = 100 см^3 проделали отверстие и припаяли к дну трубку, расположив ее перпендикулярно дну. Затем банку поставили вверх дном на тонкий лист резины, лежащий на горизонтальном столе, как показано на рисунке. Потом через трубку в банку стали медленно наливать воду. Когда объем налитой воды превысил V = 110 см^3, вода начала подтекать из-под края банки на резиновый лист. Найдите массу m банки с трубкой, если площади поперечного сечения банки и трубки равны соответственно S = 10 см^2 и s = 1 см^2. Плотность воды равна ρ = 1 г/см^3. Ответ приведите в граммах, округлив до целых.

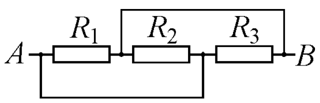


2. Решение. Вода начнёт вытекать из-под банки, когда сила давления воды на дно банки станет чуть больше силы тяжести, действующей на банку с трубкой, и силы атмосферного давления, т.е. при условии $(\rho g h + p_а)(S - s) \geq mg + (S - s)p_а$. Здесь $p_а$ – атмосферное давление, $h = \dfrac{V - V_0}{s}$ – высота столба воды в трубке. Отсюда находим, что $m \leq \dfrac{\rho(V - V_0)(S - s)}{s} = \dfrac{1 \cdot (110 - 100) \cdot (10 - 1)}{1} = 90$ г. **Ответ.** $m \leq \dfrac{\rho(V - V_0)(S - s)}{s} = 90$ г.

3. Туристы, собираясь в зимний поход, взяли с собой портативный примус и запас бензина. На привале им потребовалась вода для приготовления пищи. Они решили растапливать снег в железном котелке, поставив его примус. Стояла оттепель и температура снега была равна t_0 = 0 ºС, причем снег был мокрым, т.е. его масса состояла на 80% из массы кристалликов льда и на 20% из массы воды. Какую массу $m_б$ бензина затратили туристы, чтобы получить $V = 2$ литра воды при температуре $t = 100$ ºC? Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, удельная теплоемкость воды $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг·ºC), масса котелка $M = 400$ г, удельная теплоемкость железа $c_ж = 0{,}46$ кДж/(кг·ºC), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельная теплота сгорания бензина $q = 44$ МДж/кг. Считайте, что на нагрев воды и котелка идет $\eta = 40\%$ количества теплоты, выделяющейся при сгорании бензина. Ответ приведите в граммах, округлив до целого.

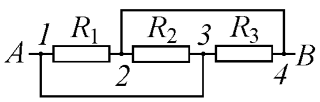
3. Решение. Масса воды, которую требуется получить, $m_в = \rho V = 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2$ кг, масса льда, который нужно растопить, $m_л = m_в \cdot \frac{80}{100} = 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6$ кг. Количество теплоты, требующееся для растапливания льда при 0 ºC, равно $Q_1 = m_л \lambda = 1{,}6 \cdot 330 = 528$ кДж. Количество теплоты, требующееся для нагревания котелка и воды до температуры 100 ºC, $Q_2 = (Mc_ж + m_в c_в) \cdot (t - t_0) = (0{,}4 \cdot 0{,}46 + 2 \cdot 4{,}2) \cdot 100 = 858{,}4$ кДж. Количество теплоты, выделяющееся при сгорании бензина, $Q_3 = \frac{(Q_1 + Q_2) \cdot 100\%}{\eta} = \frac{(528 + 858{,}4) \cdot 100}{40} = 3466$ кДж. Масса сгоревшего бензина $m_б = \frac{Q_3}{q} = \frac{3466}{44000} \approx 0{,}079$ кг = 79 г.

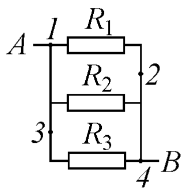
Ответ. $m_б = \frac{[0{,}8 \cdot \rho V \lambda + (Mc_ж + \rho V c_в)(t - t_0)] \cdot 100\%}{\eta q} \approx 79$ г.



4. Три резистора соединены в цепь, схема которой изображена на рисунке. Чему равно сопротивление цепи между точками A и B? Сопротивления резисторов $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 3R$, где $R = 11$ Ом.

4. Решение. Исходная цепь и ее эквивалентная схема изображены на рисунке. Видно, что резисторы цепи соединены параллельно. Имеем





$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{11}{6R}.$$

Отсюда $R_{AB} = \frac{6}{11}R = 6$ Ом. **Ответ.** $R_{AB} = \frac{6}{11}R = 6$ Ом**.**

5. Поезд начинает двигаться с постоянным ускорением и проходит начальный отрезок пути разгона, составляющий 1/9 часть от полного пути разгона, со средней скоростью $v_{ср} = 10$ км/ч. Какова скорость v поезда в конце пути разгона? Ответ приведите в км/ч и округлите до целых.

5. Решение. Поскольку движение поезда является равноускоренным с нулевой начальной скоростью, справедливы равенства: $v_{ср} = \frac{v_1}{2}$, $\frac{L}{9} = \frac{v_1 t_1}{2}$, $L = \frac{vt}{2}$. Здесь v_1 – скорость поезда в конце девятой части пути разгона, t_1 – время его движения на 1/9 пути разгона, t – полное время движения поезда на всем пути разгона, L – длина пути разгона. Из этих равенств следует, что $v = 18 v_{ср} \frac{t_1}{t}$. По законам равноускоренного движения $\left(\frac{t_1}{t}\right)^2 = \frac{1}{9}$. **Ответ:** $v = 6 v_{ср} = 60$ км/ч.

Второй тур

Разминочная задача. Учебник физики лежит на горизонтальном столе. Обложка учебника имеет размеры 25×20 см, масса учебника 400 г. Какое давление оказывает учебник на поверхность стола? Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2. Ответ приведите в паскалях, округлив до целых.

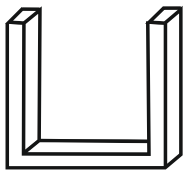
Ответ. $p = \dfrac{0{,}4 \cdot 10}{0{,}25 \cdot 0{,}2}$ = 80 Па.

1. Из пункта A в момент времени t_1 = 10 часов утра выезжает мотоцикл, а навстречу ему из пункта B, находящегося на расстоянии $L = 600$ км, в момент времени t_2 = 2 часа дня выезжает грузовик. Зная, что мотоцикл до встречи с грузовиком двигался со средней скоростью $v_\text{м} = 80$ км/ч, а грузовик – со средней скоростью $v_\text{гр} = 60$ км/ч, определите, сколько времени t двигался грузовик до встречи с мотоциклом. Ответ приведите в часах, округлив до целых.

1. Решение. К моменту выезда грузовика мотоциклист проехал расстояние $l = v_\text{м} \cdot (t_2 + 12 - t_1) = 320$ км. После этого мотоциклист и грузовик сближались со скоростью $u = v_\text{м} + v_\text{гр} = 80 + 60 = 140$ км/ч. Искомое время $t = \dfrac{L - v_\text{м} \cdot (t_2 + 12 - t_1)}{v_\text{м} + v_\text{гр}} = \dfrac{600 - 320}{140} = 2$ ч.

Ответ: $t = \dfrac{L - v_\text{м} \cdot (t_2 + 12 - t_1)}{v_\text{м} + v_\text{гр}} = 2$ ч.

2. В одно из вертикальных колен трубки, форма которой показана на рисунке, налили столько



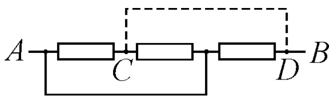
ртути, что её уровень в коленах на 2 мм превысил уровень ртути в горизонтальной части трубки. Затем в то же колено медленно влили $m = 5$ г воды. Определите разность d верхних уровней жидкостей в коленах трубки. Площадь поперечного сечения каждого колена трубки равна $s = 1$ см^2, плотность ртути $\rho_\text{рт} = 13{,}6$ г/см^3, плотность воды $\rho_\text{в} = 1$ г/см^3. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до одного знака после запятой.

2. Решение. Пусть h – высота уровня ртути в коленах трубки над верхней поверхностью ее горизонтальной части. Поскольку плотность воды меньше плотности ртути, а масса налитой воды $m < 2h \cdot \rho_\text{рт} \cdot s = 5{,}44$ г, то вода не будет переливаться во второе колено. Обозначим через $H = \dfrac{m}{\rho_\text{в} s}$ высоту столба воды, а через x – расстояние, на которое сместится уровень ртути в первом колене. Условие равновесия жидкостей имеет вид: $\rho_\text{в} g H + \rho_\text{рт} g (h - x) + p_\text{а} = \rho_\text{рт} g (h + x) + p_\text{а}$, где $p_\text{а}$ – атмосферное давление. Отсюда $x = \dfrac{\rho_\text{в} H}{2\rho_\text{рт}} = \dfrac{m}{2\rho_\text{рт} s}$. Искомая разность высот уровней $d = H - 2x =$ $= \dfrac{m}{s} \cdot \dfrac{\rho_\text{рт} - \rho_\text{в}}{\rho_\text{рт} \rho_\text{в}} = \dfrac{5}{1} \cdot \dfrac{13{,}6 - 1}{13{,}6 \cdot 1} \approx 4{,}63$ см = 46,3 мм. **Ответ.** $d = \dfrac{m}{s} \cdot \dfrac{\rho_\text{рт} - \rho_\text{в}}{\rho_\text{рт} \rho_\text{в}} \approx 46{,}3$ мм.

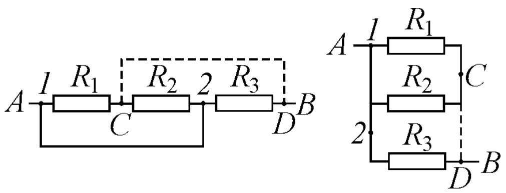
3. Рассеянная хозяйка налила в чайник воды при температуре t_0 = 10 ºС, поставила его на электроплитку и вышла из кухни, забыв про чайник. Через время τ_1 = 10 минут вода закипела. Через какое время τ_2 вода полностью выкипит? Удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·ºС), удельная теплота парообразования воды r = 2,3 МДж/кг. Теплоемкостью чайника можно пренебречь. Ответ приведите в минутах, округлив до целого.

3. Решение: Пусть m – начальная масса воды в чайнике. Найдем количества теплоты Q_1 и Q_2, требующиеся соответственно для нагревания воды до температуры кипения и для превращения ее в пар: $Q_1 = cm(t_к - t_0)$, $Q_2 = mr$. Здесь $t_к$ = 100 ºС – температура кипения воды. Пусть q – доля мощности плитки, идущая на нагрев воды; тогда $Q_1 = q\tau_1$, $Q_2 = q\tau_2$, где τ_1 – время нагрева воды, τ_2 – время ее полного выкипания. Объединяя эти выражения, получаем ответ: $\tau_2 = \tau_1 \dfrac{r}{c(t_к - t)} = 10\dfrac{2300}{4{,}2\cdot(100-10)} \approx 61$ мин. **Ответ.** $\tau_2 = \tau_1 \dfrac{r}{c(t_к - t)} \approx 61$ мин.

4. Три одинаковых резистора соединены в цепь, схема которой изображена на рисунке, причем сопротивление между точками A и B равно R_{AB} = 3 Ом. Чему станет равным сопротивление R'_{AB} между точками A и B, если точки C и D соединить проводником, как показано на рисунке штриховой линией?



4. Решение. Исходная цепь и ее эквивалентная схема в первом и во втором случаях изображены на рисунке. В первом случае резисторы R_1 и R_2 замкнуты накоротко и сопротивление $R_{AB} = R$, где R – сопротивление отдельного резистора. Во втором случае, когда точки C и D замкнуты проводником, все три резистора оказываются соединенными параллельно. Следовательно,



$\dfrac{1}{R'_{AB}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{3}{R}$, и $R'_{AB} = \dfrac{R}{3} = 1$ Ом. **Ответ.** $R'_{AB} = \dfrac{R_{AB}}{3} = 1$ Ом.

5. С поверхности земли подброшен вертикально вверх небольшой шарик с начальной скоростью v_0 = 5 м/с. В тот момент, когда он достиг верхней точки, снизу, с того же места подброшен точно такой же шарик с такой же начальной скоростью. При столкновении шарики слипаются и движутся далее как одно целое. Определите промежуток времени t, в течение которого первый шарик находился в полёте до соприкосновения с поверхностью земли. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным g = 10 м/с^2. Ответ округлите до одного знака после запятой.

5. Решение. Выберем систему отсчета с началом на поверхности земли и координатной осью OY, направленной вертикально вверх. Уравнения движения шариков имеют вид: $y_1(t) = v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$, $y_2(t) = v_0(t - t_0) - \dfrac{g(t-t_0)^2}{2}$, где $t_0 = \dfrac{v_0}{g}$ – время подъема первого шарика до верхней точки. Из равенства $y_1(t_1) = y_2(t_1)$ находим, что промежуток времени t_1 от момента подбрасывания первого шарика до столкновения шариков $t_1 = \dfrac{3}{2}\dfrac{v_0}{g}$, а высота h, на которой произойдет столкновение, $h = \dfrac{3}{8}\dfrac{v_0^2}{g}$. Непосредственно перед столкновением скорости каждого из шариков по величине равны $v = \dfrac{v_0}{2}$, но направлены в противоположные стороны. По закону сохранения импульса сразу после столкновения скорость слипшихся шариков равна нулю. Время их свободного падения на землю с высоты h равно $t_2 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \dfrac{v_0}{2g}\sqrt{3}$. Общее время полёта первого шарика (т.е. искомый промежуток времени) $t = t_1 + t_2 = \dfrac{v_0}{2g}(3+\sqrt{3}) \approx 1{,}2$ с. **Ответ**: $t = \dfrac{v_0}{2g}(3+\sqrt{3}) \approx 1{,}2$ с.

Третий тур

Разминочная задача. Брусок массой 700 г имеет размеры 20×10×5 см. Какова плотность бруска? Ответ выразите в кг/м^3, округлив до целых.

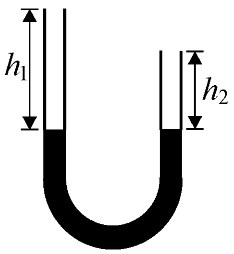
Ответ. $\rho = \dfrac{0{,}7}{0{,}2\cdot 0{,}1\cdot 0{,}05} = 700$ кг/м^3.

1. Из города *A* в момент времени $t_1 = 10$ часов утра выезжает мотоциклист, а навстречу ему из города *B*, находящегося на расстоянии $L = 600$ км, в момент времени $t_2 = 3$ часа дня выезжает грузовик. Зная, что мотоциклист до встречи с грузовиком двигался со средней скоростью $v_{\text{м}} = 60$ км/ч, а грузовик – со средней скоростью $v_{\text{гр}} = 40$ км/ч, определите расстояние *x*, которое грузовик проехал до встречи с мотоциклистом. Ответ приведите в километрах, округлив до целых.

1. Решение. К моменту выезда грузовика мотоциклист проехал расстояние $l = 60\cdot(15-10) = 300$ км. После этого мотоциклист и грузовик сближались со скоростью $u = v_{\text{м}} + v_{\text{гр}} = 60 + 40 = 100$ км/ч в течение промежутка времени $t = \dfrac{L-l}{u} = \dfrac{600-300}{100} = 3$ ч. За это время грузовик проехал расстояние $x = v_{\text{гр}}t = 40\cdot 3 = 120$ км.

1. Ответ: $x = \dfrac{L - v_{\text{м}}(t_2 + 12 - t_1)}{v_{\text{м}} + v_{\text{гр}}} v_{\text{гр}} = 120$ км.

2. Вертикально расположенная *U*-образная трубка с коленами разной высоты частично заполнена



ртутью, причем левый конец трубки выше уровня ртути на $h_1 = 50{,}2$ см, а правый – на $h_2 = 25$ см. В оба колена трубки поочередно наливают воду так, что они оказываются заполненными доверху. На какую величину Δh переместится уровень ртути в левом колене трубки, если известно, что ртуть из его вертикальной части не вытесняется полностью? Плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13{,}6$ г/см^3, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до целых.

2. Решение: Пусть первоначальная высота столба ртути в каждом из колен трубки равна h_0. Поскольку ртуть несжимаема и сечение трубки постоянно, после заполнения колен водой ртуть опустится в левом колене на такую же величину Δh, на которую поднимется в правом колене. Поэтому высоты столбов воды в левом и правом коленах трубки будут, соответственно, равны $h_1 + \Delta h$ и $h_2 - \Delta h$. Жидкости будут находиться в равновесии при равенстве давлений ртути в левом и правом коленах в нижней точке трубки, т.е. при выполнении условия:

$\rho_в g(h_1+\Delta h)+\rho_{рт} g(h_0-\Delta h)=\rho_в g(h_2-\Delta h)+\rho_{рт} g(h_0+\Delta h)$. Отсюда находим $\Delta h=\dfrac{\rho_в(h_1-h_2)}{2(\rho_{рт}-\rho_в)}=1$ см.

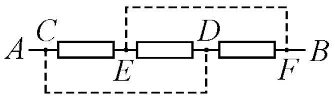
2. Ответ: $\Delta h=\dfrac{\rho_в(h_1-h_2)}{2(\rho_{рт}-\rho_в)}=10$ мм.

3. Туристы на привале решили приготовить чай. Налив в котелок воды при температуре t_0 = 10 ºС, они подвесили его над горящим костром и занялись обустройством лагеря. Через время τ_1 = 15 минут вода закипела, но никто из туристов этого не заметил, и вода стала выкипать. Через какое время τ_2 выкипит четверть воды, первоначально находящейся в котелке? Удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·ºС), удельная теплота парообразования воды r = 2,3 МДж/кг. Теплоемкостью котелка можно пренебречь. Считайте, что подводимая к воде тепловая мощность остается постоянной. Ответ приведите в минутах, округлив до целых.

3. Решение: Обозначим через m начальную массу воды в котелке. Найдем количества теплоты Q_1 и Q_2, требующиеся соответственно для нагревания воды до температуры кипения и для превращения ¼ части ее в пар: $Q_1=cm(t_к-t_0)$, $Q_2=\dfrac{m}{4}r$. Здесь $t_к$ = 100 ºС – температура кипения воды. Пусть q – доля тепловой мощности, идущая на нагрев воды; тогда $Q_1=q\tau_1$, $Q_2=q\tau_2$, где τ_1 – время нагрева воды, τ_2 – время ее частичного выкипания. Объединяя эти выражения, получаем ответ: $\tau_2=\tau_1\dfrac{r}{4c(t_к-t_0)}=15\dfrac{2300}{4\cdot 4{,}2\cdot(100-10)}\approx 23$ мин.

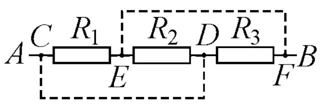
3. Ответ. $\tau_2=\tau_1\dfrac{r}{4c(100\,°\mathrm{C}-t_0)}\approx 23$ мин.

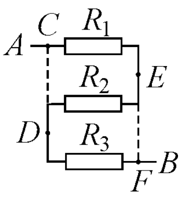
4. Три одинаковых резистора соединены в цепь, схема которой изображена на рисунке, причем



сопротивление между точками A и B равно R_{AB} = 18 Ом. Чему станет равным сопротивление R'_{AB} между точками A и B, если точки C и D, а также E и F соединить проводниками, как показано на рисунке штриховыми линиями?

4. Решение. Исходная цепь и ее эквивалентная схема изображены на рисунке, причем $R_{AB}=3R$,





где R – сопротивление одного резистора. Видно, что после замыкания точек C и D и точек E и F все три резистора оказываются соединенными параллельно. Следовательно, $\dfrac{1}{R'_{AB}}=\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}=\dfrac{3}{R}$, и $R'_{AB}=\dfrac{R_{AB}}{9}=2$ Ом.

4. Ответ. $R'_{AB}=\dfrac{R_{AB}}{9}=2$ Ом.

5. Две планеты движутся по круговым орбитам вокруг массивной звезды. Радиус орбиты второй планеты больше радиуса орбиты первой планеты в k = 4 раза. Найдите период обращения второй планеты, если известно, что период обращения первой планеты T_1 = 100 суток. Гравитационным взаимодействием между планетами можно пренебречь. Ответ приведите в сутках, округлив до целых.

5. Решение. По второму закону Ньютона, используя выражение для центростремительного ускорения и силы всемирного тяготения, имеем $m \cdot \frac{v^2}{R} = G\frac{m \cdot M}{R^2}$. Период обращения по круговой орбите равен $T = \frac{2\pi R}{v}$. Таким образом, $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$, как это и следует из третьего закона Кеплера. Отсюда получаем, что $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{3/2}$.

5. Ответ: $T_2 = T_1 \cdot k^{3/2} = 800$ суток.