

10-11

( 3- ) : " ,  
:

- 1) ?
- 2) ?
- 3) , , ?
- 4) ?
- 5) , ( )? .

\_\_\_\_\_.

- 1. . :
- 2. .
- 3. .
- 4. .
- 5. 5 .

5-9

( 3- ) : " ,  
:

- 1) ?
- 2) ?
- 3) , ' ?
- 4) ?

\_\_\_\_\_.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

**Олимпиада школьников «Ломоносов» 2013/2014 учебного года**  
**по робототехнике**  
**ЗАДАНИЕ ОЛИМПИАДЫ**  
**Заключительный этап**  
**(письменная часть)**  
**5-11 класс**

**№1.** На Юпитере состоялась встреча делегаций роботов с Марса и Земли, прилетевших туда на четырех звездолётах, в каждом из которых может разместиться не более пяти роботов. Каждый из «землян» пожал «руку» четырём «марсианам», а каждый «марсианин» – трём «землянам». Определите численность каждой делегации, если известно, что 11 роботов на этой встрече были на гусеничном ходу.

**Ответ:** 6 землян; 8 марсиан.

**Решение.** Пусть было  $x$  землян и  $y$  марсиан. Тогда количество рукопожатий:  $4x = 3y$ , то есть  $x = 3n$ ,  $y = 4n$  (в сумме  $7n$ ). По условию  $7n \geq 11$ ,  $7n \leq 5 \cdot 4$ , поэтому  $n = 2$ .

**№2.** Два радиоуправляемых квадрокоптера летят с постоянными скоростями по двум взаимно перпендикулярным прямолинейным траекториям, лежащим в одной плоскости. Эти траектории пересекаются в точке  $O$ . В начальный момент времени первый квадрокоптер находился в точке  $A$ , а второй - в точке  $B$ . Известно, что  $AO=30$ м,  $BO=40$ м. Скорость первого  $V_1=2$ м/с, а второго  $V_2=4$ м/с. Для безопасности полетов необходимо выполнение условия, что во время полета, квадрокоптеры не должны сближаться до расстояния менее 2 метров. Окажется ли данный полет безопасным?

**Ответ:** полет безопасный.

**Решение.** Выберем ось  $OY$  вдоль прямой  $OA$ , а ось  $OX$  – вдоль –  $OB$ . Тогда закон движения квадрокоптеров будет выглядеть так:

$$y(t) = -30 + 2t \text{ и } x(t) = -40 + 4t$$

Тогда квадрат расстояния между квадрокоптерами будет равен:

$$R^2 = (2t - 30)^2 + (4t - 40)^2.$$

Проверим условие безопасности полета, которое после преобразований сводится к неравенству:

$$t^2 - 22t + 125 \geq 4,$$

которое выполняется для любых  $t$ .

**№3.** По плоскости, угол наклона которой к горизонту равен  $\alpha$ , под действием силы тяжести, направленной вертикально, и силы трения, направленной вдоль наклонной плоскости, движется брусок с постоянной скоростью  $V$ , определяемой из условия баланса силы тяжести и силы трения. Считать, что сила трения пропорциональна второй степени скорости:  $F_t = k \cdot V^2$ . Определить угол наклона плоскости, при котором горизонтальная скорость бруска будет наибольшей.

**Ответ:**  $\alpha = \arctg \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Решение.** Горизонтальная скорость бруска равна  $V_x = V \cos \alpha$ , , условие баланса сил  $mg \sin \alpha = \kappa V^2$ . Задача сводится к максимизации функции  $f(\alpha) = \sqrt{\frac{mg}{\kappa}} \cdot \sqrt{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha$ , наибольшее значение достигается при  $\alpha = \arctg \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**№4.** Рассмотрим два математических маятника, подвешенные в одной и той же точке О. Трение в точке подвеса учитывать не будем. Каждый маятник представляет собой безмассовый стержень, на конце которого крепится материальная точка. Пусть эти материальные точки имеют одну и ту же массу, при этом длина одного из маятников больше длины другого. Отклоним маятники от нижнего положения равновесия на один и тот же произвольный угол. Будем вначале удерживать их в этом состоянии покоя. Затем одновременно отпустим маятники, не сообщив им какой-либо начальной скорости. Спрашивается: какой из маятников, опередив другой, раньше окажется внизу?

**Ответ:** Короткий – быстрее.

**Решение.** Приближенное решение этой задачи может быть основано на формуле периода малых колебаний маятника. Чем больше длина маятника, тем больше период колебаний, а значит, тем больше время движения до нижнего положения. Точное решение требует рассмотрения динамического уравнения моментов сил, которое в школе не проходят.

Заключительный этап олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике состоит из двух частей:

- **письменной**, в которой участникам олимпиады предлагается ряд задач по механике для решения в течение двух часов (вариант приведен выше);
- **устной**, для которой участники олимпиады, прошедшие в заключительный этап, должны **подготовить и защитить доклад** на произвольную тему, связанную с роботами. Ребята могут поделиться своим опытом или теоретическими знаниями в создании мобильных систем, рассказать об особенностях конструирования роботов и своих успехах в этой области, продемонстрировать сконструированные модели и созданных ими роботов. **Требования к докладу:** подготовленный текст объемом не более 10 страниц, включая иллюстрации, приложения и список литературы; подготовленные демонстрационные материалы и презентация, сопровождающие выступление.

Результат участника заключительного этапа олимпиады определяется как сумма баллов, набранных участником в каждой части: **доклад (максимум 60 баллов)** и **решение задач (максимум 40 баллов)**.



**2013/2014 учебный год**  
**КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ<sup>1</sup>**

**олимпиады школьников «ЛОМОНОСОВ»**  
**по РОБОТОТЕХНИКЕ для 5-9 классов**

**ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ:**

*От **81** балла включительно и выше.*

**ПРИЗЁР:**

*От **50** баллов до **80** баллов включительно.*

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени):**

*От **75** баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР (диплом II степени):**

*От **50** баллов до **74** баллов включительно.*

---

<sup>1</sup> Утверждены на заседании жюри олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике.



**2013/2014 учебный год**  
**КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ<sup>2</sup>**

**олимпиады школьников «ЛОМОНОСОВ»**  
**по РОБОТОТЕХНИКЕ для 10-11 классов**

**ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ:**

*От **80** баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР:**

*От **65** баллов до **79** баллов включительно.*

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени):**

*От **75** баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР (диплом II степени):**

*От **50** баллов до **74** баллов включительно.*

---

<sup>2</sup> Утверждены на заседании жюри олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике.

## ЗАДАНИЕ ПО РОБОТОТЕХНИКЕ

Участие в олимпиаде по робототехнике вы можете принять в трех различных формах.

Во-первых, вы можете написать **доклад** по указанной теме, в котором главным является ваша эрудиция и умение работать с литературными источниками.

Во-вторых, вы можете решить прикладную задачу **по механике**, максимально используя ваши теоретические знания.

В-третьих, вы можете предложить алгоритм и **компьютерный код** для прямого численного расчета. В этом случае надо прислать нам описание алгоритма решения, компьютерный код с пояснениями и анализ точности расчета.

Удачи и сил!

### Задание отборочного тура по робототехнике

Представим следующую картину.

Робот находится в пункте  $A$ , который расположен на лугу. Перед ним стоит задача попасть за кратчайшее время в пункт  $B$  — на песчаной пустоши. Расстояние между пунктами равно  $L$  км. Границей пустоши и луга является прямая линия. Расстояние от пункта  $A$  до границы равно  $a$  км, расстояние от пункта  $B$  до границы равно  $b$  км. Робот оснащен достаточным количеством приборов, позволяющих проводить анализ грунта (забирая пробы грунта или дистанционно) с целью выяснения максимальной возможной скорости движения по лугу и по пустоши. Пусть, таким образом, определилась его максимальная скорость движения: по пустоши —  $p$  км/час, а по лугу —  $q$  км/час.

Участникам олимпиады предлагается следующие три задания, из которых достаточно выбрать только одно:

**1.** Написать доклад на тему: "Физические основы устройства приборов по определению физико-механических свойств материалов". Из текста доклада должно быть понятно как проводить эксперименты, какие параметры грунта надо измерять и как эти параметры влияют на максимальную скорость движения.

**2.** Предложите алгоритм и компьютерный код для прямого численного расчета траектории наискорейшего достижения цели.

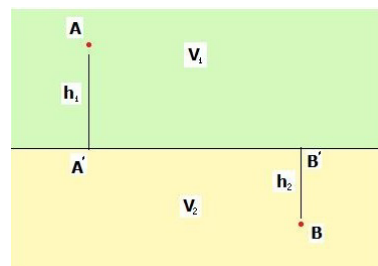
**3.** Попытайтесь максимально продвинуться в аналитическом решении задачи определения минимального времени, за которое робот попадет из пункта  $A$  в пункт  $B$ . В случае необходимости на завершающем этапе может быть использован компьютер.

## Ломоносов — 2013. Робототехника

### Краткое решение и критерии оценок

**Решение.** Наша задача: найти такую точку  $C$  на отрезке  $A'B'$  (см. рисунок), чтобы путь по траектории  $AC + CB$  занимал минимально возможное время. Расстояние  $A'B'$  равно

$$M = \sqrt{L^2 - (a + b)^2}$$



Пусть  $A'C = x$ . Тогда время передвижения  $t$  равно

$$t(x) = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{q} + \frac{\sqrt{b^2 + (M - x)^2}}{p}$$

Таким образом, нужно найти минимум функции  $t(x)$ . Вычислим производную

$$t'(x) = \frac{x}{q\sqrt{a^2 + x^2}} + \frac{x - M}{p\sqrt{b^2 + (x - M)^2}}$$

Точки экстремума функции находятся из условия равенства нулю производной функции  $t(x)$ . Можно проверить, что вторая производная  $t''(x) \geq 0$ . Отсюда следует, что на промежутке  $x \in [0; M]$  у функции  $t(x)$  единственная точка экстремума  $x_0$  — точка минимума.

Уравнение

$$t'(x) = 0$$

имеет единственное решение  $x_0$ . Это уравнение нужно решить численно, описав подробно алгоритм, численный метод и предъявив тестовый расчет.

Для докладов по теме "Физические основы устройства приборов по определению физико-механических свойств материалов". главным является привязка описанных схем определению физико-механических свойств материалов к конструкции конкретных предлагаемых авторами мобильных систем.

**Критерии:** Для расчетной задачи 100 баллов — получена расчетная формула, доказана единственность корня, предложен и описан алгоритм, предъявлен авторский компьютерный код и тестовый расчет на конкретном примере.

Если нет тестового расчета или не доказано, что корень один, то — не более 90 баллов.

Если нет тестового расчета и не доказано, что корень один, то — не более 70 баллов.

Если получена только расчетная формула, то — не более 50 баллов.

Для Докладов 100 баллов — описание методов, привязка описанных методов к конструкции конкретных предлагаемых авторами мобильных систем.

Если нет предложений по конструкции конкретных авторских мобильных систем — не более 50 баллов.



Олимпиада школьников Ломоносов–2013 по робототехнике

Задачи

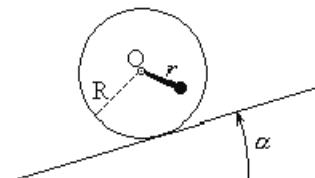
1.(7-9) Родители Роберта подарили сыну на день рождения мобильный робот с автономным энергетическим питанием, который затрачивал 10 г сухого спирта на 1 час непрерывной работы. Мальчик, изучив устройство робота, усовершенствовал его работу и провел испытание. В результате обнаружилось, что робот, проработав 40 минут, затратил на 20% меньше сухого спирта, чем по заводским данным. Сколько граммов спирта вмещает энергетический отсек робота, если после модификации он может непрерывно работать 3,5 часа?

2.(7-11) Поверхность пола складского помещения разделена на черные и белые квадраты (8x8) так же, как на шахматной доске (поля **a1, c1, e1, g1, b2** и так далее — черные; поля **b1, d1, f1, h1, a2** и так далее — белые). Роботы трех видов («ладья», «слон» и «конь») ввозят на склад грузы через белый квадрат **h1**. Робот «ладья» перемещается по складу точно так же, как ходит шахматная ладья (по горизонталям и вертикалям), причем, на перемещение с грузом на один квадрат затрачивается 65 Дж. Робот «слон» перемещается по складу точно так же, как ходит шахматный слон (по диагоналям), причем, на перемещение с грузом на один квадрат затрачивается 84 Дж. Робот «конь» перемещается по складу прыжками (преодолевая препятствия) точно так же, как ходит шахматный конь (буквой Г), причем, на один прыжок затрачивается 150 Дж. Известно, что квадраты **c4, d5, e6** и **a6** уже заняты грузами.

А) На каком роботе выгоднее переместить груз по складу до белого квадрата **a8**?

Б) Для каждого белого квадрата укажите робота, на котором выгоднее доставлять грузы в этот квадрат из квадрата **h1**.

3.(10-11) Рассмотрим расположенный на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  круговой однородный цилиндр, масса которого  $M$ , а радиус  $R$ . На оси цилиндра шарнирно закреплен маятник с массой  $m$ . Центр масс маятника расположен на расстоянии  $r$  от его оси  $O$ . Маятник можно поворачивать внутри цилиндра вокруг оси  $O$  с помощью двигателя, установленного на этой же оси.



А) Как расположить маятник внутри цилиндра, чтобы вся система находилась в равновесии на этой наклонной плоскости?

Б) Найти максимальное значение угла  $\alpha$ , при котором возможно такое равновесие.

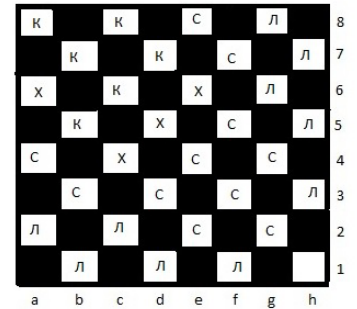
В) Какова должна быть ориентация маятника (в абсолютном пространстве), чтобы цилиндр катился вверх по наклонной плоскости? И при каких значениях угла  $\alpha$  такое движение вверх по наклонной плоскости возможно?

### Решение

1. Масса  $m$  топлива пропорциональна времени  $t$  работы робота  $m = \alpha t$ . До модернизации  $10 = \alpha \cdot t$ . После модернизации коэффициент пропорциональности стал равен  $0,8\alpha$ . Тогда ответ  $x = \frac{4}{5} \cdot 10 \cdot \frac{7}{2} = 28$  г.

2. А) Конь допрыгает до  $a8$  за 6 ходов ( $150 \cdot 6 = 900$ ), слон за 11 ( $84 \cdot 11 = 924$ ), а ладья за 14 ( $65 \cdot 14 = 910$ ). Конь — дешевле.

Б) Перебор вариантов с учетом симметрии.



3. На рисунке показано сечение системы "цилиндр + маятник" вертикальной плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра и проходящей через его середину. Будем считать, что маятник лежит в этой плоскости. В сечении, вместо цилиндра, получается круг. Напомним, что  $M$  — масса цилиндра,  $R$  — его радиус (радиус круга),  $m$  — масса маятника,  $r$  — расстояние от оси цилиндра (от точки  $O$ ) до центра масс маятника. Цилиндр считается однородным, тем самым его центр масс лежит на его оси (на рисунке — в центре круга  $O$ ). Найдём расстояние  $r_c$  от точки  $O$  (от оси цилиндра) до центра масс  $C$  всей системы (цилиндр + маятник), воспользовавшись соотношением

$$Mr_c = m(r - r_c). \quad (1)$$

Из выражения (1) получаем

$$r_c = \frac{mr}{M+m}. \quad (2)$$

Пусть маятник отклонен от вертикали на угол  $\phi$ . Тогда расстояние от центра масс  $C$  до вертикали, опущенной из точки  $O$ , равно

$$r_c \sin \phi. \quad (3)$$

Расстояние от точки  $P$  контакта круга с наклонной прямой до вертикали, опущенной из точки  $O$ , равно

$$R \sin \alpha. \quad (4)$$

Тогда расстояние от центра масс  $C$  до вертикали, проходящей через точку контакта  $P$ , равно разности величин (3) и (4)

$$r_c \sin \phi - R \sin \alpha. \quad (5)$$

Момент силы тяжести всей системы относительно точки контакта  $P$  равен

$$(M + m)(r_c \sin \phi - R \sin \alpha) = (M + m) \left( \frac{mr}{M+m} \sin \phi - R \sin \alpha \right) = mr \sin \phi - (M + m)r \sin \alpha. \quad (6)$$

Система будет находиться в равновесии, когда момент (6) будет равен нулю. Момент (6) равен нулю, когда плечо

$$r_c \sin \phi - R \sin \alpha = 0. \quad (7)$$

Равенство (7) означает, что вертикаль, опущенная из центра масс всей системы  $C$ , проходит через точку контакта  $P$ . Воспользовавшись выражением (6), можно записать это условие в виде

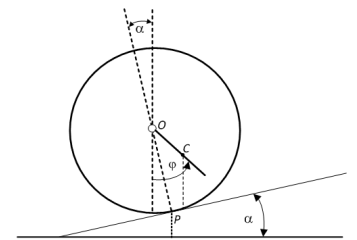
$$\sin \alpha = \frac{mr}{(M+m)R} \sin \phi. \quad (8)$$

При условии

$$\sin \alpha < \frac{mr}{(M+m)R} \sin \phi \quad (9)$$

момент силы тяжести относительно точки  $P$  направлен по часовой стрелке, и цилиндр может катиться вверх по наклонной поверхности. Максимальное значение величины  $\sin \phi$  достигается при  $\phi = \frac{\pi}{2}$ , т.е. когда маятник ориентирован горизонтально. Таким образом, максимальное значение угла наклона опорной поверхности, при котором возможно равновесие цилиндра с маятником, определяется равенством

$$\sin \alpha = \frac{mr}{(M+m)R}. \quad (10)$$



Равенство (10) означает, что угол наклона опорной поверхности таков, что вертикаль, опущенная из центра масс  $C$  всей системы (при горизонтально ориентированном маятнике), проходит через точку касания  $P$ . Если угол наклона таков, что

$$\sin \alpha < \frac{mr}{(M+m)R}, \quad (11)$$

то цилиндр может катиться вверх по наклонной поверхности. Равенство (11) означает, что вертикаль, опущенная из центра масс  $C$  всей системы (при горизонтально ориентированном маятнике), пересекает опорную прямую выше точки касания  $P$ . Итак, для того, чтобы цилиндр мог катиться вверх по наклонной поверхности, необходимым и достаточным является условие (9), а при горизонтально ориентированном маятнике — условие (11).

# Ломоносов – 2013. Робототехника

## Критерии оценок

Каждому участнику было предложено решить 2 задачи и предоставить доклад на произвольную тему, связанную с роботами, отражающий или личное участие в проектах по созданию роботов, мобильных систем, или знания в этой сфере.

Оценка за очный тур складывалась из суммы оценок за решение задач (максимум – 40 баллов) и за доклад (максимум – 60 баллов).

Каждая из приведенных задач была оценена максимум в 20 баллов.

- 1) Верный ход решения, но ответ не верен – 15 баллов.
- 2) Верный ход решения, но имеются грубые арифметические ошибки – 10 баллов

Доклад оценивался каждым членом жюри и далее обсуждался. Максимум за доклад – 60 баллов.

Критерии оценки доклада:

- 1) Степень участия докладчика в проекте, максимум – 20 баллов.
- 2) Степень знания материала о проекте, максимум – 20 баллов.
- 3) Степень готовности проекта, максимум – 20 баллов.



**2012/2013 учебный год**  
**КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ<sup>1</sup>**

**олимпиады школьников «ЛОМОНОСОВ»**  
**по РОБОТОТЕХНИКЕ**

**ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ:**

*От 95 баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР:**

*От 60 баллов до 94 баллов включительно.*

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени):**

*От 80 баллов включительно и выше.*

**ПРИЗЁР (диплом II степени):**

*От 75 баллов включительно.*

**ПРИЗЁР (диплом III степени):**

*От 60 баллов до 74 баллов включительно.*

---

<sup>1</sup> Утверждены на заседании жюри олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике.