



МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

***олимпиады школьников
«ЛОМОНОСОВ»
по физике***

2014/2015 учебный год

Задания и решения отборочного этапа ОШ «Ломоносов» по физике в 2015 году.
Задание для 10-х – 11-х классов

Первый тур

Тест. Какую скорость v нужно сообщить небольшому телу, чтобы оно поднялось от точки бросания вертикально вверх на максимальную высоту $h = \text{м}$? Сопротивлением воздуха пренебрегите. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 . Ответ округлите до одного знака после запятой.

Ответ: $v = \sqrt{2gh}$. *Варьируемый параметр h . Диапазон изменения от 10 до 30 м с шагом 2 м.*

Расчетная формула $v = \sqrt{20 \cdot h}$. Контрольный пример: при $h = 16 \text{ м}$ ответ $v = 17,9 \text{ м/с}$.

1 На гладкой горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 990 \text{ г}$, прикрепленный к вертикальной стенке пружиной жесткостью $k = 100 \text{ Н/м}$. В центр бруска попадает пуля массой $m = 10 \text{ г}$, летящая горизонтально и параллельно оси пружины, и застревает в нем. Определите скорость пули v , если максимальное сжатие пружины после удара составило $\Delta l = \text{см}$.

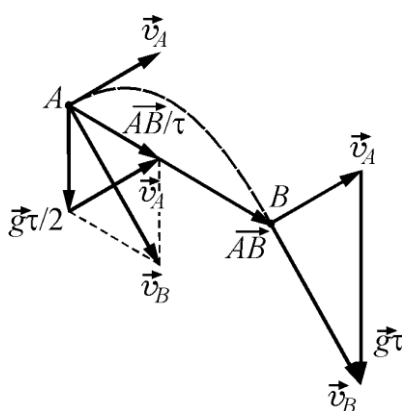
1. Решение. Поскольку соударение пули с бруском является кратковременным, смещение бруска за время соударения пренебрежимо мало и сила упругости в момент соударения не возникает. Следовательно, суммарный импульс пули и бруска во время соударения сохраняется: $mv = (m + M)u$, где u – скорость бруска с застрявшей в нем пулей сразу после соударения. При последующем движении бруска и пули сохраняется механическая энергия, причем при достижении максимального сжатия пружины брусок с пулей останавливается. Следовательно, $\frac{(m + M)u^2}{2} = \frac{k\Delta l^2}{2}$. Из записанных выражений получаем, что $v = \frac{\Delta l}{m} \sqrt{(M + m)k}$.

Ответ: $v = \frac{\Delta l}{m} \sqrt{(M + m)k}$.

Варьируемый параметр Δl . Диапазон изменения от 10 до 30 см с шагом 2 см. Расчетная формула $v = 10 \cdot \Delta l$. Контрольный пример: при $\Delta l = 15 \text{ см}$ ответ $v = 150 \text{ м/с}$.

2. Из некоторой точки A брошено тело под углом к горизонту. Через время $\tau = \text{с}$ оно достигло точки B , в которой вектор его скорости оказался перпендикулярным вектору начальной скорости тела. Найдите расстояние AB между точками A и B . Сопротивление воздуха можно не учитывать. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ округлите до одного знака после запятой.

2. Решение. Обозначим скорости тела в точках A и B через $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$, соответственно. По законам



равноускоренного движения имеем: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{g}\tau$ и $\vec{AB} = \vec{v}_A\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2}$.

Из записанных уравнений следует, что $\vec{v}_A = \frac{\vec{AB}}{\tau} - \vec{g} \frac{\tau}{2}$,

$\vec{v}_B = \frac{\vec{AB}}{\tau} + \vec{g} \frac{\tau}{2}$. Таким образом, $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ представляют собой

диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\frac{\vec{AB}}{\tau}$ и $\vec{g} \frac{\tau}{2}$ как на сторонах (см. рисунок). Поскольку по условию векторы $\vec{v}_A$ и

$\vec{V}_B$ взаимно перпендикулярны, этот параллелограмм есть ромб, и потому длины векторов $\frac{\overrightarrow{AB}}{\tau}$ и $\vec{g} \frac{\tau}{2}$ равны. Отсюда $AB = \frac{g\tau^2}{2}$. **Ответ:** $AB = \frac{g\tau^2}{2}$.

Варьируемый параметр τ . Диапазон изменения от 1 до 2 с с шагом 0,1 с. Расчетная формула $AB = 5 \cdot \tau^2$. Контрольный пример: при $\tau = 2$ с ответ $AB = 20$ м.

3. Над некоторым количеством водорода, помещенного в замкнутый сосуд, провели два эксперимента. В первом эксперименте водород находился при комнатной температуре, при которой его можно считать идеальным двухатомным газом. Для изохорного нагревания водорода на один градус в этих условиях пришлось затратить количество теплоты $Q = 10$ Дж. Во втором эксперименте температуру водорода предварительно существенно увеличили, в результате чего часть молекул водорода диссоциировала на атомы. При этом оказалось, что для изохорного нагревания водорода на один градус нужно затратить количество теплоты $Q_1 = 16$ Дж. Какое количество теплоты Q_2 пришлось бы затратить для изобарного нагревания водорода на один градус во втором эксперименте? Водород в условиях проведенных экспериментов можно считать идеальным газом.

Указание. Среднюю кинетическую энергию молекулы двухатомного газа, имеющего температуру T , примите равной $\bar{E} = \frac{5}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана.

3. Решение. Пусть в сосуде первоначально было N_0 структурных единиц (молекул) водорода. Внутренняя энергия водорода, имеющего температуру T , равна $U = N_0 \frac{5}{2}kT = \frac{N_0}{N_A} \cdot \frac{5}{2}RT$, где N_A –

постоянная Авогадро, $R = kN_A$ – универсальная газовая постоянная. Вводя обозначение $\nu = \frac{N_0}{N_A}$,

имеем $U = \frac{5}{2}\nu RT$. Будем считать, что при нагревании водорода на $\Delta T = 1$ К его молекулы не диссоциировали на атомы. По первому закону термодинамики для изохорного нагревания потребуется количество теплоты, равное увеличению внутренней энергии, т.е. $Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$. Пусть

во втором эксперименте температуру водорода увеличили до T_1 и αN_0 его молекул диссоциировали на атомы. Теперь в сосуде находится $N = 2\alpha N_0 + (1 - \alpha)N_0 = (1 + \alpha)N_0$ структурных единиц: $2\alpha N_0$ атомов водорода и $(1 - \alpha)N_0$ молекул водорода. Внутренняя энергия

водорода в этих условиях $U_1 = \left(\frac{3}{2} \cdot 2\alpha\nu + \frac{5}{2}(1 - \alpha)\nu \right) RT_1 = \frac{1}{2}(\alpha + 5)\nu RT_1$. Для изохорного нагревания

водорода на $\Delta T = 1$ К теперь потребуется количество теплоты $Q_1 = \frac{1}{2} \cdot (\alpha + 5)\nu R\Delta T = \frac{1}{2}\alpha\nu R\Delta T + Q$.

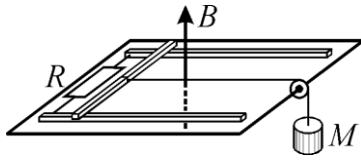
Из записанных равенств находим долю диссоциировавших молекул: $\alpha = \frac{5(Q_1 - Q)}{Q}$. При

изобарном нагревании газ совершает работу $A = (1 + \alpha)\nu R\Delta T = \frac{2Q}{5}(1 + \alpha) = 2Q_1 - \frac{8}{5}Q$.

Следовательно, $Q_2 = Q_1 + A = 3Q_1 - \frac{8}{5}Q$. **Ответ.** $Q_2 = 3Q_1 - \frac{8}{5}Q$.

Варьируемый параметр Q_1 . Диапазон изменения от 10,5 до 11,5 Дж, шаг 0,1 Дж. Расчетная формула $Q_2 = 3 \cdot Q_1 - 16$. Контрольный пример: при $Q_1 = 11$ Дж ответ $Q_2 = 17$ Дж.

4. Параллельные металлические рельсы закреплены на неподвижном горизонтальном столе и замкнуты на резистор. На рельсах лежит металлический стержень, расположенный перпендикулярно к ним. К середине стержня привязана нить, перекинутая через блок и соединенная с грузом массой $M = 1 \text{ кг}$ (см. рисунок). Вся система находится в магнитном поле, вектор индукции которого направлен вертикально вверх. Когда груз отпустили, через некоторое время движение стержня установилось, т.е. стало равномерным.



Чему равен модуль $v_{\text{уст}}$ скорости установившегося движения стержня, если в резисторе при этом выделяется мощность $N = 1 \text{ Вт}$? Трением, а также сопротивлением стержня и рельс можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ округлите до одного знака после запятой.

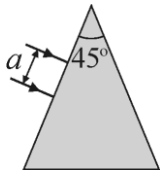
4. Решение. По второму закону Ньютона при установившемся движении стержня $T - F_A = 0$, где $T = Mg$ – натяжение нити, $F_A = IBl$ – сила Ампера, I – ток в контуре, l – расстояние между рельсами. По закону Ома $I = \frac{E}{R}$, где E – ЭДС индукции. По закону электромагнитной индукции

$E = Bvl$. По закону Джоуля–Ленца $N = I^2 R$. Из записанной системы уравнений находим, что $v = \frac{N}{Mg}$. **Ответ:** $v_{\text{уст}} = \frac{N}{Mg}$.

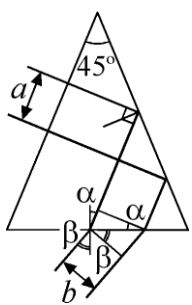
Варьируемый параметр N . Диапазон изменения от 5 до 15 Вт с шагом 1 Вт. Расчетная формула

$v_{\text{уст}} = \frac{N}{10}$. Контрольный пример: при $N = 15 \text{ Вт}$ ответ $v_{\text{уст}} = 1,5 \text{ м/с}$.

5. На левую грань равнобедренной стеклянной призмы падает по нормали к ней параллельный пучок света шириной $a = 1 \text{ см}$ (см. рисунок), причем после прохождения левой грани пучок целиком попадает на правую грань призмы. Найдите ширину b пучка, выходящего из призмы, если угол при вершине призмы равен 45° , а показатель преломления стекла $n = 1,5$. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до одного знака после запятой.



5. Решение. Ход лучей, ограничивающих пучок, изображен на рисунке. Угол падения лучей на правую грань призмы равен 45° . Он превышает критический угол полного отражения



$\alpha_{\text{кр}} = \arcsin \frac{1}{n}$ для всего диапазона заданных в условии значений n . (В частности, при $n = n_{\text{min}} = 1,5$, $\alpha_{\text{кр}} \approx 41,8^\circ$).

Поэтому свет через правую грань в воздух не выходит. Рассмотрим преломление лучей на основании призмы. Из рисунка видно, что

что $\frac{a}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \beta}$, где α – угол падения луча на границу «стекло – воздух», β – угол преломления на этой границе. Отсюда $b = a \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$. Нетрудно установить, что

$\alpha = 22,5^\circ$. Следовательно, $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 45^\circ}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$. По закону преломления $\sin \beta = n \sin \alpha$.

Поэтому $\cos \beta = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - n^2 \frac{1 - \cos 45^\circ}{2}} = \sqrt{1 - \frac{n^2}{4} (2 - \sqrt{2})}$.

Ответ: $b = 2 \frac{\sqrt{1 - n^2 (2 - \sqrt{2}) / 4}}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} a$.

Варьируемый параметр n . Диапазон изменения от 1,5 до 2,0 с шагом 0,05. Расчетная формула

$b = 10,824 \cdot \sqrt{1 - 0,1464 \cdot n^2}$. Контрольный пример: при $n = 1,85$ ответ $b = 7,6 \text{ мм}$.

Второй тур

Тест. Двигаясь равноускоренно, автомобиль увеличил свою скорость от $v_1 = 36$ км/ч до $v_2 = 54$ км/ч за время $\tau = \text{с}$. Какой путь S он прошел за это время? Ответ приведите в метрах, округлив до десятых.

Ответ: $S = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)\tau$.

Варьируемый параметр τ . Диапазон изменения от 5 до 10 с с шагом 0,5 с. Расчетная формула $S = 12,5 \cdot \tau$. Контрольный пример: при $\tau = 5$ с ответ $S = 62,5$ м.

1. На гладком столе покоится брусок массой $M = 20$ г, прикрепленный пружиной жесткостью $k = 50$ Н/м к неподвижной стене. В брусок ударяется шарик массой $m = 10$ г, летящий со скоростью $v_0 = \text{м/с}$, направленной горизонтально вдоль оси пружины. Считая соударение шарика и бруска абсолютно упругим, найдите максимальное сжатие Δl пружины после удара. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до десятых.

1. Решение. Пусть после соударения шарик и брусок приобретают скорости u_1 и u_2 соответственно. По законам сохранения импульса и механической энергии имеем:
$$mv_0 = mu_1 + Mu_2, \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{Mu_2^2}{2}.$$
 Из этой системы находим $u_2 = \frac{2m}{m+M}v_0$. Из закона сохранения энергии при сжатии пружины следует, что $\frac{Mu_2^2}{2} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$.

Ответ: $\Delta l = \frac{2v_0}{(1 + M/m)} \sqrt{\frac{M}{k}}$.

Варьируемый параметр v_0 . Диапазон изменения от 10 до 30 м/с с шагом 2 м/с. Расчетная формула $A = 1,333 \cdot v_0$. Контрольный пример: при $v_0 = 30$ м/с ответ $A = 40,0$ см.

2. Два небольших одинаковых шарика подвешены на легких нерастяжимых нитях длиной $l = 0,5$ м каждая. Расстояние между точками подвеса нитей $L = \text{м}$. Под шариками на расстоянии $H = 0,5$ м от них находится тяжелая горизонтальная плита. Нить левого шарика отклоняют от вертикального положения влево на некоторый угол и отпускают без толчка. В момент прохождения шариком положения равновесия нить обрывается, после чего шарик падает на плиту и отскакивает от неё. На какой угол α следует отклонить нить, чтобы левый шарик после абсолютно упругого соударения с плитой попал точно в правый шарик? Сопротивлением воздуха можно пренебречь. В качестве ответа приведите значение $\cos \alpha$, округлив его до двух знаков после запятой.

2. Решение. Для того чтобы шарик столкнулся, левый шарик после отскока от плиты должен снова подняться на высоту H . Это максимальная высота, на которую он может подняться в условиях сформулированной задачи. Следовательно, после отскока он должен двигаться по такой же параболе, по которой и падал. По закону сохранения энергии находим скорость шарика в момент обрыва нити $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$. Время падения шарика до плиты $\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Время полёта до правого (неподвижного) шарика $t_0 = 2\tau$. Горизонтальная дальность полёта – это начальное расстояние между шариками $L = vt_0 = 4\sqrt{Hl(1 - \cos \alpha)}$. Отсюда находим, что $\cos \alpha = 1 - \frac{L^2}{16Hl}$.

Ответ: $\cos \alpha = 1 - \frac{L^2}{16Hl}$.

Варьируемый параметр **L**. Диапазон изменений от 0,8 до 1,8 м с шагом 0,1 м. Расчетная формула $\cos \alpha = 1 - 0,25 \cdot L^2$. Контрольный пример: при $L = 1,8$ м ответ $\cos \alpha = 0,19$.

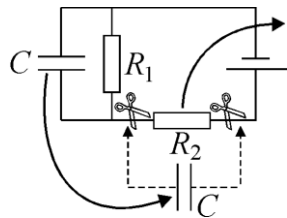
3. В теплоизолированном достаточно длинном цилиндрическом сосуде, стоящем вертикально, на расстоянии $H = 10$ см от дна висит на нити поршень массой $m = 1$ кг. Под поршнем находится $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа. В начальный момент температура газа равна $T_0 = 300$ К, а его давление равно атмосферному давлению. Какое количество теплоты Q нужно медленно сообщить газу, чтобы поршень поднялся до высоты **nH**? Трением поршня о стенки цилиндра можно пренебречь. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3$ Дж/(моль·К), а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ приведите в килоджоулях, округлив до одного знака после запятой.

3. Решение. Пусть p_0 – атмосферное давление, а S – площадь поршня. Уравнение состояния газа в начальный момент времени $p_0 HS = \nu RT_0$. После начала перемещения поршня сила натяжения нити на поршень действовать не будет. Поэтому уравнение конечного состояния газа $(p_0 + \frac{mg}{S})nHS = \nu RT$. Изменение внутренней энергии газа равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T - T_0)$. Из первого

закона термодинамики следует, что $Q = \Delta U + A$, где $A = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)(n-1)HS$ – работа газа по перемещению поршня. Решая совместно записанные уравнения, находим, что $Q = \left(\frac{5}{2}n - 1\right)mgH + \frac{5}{2}\nu(n-1)RT_0$. **Ответ:** $Q = \left(\frac{5}{2}n - 1\right)mgH + \frac{5}{2}\nu(n-1)RT_0$.

Варьируемый параметр **n**. Диапазон изменения от 2 до 10 с шагом 1. Расчетная формула $Q = 6,2275n - 6,226$. Контрольный пример: при $n = 2$ ответ $Q = 6,2$ кДж.

4. В цепи, схема которой представлена на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, **$R_2 = 0$ Ом**, а внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. Первоначально конденсатор C был достаточно долго подключен параллельно резистору R_1 . Затем этот конденсатор отсоединили от резистора R_1 , удалили резистор R_2 и включили конденсатор в образовавшийся разрыв цепи. Во сколько раз k изменилась спустя достаточно большое время после этого энергия электрического поля конденсатора? Ответ округлите до целых.



4. Решение. При исходном подключении конденсатора сила протекающего в цепи тока равна $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$, а напряжение на конденсаторе $U = \frac{ER_1}{R_1 + R_2}$. Энергия заряженного конденсатора равна

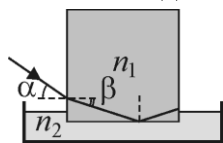
$W_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \left(\frac{ER_1}{R_1 + R_2} \right)^2$. Если конденсатор включить вместо резистора R_2 , то его энергия станет

равной $W_2 = \frac{CE^2}{2}$. Отсюда получаем отношение энергий $k = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2}$. **Ответ:** $k = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2$.

Варьируемый параметр **R_2** . Диапазон изменения от 5 до 50 Ом с шагом 5 Ом. Расчетная формула $k = (1 + 0,2 \cdot R_2)^2$. Контрольный пример: при $R_2 = 5$ Ом ответ $k = 4$.

5. Нижняя грань куба, изготовленного из стекла с показателем преломления $n_1 = 1,8$, расположена горизонтально и немного погружена в жидкость с показателем преломления **$n_2 =$** . На боковую грань куба в точке, находящейся в воздухе вблизи поверхности жидкости, под углом α падает световой луч, лежащий в вертикальной плоскости, перпендикулярной этой грани. При этом

преломленный луч попадает на нижнюю грань кубика. Определите максимальное значение угла α , при котором преломлённый луч испытает полное внутреннее отражение от границы раздела «стекло–жидкость». Ответ выразите в градусах, округлив до целых.



5. Решение. По закону преломления $\sin \alpha = n_1 \sin \beta$. Явление полного внутреннего отражения будет иметь место, если $n_1 \cos \beta = n_2$. Следовательно,

$$\sin \alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad \text{Ответ: } \alpha = \arcsin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$$

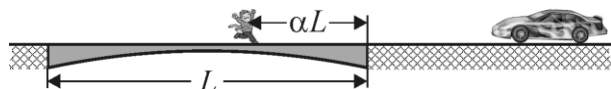
Варьируемый параметр n_2 . Диапазон изменения от 1,5 до 1,6 с шагом 0,01. Расчётная формула: $\alpha = \arcsin \sqrt{3,24 - n_2^2}$. Контрольный пример: при $n_2 = 1,55$ ответ 66° .

Задание для 7-х – 9-х классов

Тест. Сосуд в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры $40 \times 50 \times 60$ см. Найдите массу m жидкости плотностью $\rho = \text{г/см}^3$, которой заполнили до краев этот сосуд. Ответ приведите в килограммах, округлив до целых.

Ответ: Расчетная формула $m = 120 \cdot \rho$. Варьируемый параметр ρ . Диапазон изменения от 0,8 до 1,8 г/см³ с шагом 0,1 г/см³. Контрольный пример: при $\rho = 0,9$ г/см³ ответ $m = 108$ кг

1. Когда мальчик прошел по мосту расстояние, составляющее α от полной длины моста, он услышал сзади себя сигнал догоняющего его автомобиля, в котором ехал его отец. Желая поскорее увидеться с отцом, мальчик развернулся и побежал навстречу автомобилю, поравнявшись с ним у начала моста. Известно, что если бы мальчик побежал бы с той же скоростью не назад, а вперед, то автомобиль нагнал бы его у конца моста. Во сколько раз n скорость автомобиля больше скорости мальчика? Ответ округлите до двух знаков после запятой.



1. Решение. Обозначим через v_a и v_m модули скоростей автомобиля и мальчика, через L длину моста, а через x – расстояние от автомобиля до начала моста в момент подачи звукового сигнала. Поскольку мальчик и автомобиль достигают заданной точки одновременно, то справедливы равенства $\frac{\alpha L}{v_m} = \frac{x}{v_a}$ (когда мальчик бежит навстречу автомобилю) и $\frac{(1-\alpha)L}{v_m} = \frac{x+L}{v_a}$ (когда мальчик бежит в ту же сторону, что и автомобиль). Исключая из этих равенств L и x , находим искомое отношение скоростей $\frac{v_a}{v_m} = \frac{1}{1-2\alpha}$. **Ответ:** $n = \frac{1}{1-2\alpha}$.

Варьируемый параметр α . Диапазон изменения от 0,10 до 0,45 с шагом 0,05. Расчетная формула $n = \frac{1}{1-2 \cdot \alpha}$. Контрольный пример: при $\alpha = 0,25$ ответ $n = 2,00$.

2. При отливке детали из меди внутри нее образовались пустоты. Определите отношение x объема пустот к объему детали, если плотность меди $\rho_1 = 8,96$ г/см³, а масса детали $M = \text{кг}$. При погружении детали в ванну, заполненную водой с плотностью $\rho_2 = 1,00$ г/см³, деталь вытеснила воду массой $m = 500$ кг. Ответ приведите в процентах с точностью до одного знака после запятой.

2. Решение. Объем детали равен $V = \frac{m}{\rho_2}$, объем пустот в ней $v = \frac{M}{\rho_1} \cdot \frac{x}{100\%}$. Из равенства

$$M = \rho_1(V - v) \text{ находим, что } x = \left(\frac{m\rho_1}{M\rho_2} - 1 \right) \cdot 100\%. \quad \text{Ответ: } x = \left(\frac{m\rho_1}{M\rho_2} - 1 \right) \cdot 100\%$$

Варьируемый параметр ***M***. Диапазон изменения от 4073 до 4435 кг с шагом 36,2 кг. Расчётная формула $x = \left(\frac{4480}{M} - 1 \right) \cdot 100$. Контрольный пример: при $M = 4254$ кг ответ $x = 5,3\%$.

3. Желая угостить своих товарищей горячим чаем, школьник налил в кастрюлю ***m = г*** воды и погрузил в воду электрический кипятильник мощностью $N = 500$ Вт. Когда прошло достаточно много времени, школьник обнаружил, что вода в кастрюле никак не закипит, и выключил кипятильник. Через какое время τ после этого температура воды в кастрюле понизится на $\Delta t = 1$ °С? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ Дж/(г·°С). Теплоемкостью кастрюли можно пренебречь. Ответ приведите в секундах, округлив до одного знака после запятой.

3. Решение. Поступающая от кипятильника энергия частично идет на нагревание воды, а частично передается окружающим телам, т.е. расходуется на потери, которые возрастают с увеличением разности температуры воды и температуры окружающей среды.. Вода никогда не закипит, если при некоторой температуре, не достигшей температуры кипения, мощность потерь q становится равной мощности кипятильника N , т.е. $q = N$. Полагая, что в небольшом температурном интервале $\Delta t = 1$ °С мощность потерь практически постоянна, из уравнения теплового баланса при выключенном кипятильнике имеем: $cm\Delta t = q\tau$. Из приведенных соотношений следует, что

$$\tau = \frac{cm\Delta t}{N}. \quad \text{Ответ: } \tau = \frac{cm\Delta t}{N}.$$

Варьируемый параметр ***m***. Диапазон изменения от 400 г до 900 г с шагом 50 г. Расчетная формула $\tau = 0,0084 \cdot m$. Контрольный пример: при $m = 600$ г ответ $\tau = 5,0$ с.

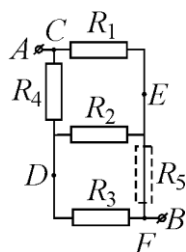
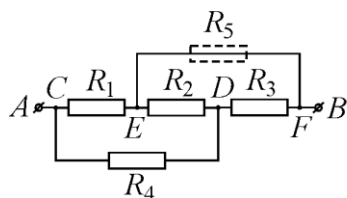
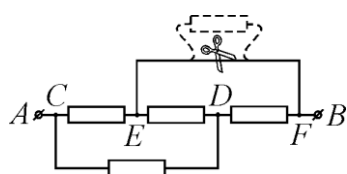
4. При скорости автомобиля $v_1 = 72$ км/ч расход бензина составляет $m_1 = 80$ г на $s = 1$ км пути. Какую мощность N разовьёт двигатель этого автомобиля при скорости ***v₂ = км/ч***? Считайте, что сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна его скорости. Коэффициент полезного действия двигателя $\eta = 30\%$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 44$ МДж/кг. Ответ приведите в киловаттах, округлив до одного знака после запятой.

4. Решение. Пусть $F_{\text{сопр}} = \alpha v$ – сила сопротивления движению автомобиля, где α – коэффициент сопротивления. Работа, совершенная двигателем при перемещении автомобиля на расстояние s равна $A = F_{\text{сопр}} s$. С другой стороны, эту работу можно выразить через расход топлива m как $A = mq\eta$. Из записанных выражений следует равенство: $mq\eta = \alpha vs$. Полагая $m = m_1$, $v = v_1$, находим, что $\alpha = \frac{m_1 q \eta}{sv_1}$. Поскольку мощность, развиваемая двигателем, $N = F_{\text{сопр}} v$, при движении

автомобиля со скоростью v_2 имеем: $N = \alpha v_2 \cdot v_2 = \frac{m_1 q \eta v_2^2}{sv_1}$. **Ответ:** $N = \frac{m_1 q v_2^2}{sv_1} \cdot \frac{\eta}{100\%}$.

Варьируемый параметр ***v₂***. Диапазон изменения от 84 до 144 км/ч с шагом 6 км/ч. Расчетная формула $N = 0,004074 \cdot v_2^2$. Контрольный пример: при $v_2 = 108$ км/ч ответ 47,5 кВт.

5. Четыре одинаковых резистора соединены в цепь, схема которой изображена на рисунке сплошными линиями, причем сопротивление между клеммами А и В равно ***R = Ом***. Чему станет равным сопротивление R' между клеммами А и В, если проводник, соединяющий точки Е и F, разрезать и подключить в образовавшийся разрыв цепи еще один такой же резистор, как показано на рисунке штриховыми линиями? Ответ приведите с точностью до целых.



5. Решение. Рассматриваемая цепь и ее эквивалентная схема изображены на рисунке. Пусть сопротивление одного резистора равно r . В исходном состоянии цепи сопротивление между клеммами А и В равно

$R = \frac{(R_4 + R_{23})R_1}{(R_4 + R_{23}) + R_1}$, где $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$. Таким образом $R = \frac{3}{5}r$. После включения резистора R_5 в

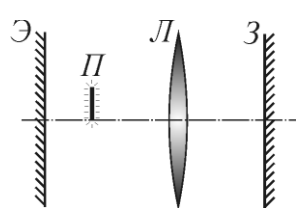
разрыв проводника, соединяющего точки E и F , образуется цепь, в которой в силу симметрии ток через резистор R_2 не течет. Следовательно, резистор R_2 можно мысленно удалить. Тогда

$$R' = \frac{(R_1 + R_5)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_5) + (R_3 + R_4)} = r. \text{ Поэтому } R' = \frac{5}{3}R. \text{ Ответ: } R' = \frac{5}{3}R.$$

Варьируемый параметр R . Диапазон изменения от 3 до 30 Ом с шагом 3 Ом. Расчетная формула

$$R' = \frac{5}{3}R. \text{ Контрольный пример: при } R = 15 \text{ Ом ответ } R' = 25 \text{ Ом.}$$

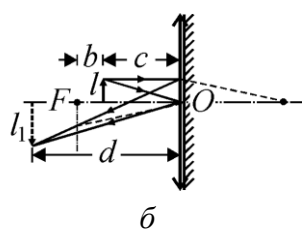
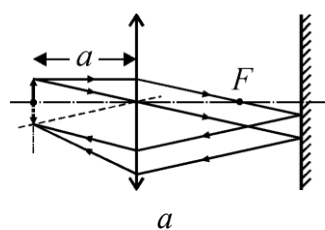
6. На уроке по геометрической оптике учитель собрал на оптической скамье установку,



состоящую из тонкой линзы L , плоского зеркала $З$, тонкой светящейся палочки $П$ и экрана $Э$, которые расположил перпендикулярно главной оптической оси линзы (см. рисунок). Учитель закрепил палочку на расстоянии $a = \text{см}$ от линзы. Затем он попросил ученика A установить экран так, чтобы на нем образовалось изображение палочки, и, перемещая зеркало вдоль главной оптической оси линзы, исследовать, как зависит

размер изображения от положения зеркала. Проведя опыт, ученик A сообщил, что при перемещении зеркала изображение палочки не изменяется. После этого ученик B получил задание прижать зеркало вплотную к линзе и установить палочку и экран так, чтобы размер изображения стал вдвое больше, чем в первом опыте. На какое расстояние b пришлось передвинуть ученику B палочку от первоначального положения, чтобы выполнить задание учителя? Ответ приведите в сантиметрах, округлив до двух знаков после запятой.

6. Решение. Непосредственным построением (см. рис. а) легко убедиться в том, что размер



изображения и его положение не зависят от положения зеркала в том случае, когда палочка находится в фокальной плоскости линзы. При этом размер изображения совпадает с размером предмета. Таким образом, по результатам первого опыта устанавливаем, что фокусное расстояние линзы $F = a$. Построение изображения во втором

опыте изображено на рис. б. При построении учтено, что лучи, идущие от палочки, после преломления в линзе и отражения от зеркала, вторично преломляются в линзе. В частности луч, идущий к линзе параллельно главной оптической оси, после выхода из линзы пересекает оптическую ось в середине отрезка OF . Отсюда следует, что фокусное расстояние оптической системы, состоящей из тонкой линзы и прижатого к ней плоского зеркала, равно $F/2$. Применяя

для этой системы формулу тонкой линзы, имеем $\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{2}{F}$. На рис. б видно, что увеличение,

даваемое системой, $\Gamma = \frac{l_1}{l} = \frac{d}{c}$. По условию $\Gamma = 2$. Из записанных выражений следует, что $c = \frac{3}{4}a$.

Искомое смещение $b = a - c = \frac{1}{4}a$. Ответ. $b = \frac{a}{4}$.

Варьируемый параметр a . Диапазон изменения от 10 до 20 см с шагом 1 см. Расчетная формула

$$b = \frac{a}{4}. \text{ Контрольный пример: при } a = 15 \text{ см ответ } b = 3,75 \text{ см.}$$

**Задания и решения заключительного этапа ОШ «Ломоносов» по физике
в 2015 году.**

Задание для 10-х – 11-х классов

Вариант 1.

1.1.1. Как определяется вектор перемещения материальной точки? Каковы его проекции на координатные оси?

Задача. Мальчик стреляет маленьким шариком из закрепленной игрушечной пушки, стараясь попасть в цель, находящуюся на расстоянии $L = 10$ м по горизонтали от пушки и на некоторой высоте выше нее, причем шарик вылетает из ствола пушки с фиксированной начальной скоростью. Мальчик экспериментально определил, что попасть в цель можно, установив ствол пушки под единственно возможным углом $\alpha_0 = 67,5^\circ$ к горизонту. На какой высоте H находится цель? Сопротивлением воздуха и размерами пушки можно пренебречь. Ответ приведите в метрах, округлив до целых.

1.1.1. Решение. Для описания движения шарика будем использовать координатную систему $ХОУ$ с началом в точке вылета шарика из пушки, ось $ОХ$ направим горизонтально, а ось $ОУ$ – вертикально. Уравнение траектории шарика в выбранной системе имеет вид:

$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$. Положив $x = L$, $y = H$ и введя обозначение $\xi = \operatorname{tg} \alpha$, получим

квадратное уравнение относительно ξ , а именно $\xi^2 - \frac{2v_0^2}{gL}\xi + \left(1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2}\right) = 0$. По теореме Виета

корни этого уравнения удовлетворяют равенствам $\xi_1 + \xi_2 = \frac{2v_0^2}{gL}$, $\xi_1 \xi_2 = 1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2}$. Согласно

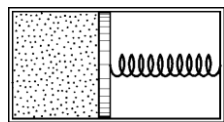
условию данное уравнение имеет единственное положительное решение $\xi_1 = \xi_2 = \operatorname{tg} \alpha_0$. Это

возможно, если $\frac{v_0^2}{gL} = \operatorname{tg} \alpha_0$ и $1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha_0$. Отсюда $H = L \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1}{2 \operatorname{tg} \alpha_0} = -L \operatorname{ctg} 2\alpha_0 = 10$ м.

Ответ: $H = L \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1}{2 \operatorname{tg} \alpha_0} = -L \operatorname{ctg} 2\alpha_0 = 10$ м;

2.4.1. Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории. Каковы по порядку величины масса и размеры молекул?

Задача. Гладкий поршень делит на две части закрытый с двух сторон цилиндр, лежащий горизонтально. В левой части цилиндра находится идеальный одноатомный газ, а в правой – вакуум и упирающаяся в поршень пружина, причем ее длина в недеформированном состоянии равна расстоянию между внутренними сторонами торцевых стенок цилиндра за вычетом толщины поршня. В начальном состоянии объем газа равен $V_1 = 1$ л, а давление равно $p_1 = 10^5$ Па. Определите количество теплоты Q , которое нужно передать газу, чтобы его объём увеличился в $n = 2$ раза.



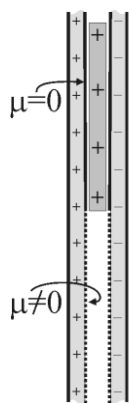
2.4.1. Решение. Так как давление p газа на поршень уравновешивается действием пружины, то $p = kV/S^2$, где k – жёсткость пружины, а S – площадь сечения поршня. При этом деформация пружины $x = V/S$. При $V_2 = nV_1$ деформация пружины станет в n раз большей, давление газа станет $p_2 = np_1$, а его температура от первоначальной $T_1 = p_1 V_1 / \nu R$ должна увеличиться до $T_2 = n^2 T_1$.

Поэтому согласно первому закону термодинамики газ должен получить $Q = 1,5\nu R(T_2 - T_1) + 0,5k(x_2^2 - x_1^2) = (1,5 + 0,5)p_1V_1(n^2 - 1)$.

Ответ: $Q = 2p_1V_1(n^2 - 1) = 600$ Дж.

3.9.1. Дайте определение напряженности электрического поля. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.

Задача. Две тонкие непроводящие плиты большого размера расположены вертикально и закреплены параллельно друг другу. Верхняя часть боковых сторон плит, обращенных друг к другу, гладкая, а нижняя – шероховатая. Стороны плит, обращенные друг к другу, равномерно заряжены равными по модулю и противоположными по знаку зарядами с поверхностной плотностью $\sigma = \pm 60$ мкКл/м². В зазор между плитами помещена равномерно заряженная диэлектрическая пластинка массой $m = 50$ г и длиной $b = 10$ см, несущая заряд $q = 0,3$ мкКл. Толщина пластинки чуть меньше ширины зазора между плитами. Пластинку отпускают без начальной скорости из положения, при котором ее нижний край находится на границе шероховатой части плит (см. рисунок). С какой скоростью v будет двигаться пластинка в тот момент, когда она окажется целиком между шероховатой частью боковых плит? Коэффициент трения между пластинкой и плитами в их шероховатой части $\mu = 0,25$. Электрическую постоянную примите равной $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Поляризационными эффектами можно пренебречь.



3.9.1. Решение. Напряженность электрического поля, созданного заряженными плитами в зазоре между ними, по модулю равна $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. Поэтому пластинка прижимается к правой плите с силой

$F = \frac{q\sigma}{\epsilon_0}$. Сила трения скольжения между пластинкой и плитой изменяется по линейному закону от нуля в верхнем положении пластинки до μF в ее нижнем положении. Следовательно, работа силы трения на перемещении пластинки из верхнего в нижнее положение равна $A_{\text{тр}} = -\frac{1}{2}\mu F \cdot b = -\frac{\mu q\sigma b}{2\epsilon_0}$. По закону изменения механической энергии имеем равенство

$$\frac{mv^2}{2} - mgb = A_{\text{тр}}. \text{ Из записанных равенств находим, что } v = \sqrt{b\left(2g - \frac{\mu q\sigma}{\epsilon_0 m}\right)}.$$

Ответ: $v = \sqrt{b\left(2g - \frac{\mu q\sigma}{\epsilon_0 m}\right)} = 1$ м/с.

4.8.1. Какие линзы называются тонкими? Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

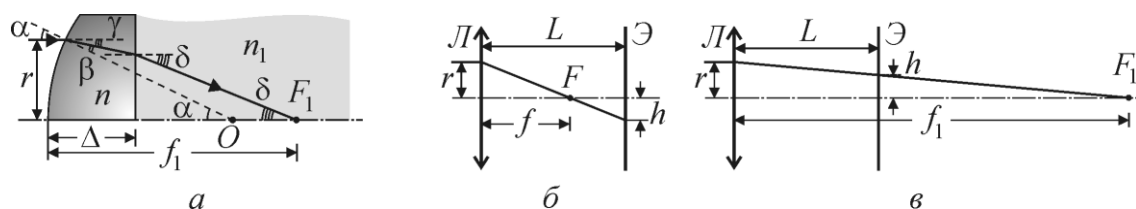
Задача. Тонкая собирающая плосковыпуклая линза с радиусом кривизны сферической поверхности R изготовлена из стекла с абсолютным показателем преломления n и размещена в воздухе так, что её плоская поверхность параллельна экрану, находящемуся от неё на расстоянии L . На сферическую поверхность линзы падает узкий параллельный пучок света, ось симметрии которого совпадает с главной оптической осью линзы. Определите абсолютный показатель преломления n_1 прозрачного вещества, которым следует заполнить пространство между линзой и экраном, чтобы диаметр светлого пятна от прошедшего через линзу света на экране не изменился.

4.8.1. Решение. На рисунке *a* показан ход крайнего луча падающего на линзу пучка света в случае, когда показатель преломления среды за линзой равен n_1 , а перед линзой находится воздух. Так как по условию пучок света узкий и линза тонкая, то все углы на рисунке являются малыми, мала и толщина Δ линзы по сравнению с её фокусным расстоянием. Согласно закону преломления $\beta = \frac{\alpha}{n}$,

$\delta = \gamma \frac{n}{n_1}$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\alpha$, то $\delta = \frac{n-1}{n_1}\alpha$. Учитывая, что $r = \alpha R = \delta f_1$, получаем, что в рассматриваемом случае падающий пучок должен собираться за линзой на расстоянии $f_1 = R \frac{n_1}{n-1}$. Если же линза находится в воздухе, то её фокусное расстояние равно $f = \frac{R}{n-1}$.

Согласно рисункам *б* и *в* $\frac{h}{r} = \frac{L-f}{f} = \frac{f_1-L}{f_1}$, а потому $\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} = \frac{2}{L}$. Следовательно,

$n_1 = \frac{L(n-1)}{2R-L(n-1)}$, если $L < \frac{2R}{n-1}$, иначе решения нет.



Ответ: $n_1 = \frac{L(n-1)}{2R-L(n-1)}$, если $L < \frac{2R}{n-1}$, иначе решения нет.

Вариант 2.

1.1.2. Дайте определение скорости материальной точки. Сформулируйте закон сложения скоростей.

Задача. Мальчик стреляет маленьким шариком из закрепленной игрушечной пушки, стараясь попасть в цель, находящуюся на расстоянии $L = 10$ м по горизонтали от пушки и на некоторой высоте выше нее, причем шарик вылетает из ствола пушки с фиксированной начальной скоростью. Мальчик экспериментально определил, что попасть в цель можно, установив ствол пушки под единственно возможным углом $\alpha_0 = 67,5^\circ$ к горизонту. Каково время τ полета шарика от момента выстрела до момента попадания в цель? Сопротивлением воздуха и размерами пушки можно пренебречь. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ приведите в секундах, округлив до сотых.

1.1.2. Решение. Для описания движения шарика будем использовать координатную систему XOY с началом в точке вылета шарика из пушки, ось OX направим горизонтально, а ось OY – вертикально. Уравнение траектории шарика в выбранной системе имеет вид:

$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$. Положив $x = L$, $y = H$ и введя обозначение $\xi = \operatorname{tg} \alpha$, получим

квадратное уравнение относительно ξ , а именно $\xi^2 - \frac{2v_0^2}{gL}\xi + \left(1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2}\right) = 0$. По теореме Виета

корни этого уравнения удовлетворяют равенствам $\xi_1 + \xi_2 = \frac{2v_0^2}{gL}$, $\xi_1 \xi_2 = 1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2}$. Согласно

условию данное уравнение имеет единственное положительное решение $\xi_1 = \xi_2 = \operatorname{tg} \alpha_0$. Это

возможно, если $\frac{v_0^2}{gL} = \operatorname{tg} \alpha_0$ и $1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha_0$. Отсюда $v_0 = \sqrt{gL \operatorname{tg} \alpha_0}$. Горизонтальная

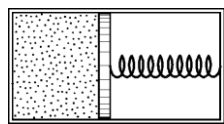
составляющая скорости шарика по модулю равна $v_x = v_0 \cos \alpha_0 = \sqrt{\frac{gL}{2} \sin 2\alpha_0}$. Следовательно,

время полета шарика $\tau = \frac{L}{v_x} = \sqrt{\frac{2L}{g \sin 2\alpha_0}} \approx 1,68$ с.

Ответ: $\tau = \sqrt{\frac{2L}{g \sin 2\alpha_0}} \approx 1,68$ с.

2.4.2. Дайте определение идеального газа. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.

Задача. На горизонтальном столе лежит цилиндр, герметично закрытый с обоих концов. Внутри



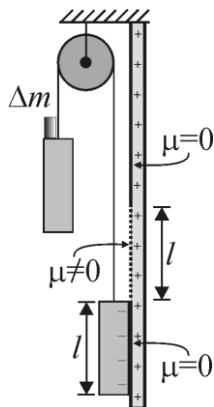
цилиндра находится гладкий поршень, который делит цилиндр на две части. В левой части цилиндра находится $\nu = 1$ моль идеального одноатомного газа, а в правой – вакуум и упирающаяся в поршень пружина, причем ее длина в недеформированном состоянии равна расстоянию между внутренними сторонами торцевых стенок цилиндра за вычетом толщины поршня. В начальном состоянии температура газа равна $T_1 = 300$ К. Определите количество теплоты Q , которое нужно передать газу, чтобы его температура увеличился в $m = 2$ раза. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.4.2. Решение. Т.к. давление газа на поршень уравновешивается действием пружины, то его давление $p = kV/S^2$, где k – жёсткость пружины, а S – площадь сечения поршня. При этом деформация пружины $x = V/S$. При $V_2 = nV_1$ деформация пружины станет в n раз большей, давление газа станет $p_2 = np_1$, а его температура от первоначальной $T_1 = p_1 V_1 / \nu R$ должна увеличиться до $T_2 = n^2 T_1$. Поэтому согласно первому началу термодинамики газ должен получить $Q = 1,5\nu R(T_2 - T_1) + 0,5k(x_2^2 - x_1^2) = 2\nu R T_1(n^2 - 1)$. По условию $T_2 = mT_1$, поэтому $n^2 = m$.

Ответ: $Q = 2\nu R T_1(m - 1) = 4,98$ кДж.

3.9.2. Как определяется потенциал электростатического поля? Какова связь разности потенциалов с напряженностью однородного электростатического поля?

Задача. Два одинаковых прямоугольных пластмассовых бруска связаны невесомой нерастяжимой



нитью, перекинутой через легкий блок. Правый брусок находится вплотную к вертикальной непроводящей стенке, имеющей гладкие и шероховатый участки, причем длина шероховатого участка совпадает с длиной бруска. Левая сторона стенки равномерно заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью $\sigma = 60$ мкКл/м², а правая грань правого бруска равномерно заряжена отрицательным зарядом, модуль которого $q = 1$ мкКл. В исходном положении системы, показанном на рисунке, верхний край правого бруска находится у нижней границы шероховатой части стенки. Какова масса Δm дополнительного грузика, который следует аккуратно положить на левый брусок, чтобы правый брусок, проскользив по шероховатой части стенки, остановился в таком положении, что его верхний край совпал с верхним краем шероховатой части? Коэффициент трения между бруском и стенкой в ее шероховатой части $\mu = 0,18$.

Электрическую постоянную примите равной $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Поляризационными эффектами можно пренебречь.

3.9.2. Решение. Напряженность электрического поля, созданного заряженной стенкой, по модулю равна $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Поэтому брусок прижимается к стенке с силой $F = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}$. Сила трения скольжения

между бруском и стенкой изменяется по линейному закону от нуля в нижнем положении бруска до μF в его верхнем положении. Следовательно, работа силы трения на перемещении бруска из нижнего в верхнее положение равна $A_{\text{тр}} = -\frac{1}{2}\mu F \cdot l = -\frac{\mu q\sigma l}{4\epsilon_0}$. По закону изменения механической

энергии имеем равенство $\Delta mg \cdot l + A_{\text{тр}} = 0$. Из записанных равенств находим, что $\Delta m = \frac{\mu q\sigma}{4\epsilon_0 g}$.

Ответ: $\Delta m = \frac{\mu q\sigma}{4\epsilon_0 g} = 0,03$ кг = 30 г.

4.8.2. Запишите формулу тонкой линзы и поясните смысл входящих в эту формулу величин. Как определяется увеличение, даваемое линзой?

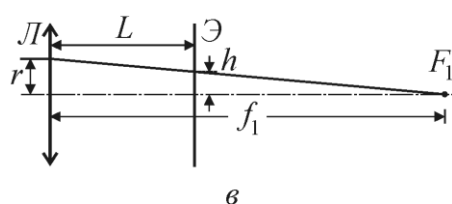
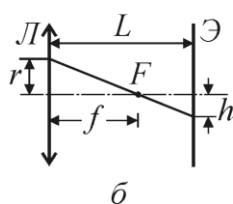
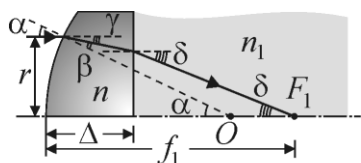
Задача. Тонкая собирающая плосковыпуклая линза изготовлена из стекла с абсолютным показателем преломления n и размещена в воздухе так, что её плоская поверхность параллельна экрану, находящемуся от неё на расстоянии L . На сферическую поверхность линзы падает узкий параллельный пучок света, ось симметрии которого совпадает с главной оптической осью линзы. Определите радиус кривизны R сферической поверхности линзы, если при заполнении пространства между линзой и экраном прозрачным веществом с абсолютным показателем преломления n_1 диаметр светлого пятна от прошедшего через линзу света на экране не изменяется.

4.8.2. Решение. На рисунке *а* показан ход крайнего луча падающего на линзу пучка света в случае, когда показатель преломления среды за линзой равен n_1 , а перед линзой находится воздух. Так как по условию пучок света узкий и линза тонкая, то все углы на рисунке являются малыми, мала и толщина Δ линзы по сравнению с её фокусным расстоянием. Согласно закону преломления $\beta = \frac{\alpha}{n}$,

$\delta = \gamma \frac{n}{n_1}$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\alpha$, то $\delta = \frac{n-1}{n_1}\alpha$. Учитывая, что $r = \alpha R = \delta f_1$, получаем, что в рассматриваемом случае падающий пучок должен собираться за линзой на расстоянии $f_1 = R \frac{n_1}{n-1}$. Если же линза находится в воздухе, то её фокусное расстояние равно $f = \frac{R}{n-1}$.

Согласно рисункам *б* и *в* $\frac{h}{r} = \frac{L-f}{f} = \frac{f_1-L}{f_1}$, а потому $\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} = \frac{2}{L}$. Следовательно,

$$R = \frac{L}{2}(n-1)\left(1 + \frac{1}{n_1}\right).$$



Ответ: $R = \frac{L}{2}(n-1)\left(1 + \frac{1}{n_1}\right).$

Вариант 3.

1.1.3. Запишите формулы для дальности и высоты полета тела, брошенного под углом к горизонту.

Задача. Мальчик стреляет маленьким шариком из закрепленной игрушечной пушки, стараясь попасть в цель, находящуюся на некотором расстоянии от пушки по горизонтали и на высоте $H = 10$ м выше нее, причем шарик вылетает из ствола пушки с фиксированной начальной скоростью. Мальчик экспериментально определил, что попасть в цель можно, установив ствол пушки под единственно возможным углом $\alpha_0 = 67,5^\circ$ к горизонту. Каково расстояние L от пушки до цели по горизонтали? Сопротивлением воздуха и размерами пушки можно пренебречь. Ответ приведите в метрах, округлив до целых.

1.1.3. Решение. Для описания движения шарика будем использовать координатную систему XOY с началом в точке вылета шарика из пушки, ось OX направим горизонтально, а ось OY – вертикально. Уравнение траектории шарика в выбранной системе имеет вид:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha). \text{ Положив } x = L, y = H \text{ и введя обозначение } \xi = \operatorname{tg} \alpha, \text{ получим}$$

квадратное уравнение относительно ξ , а именно $\xi^2 - \frac{2v_0^2}{gL} \xi + \left(1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2}\right) = 0$. По теореме Виета

корни этого уравнения удовлетворяют равенствам $\xi_1 + \xi_2 = \frac{2v_0^2}{gL}$, $\xi_1 \xi_2 = 1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2}$. Согласно

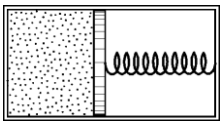
условию данное уравнение имеет единственное положительное решение $\xi_1 = \xi_2 = \operatorname{tg} \alpha_0$. Это

возможно, если $\frac{v_0^2}{gL} = \operatorname{tg} \alpha_0$ и $1 + \frac{2v_0^2 H}{gL^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha_0$. Отсюда $L = H \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1} = -H \operatorname{tg} 2\alpha_0 = 10$ м.

Ответ: $L = H \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1} = -H \operatorname{tg} 2\alpha_0 = 10$ м.

2.4.3. Запишите уравнение Менделеева–Клапейрона (уравнение состояния идеального газа). Что такое абсолютная температурная шкала?

Задача. Герметично закрытый с обоих концов цилиндр закреплен горизонтально. Находящийся



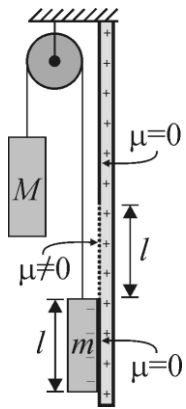
внутри цилиндра гладкий поршень делит цилиндр на две части. В левой части цилиндра находится $\nu = 2$ моля идеального одноатомного газа, а в правой – вакуум и упирающаяся в поршень пружина, причем ее длина в недеформированном состоянии равна расстоянию между внутренними сторонами торцевых стенок цилиндра за вычетом толщины поршня. В начальном состоянии температура газа равна $T_1 = 300$ К. Определите количество теплоты Q , которое нужно передать газу, чтобы его давление увеличилось в $n = 2$ раза. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8,3$ Дж(моль·К).

2.4.3. Решение. Т.к. давление газа на поршень уравновешивается действием пружины, то его давление $p = kV/S^2$, где k – жёсткость пружины, а S – площадь сечения поршня, а V – объём газа. При этом деформация пружины $x = V/S$. При $p_2 = np_1$ деформация пружины станет в n раз большей, объём газа станет $V_2 = nV_1$, а его температура от первоначальной $T_1 = p_1 V_1 / \nu R$ должна увеличиться до $T_2 = n^2 T_1$. Поэтому согласно первому началу термодинамики газ должен получить $Q = 1,5\nu R(T_2 - T_1) + 0,5k(x_2^2 - x_1^2) = 2\nu R T_1(n^2 - 1)$.

Ответ: $Q = 2\nu R T_1(n^2 - 1) = 29,88$ кДж.

3.9.3. Что такое сила трения покоя и сила трения скольжения? Дайте определение коэффициента трения.

Задача. Два прямоугольных пластмассовых бруска массами $M = 140$ г и $m = 110$ г связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через легкий блок. Правый брусок находится вплотную к вертикальной непроводящей стенке, имеющей гладкие и шероховатый участки, причем длина шероховатого участка совпадает с длиной бруска $l = 5$ см. Левая сторона стенки равномерно заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью $\sigma = 30$ мкКл/м², а правая грань правого бруска равномерно заряжена отрицательным зарядом, модуль которого $q = 0,6$ мкКл. В исходном положении системы, показанном на рисунке, верхний край правого бруска находится у нижней границы шероховатой части стенки. С какой по модулю скоростью v будут двигаться бруски в тот момент, когда правый брусок, проскользив по шероховатой части стенки, окажется целиком на гладкой ее части? Коэффициент трения между бруском и стенкой в ее шероховатой части $\mu = 0,5$.



Электрическую постоянную примите равной $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Поляризационными эффектами можно пренебречь.

3.9.3. Решение. Напряженность электрического поля, созданного заряженной стенкой, по модулю равна $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Поэтому брусок прижимается к стенке с силой $F = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}$. Сила трения скольжения

между бруском и стенкой изменяется по линейному закону от нуля в нижнем положении бруска до μF в его среднем положении, и снова до нуля в верхнем положении. Следовательно, работа силы трения на перемещении бруска из нижнего в верхнее положение равна

$A_{\text{тр}} = -2 \cdot \frac{1}{2} \mu F \cdot l = -\frac{\mu q \sigma l}{2\epsilon_0}$. По закону изменения механической энергии имеем равенство

$$Mg \cdot 2l + A_{\text{тр}} = mg \cdot 2l + \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \text{ Отсюда } v = \sqrt{\frac{4(M-m)gl - \mu q \sigma l / \epsilon_0}{M+m}}.$$

Ответ: $v = \sqrt{\frac{4(M-m)gl - \mu q \sigma l / \epsilon_0}{M+m}} = 0,2$ м/с.

4.8.3. Сформулируйте законы преломления света. Что такое абсолютный и относительный показатели преломления?

Задача. Тонкая собирающая плосковыпуклая линза с радиусом кривизны сферической поверхности R изготовлена из стекла с абсолютным показателем преломления n и размещена в воздухе так, что её плоская поверхность параллельна экрану, находящемуся от неё на некотором расстоянии L . На сферическую поверхность линзы падает узкий параллельный пучок света, ось симметрии которого совпадает с главной оптической осью линзы. Определите L , если при заполнении пространства между линзой и экраном прозрачным веществом с абсолютным показателем преломления n_1 диаметр светлого пятна от прошедшего через линзу света на экране не изменяется.

4.8.3. Решение. На рисунке *a* показан ход крайнего луча падающего на линзу пучка света в случае, когда показатель преломления среды за линзой равен n_1 , а перед линзой находится воздух. Так как по условию пучок света узкий и линза тонкая, то все углы на рисунке являются малыми, мала и

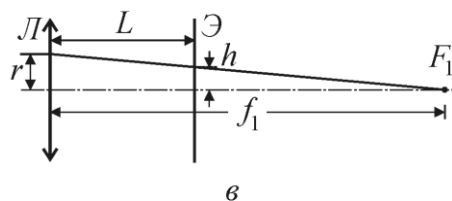
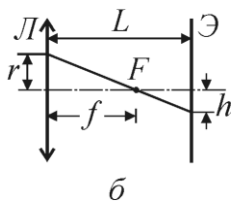
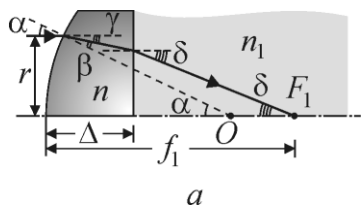
толщина Δ линзы по сравнению с её фокусным расстоянием. Согласно закону преломления $\beta = \frac{\alpha}{n}$,

$\delta = \gamma \frac{n}{n_1}$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\alpha$, то $\delta = \frac{n-1}{n_1}\alpha$. Учитывая, что $r = \alpha R = \delta f_1$, получаем, что в

рассматриваемом случае падающий пучок должен собираться за линзой на расстоянии $f_1 = R \frac{n_1}{n-1}$. Если же линза находится в воздухе, то её фокусное расстояние равно $f = \frac{R}{n-1}$.

Согласно рисункам б и в $\frac{h}{r} = \frac{L-f}{f} = \frac{f_1-L}{f_1}$, а потому $\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} = \frac{2}{L}$. Следовательно,

$$\frac{2R}{L} = (n-1) \left(1 + \frac{1}{n_1} \right) \text{ и } L = \frac{2Rn_1}{(n-1)(n+n_1)}.$$



Ответ: $L = \frac{2Rn_1}{(n-1)(n+n_1)}.$

Задания и решения заключительного этапа ОШ «Ломоносов» по физике в 2015 году.

Задание для 7-х – 9-х классов

1. Школьники собрались на экскурсию в музей, находящийся в соседнем городе. Тронувшись от школы в назначенное время, автобус со школьниками поехал с постоянной скоростью $v_1 = 72$ км/ч, рассчитанной так, чтобы прибыть к музею к началу экскурсии. По дороге пошел дождь и водитель был вынужден снизить скорость автобуса до $v_2 = 54$ км/ч. Когда дождь кончился, до пункта назначения осталось проехать расстояние $S = 30$ км. Чтобы наверстать упущенное время, водитель увеличил скорость автобуса до $v_3 = 90$ км/ч. В результате автобус прибыл к музею точно в запланированное время. Сколько времени τ шел дождь? Ответ приведите в минутах.

1. Решение. Так как время, проведенное школьниками в пути, из-за дождя не изменилось, средняя скорость автобуса на всем пути совпадает с его скоростью на начальном отрезке, т.е. $v_{\text{ср}} = v_1$.

Путь, пройденный автобусом за время дождя, равен $v_2 \tau$. Время, за которое после дождя автобус проехал оставшееся расстояние, равно $\frac{S}{v_3}$. Время, затраченное автобусом с момента начала дождя

до момента прибытия к музею, равно времени, которое потребовалось бы для преодоления того же расстояния со скоростью $v_{\text{ср}} = v_1$. Таким образом, $\tau + \frac{S}{v_3} = \frac{v_2 \tau + S}{v_1}$. Отсюда $\tau = \frac{S(v_3 - v_1)}{v_3(v_1 - v_2)}$.

Ответ: $\tau = \frac{S(v_3 - v_1)}{v_3(v_1 - v_2)} = 20$ мин.

2. Для длительного хранения сжиженных газов обычно используют сосуды Дьюара, в которых постоянная температура поддерживается за счет хорошей теплоизоляции сосуда и свободного испарения жидкого газа при атмосферном давлении. В одном из таких сосудов при хранении $V = 2$ л жидкого азота при температуре $t_{\text{аз}} = -195$ °C за $\tau_{\text{аз}} = 24$ часа испарилась ровно половина этого количества азота. После этого жидкий азот удалили из сосуда и положили в сосуд кусочек льда массой $m = 40$ г при температуре 0 °C. Определите, через какое время $\tau_{\text{л}}$ лед полностью

растает. Удельная теплота парообразования азота $r = 198$ кДж/кг, плотность жидкого азота $\rho = 0,8$ г/см³, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Температура окружающего воздуха $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Считайте, что скорость поступления теплоты через стенки сосуда пропорциональна разности температур снаружи и внутри сосуда. Ответ приведите в часах, округлив до одного знака после запятой.

2. Решение. Количества теплоты, поглощенные льдом и азотом, соответственно равны $Q_{\text{л}} = \lambda m$,

$Q_{\text{аз}} = r\rho \frac{V}{2}$. Исходя из условия, что скорость поступления теплоты пропорциональна разности

температур снаружи и внутри сосуда, можно записать, что $\frac{Q_{\text{л}}}{\tau_{\text{л}}} = k(t_0 - 0^\circ\text{C})$, $\frac{Q_{\text{аз}}}{\tau_{\text{аз}}} = k(t_0 - t_{\text{аз}})$, где k

– коэффициент пропорциональности. Из написанных уравнений находим $\tau_{\text{л}} = \frac{2\lambda m(t_0 - t_{\text{аз}})}{\rho r V(t_0 - 0^\circ\text{C})} \tau_{\text{аз}}$.

Ответ: $\tau_{\text{л}} = \frac{2\lambda m(t_0 - t_{\text{аз}})}{\rho r V(t_0 - 0^\circ\text{C})} \tau_{\text{аз}} \approx 21,5$ ч.

3. Две электроплитки при параллельном подключении к электрической сети выделяют суммарную мощность $N_1 = 900$ Вт, а при последовательном подключении к сети – суммарную мощность $N_2 = 200$ Вт. Пренебрегая зависимостью сопротивления плиток от температуры, найдите мощности N_{01} и N_{02} этих плиток по отдельности.

3. Решение. Пусть U – напряжение сети. Тогда $N_{01} = \frac{U^2}{R_1}$, $N_{02} = \frac{U^2}{R_2}$, где R_1 и R_2 – сопротивления

плиток. Отсюда $R_1 = \frac{U^2}{N_{01}}$, $R_2 = \frac{U^2}{N_{02}}$. При параллельном подключении плиток полная мощность

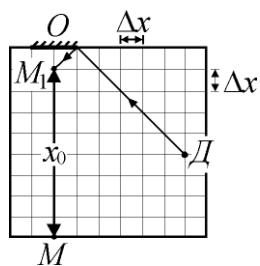
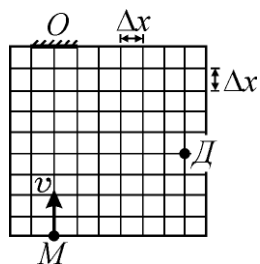
равна $N_1 = N_{01} + N_{02}$. При их последовательном подключении полная мощность

$N_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{N_{01}N_{02}}{N_{01} + N_{02}}$. Таким образом, справедлива следующая система уравнений:

$N_{01} + N_{02} = N_1$, $N_{01}N_{02} = N_1N_2$. Разрешая ее относительно N_{01} , N_{02} , получаем, что

$N_{01} = \frac{N_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{N_1^2 - 4N_1N_2}$, $N_{02} = \frac{N_1}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{N_1^2 - 4N_1N_2}$.

Ответ: $N_{01} = \frac{N_1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{N_1^2 - 4N_1N_2} = 600$ Вт; $N_{02} = \frac{N_1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{N_1^2 - 4N_1N_2} = 300$ Вт.



4. Мальчик M и девочка D стоят в комнате, вид сверху на которую показан на рисунке. На стене, противоположной первоначальному расположению мальчика, висит плоское зеркало с центром в точке O и шириной $2\Delta x$. В некоторый момент времени мальчик начал идти к зеркалу по прямой MO . Двигаясь равноускоренно, он набрал за время $t_0 = 1$ с скорость $v_0 = 1$ м/с, а затем шел с постоянной скоростью v_0 . Через какое время τ после начала движения мальчик увидел в зеркале изображение девочки, если шаг сетки с квадратными ячейками, нанесенной на полу комнаты, $\Delta x = 1$ м?

4. Решение. Мальчик начнет видеть в зеркале изображение девочки в тот момент, когда луч света, идущий от девочки и отраженный от правого края

зеркала, впервые попадет мальчику в глаза. Положение мальчика в этот момент обозначено на рисунке точкой M_1 . Из рисунка находим, что расстояние между точками M и M_1 равно $x_0 = 8\Delta x$.

При равноускоренном движении мальчик переместится на $x_1 = \frac{v_0 t_0}{2}$. Время его равномерного

движения $t_1 = \frac{x_0 - x_1}{v_0}$. Из записанных выражений получаем, что полное время движения мальчика

$$\tau = \frac{t_0}{2} + \frac{x_0}{v_0} = \frac{t_0}{2} + \frac{8\Delta x}{v_0}. \text{ Ответ: } \tau = \frac{t_0}{2} + \frac{8\Delta x}{v_0} = 8,5 \text{ с.}$$