МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

олимпиады школьников
«ЛОМОНОСОВ»
по физике

2015/2016 учебный год

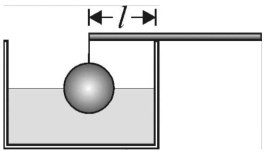
http://olymp.msu.ru

Отборочный этап, 7-9 классы

Тест. Брусок в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры 40×50×60 см. Найдите плотность ρ материала, из которого изготовлен брусок, если его масса $m =$ кг. Ответ приведите в г/см^3, округлив до одного знака после запятой.

Ответ: Варьируемый параметр m. Диапазон изменения от 100 до 200 кг с шагом 10 кг. Расчетная формула $\rho = \frac{m}{120}$. Контрольный пример: при m = 110 кг ответ ρ = 0,9 г/см^3.

1. Желая определить массу m шарика объёмом V = 0,5 см^3, ученик подвесил его на лёгкой нити к концу тонкого однородного стержня массой M = 4,5 г и длиной L = 5 см. После этого он положил стержень на край тонкостенной кюветы с водой так, чтобы в воду погрузилась ровно половина шарика. Оказалось, что стержень находится в равновесии, если длина отрезка стержня от точки крепления нити до края кюветы равна $l =$ см. Определите массу шарика, считая плотность воды равной ρ = 1 г/см^3. Ответ приведите в граммах, округлив до двух знаков после запятой.

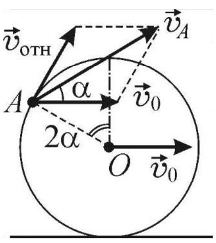


Решение. На шарик действует сила тяжести mg, архимедова сила $F_А = \frac{1}{2}\rho V g$ и сила натяжения нити T. Поскольку шарик находится в равновесии, то $T = mg - \frac{1}{2}\rho V g$. Сила тяжести Mg, действующая на стержень, приложена к середине стержня. Используя правило моментов, запишем условие равновесия стержня: $Mg\left(\frac{L}{2} - l\right) = Tl$. Из записанных равенств находим, что $m = \frac{1}{2}\rho V + M\left(\frac{L}{2l} - 1\right)$.

Ответ: $m = \frac{1}{2}\rho V + M\left(\frac{L}{2l} - 1\right)$. Варьируемый параметр l. Диапазон изменения от 1,5 до 2,4 см с шагом 0,1 см. Расчетная формула $m = \frac{11{,}25}{l} - 4{,}25$. Контрольный пример: при l = 2 см ответ m = 1,38 г.

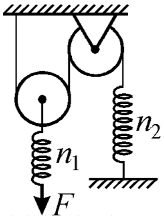
2. Автомобиль трогается с места и, двигаясь равноускоренно по прямому горизонтальному шоссе, мокрому от дождя, проходит первые $S =$ м пути за время τ = 10 с. Найдите скорость v капелек воды, которые отрываются в момент времени $t = \tau$ от поверхности шин автомобиля и летят в направлении его движения под углом α = 30° к горизонту. Считайте, что колеса автомобиля катятся по дороге без проскальзывания. Ответ округлите до одного знака после запятой.

Решение. Модуль перемещения автомобиля за первые τ секунд равен $S = a\tau^2/2$. Скорость движения автомобиля (поступательного движения оси колеса): $v_0 = a\tau$. В неподвижной системе отсчета скорость точек на поверхности колеса при качении без проскальзывания может быть найдена по закону сложения скоростей (см. рисунок). Линейная скорость $v_{отн}$ точек на поверхности колеса относительно движущейся системы отсчёта, связанной автомобилем (например, с осью его колеса) равна по модулю v_0. Скорости частиц, которые отрываются от поверхности колеса в точке A, равны $v_A = 2v_0\cos\alpha$, где α – угол, который вектор этой скорости составляет с горизонтом. В результате совместного решения уравнений получаем, что $v = v_A = 2\cdot\frac{2S}{\tau}\cdot\cos\alpha$.



Ответ: $v = \frac{4S}{\tau}\cos\alpha$. Варьируемый параметр *S*. Диапазон изменения от 50 до 150 м с шагом 10 м. Расчётная формула: $v = 0{,}346 \cdot S$ Контрольный пример: при S = 100 м ответ: v = 34,6 м/с.

3. Две пружинки, отрезанные от одной большой пружины, насчитывают соответственно $n_1 = 15$ и $n_2 = 20$ витков. Один конец первой пружинки соединен с осью подвижного блока, а другой ее конец свободен. Вторая пружинка прикреплена одним концом к неподвижной опоре, а другим – к нити, перекинутой через неподвижный и подвижный блоки и привязанной к потолку (см. рисунок). Когда к свободному концу первой пружины приложили некоторую силу, направленную вертикально вниз, он переместился на $\Delta l_0 =$ см. Какова сумма Δl возникших при этом растяжений обеих пружинок? Ответ приведите в сантиметрах, округлив до одного знака после запятой.



Решение. Силы упругости, возникающие в первой и второй пружинах, отличаются в 2 раза: $F_{\text{упр1}} = 2F_{\text{упр2}}$. Силы, растягивающие каждый виток этих пружин, тоже отличаются вдвое, значит, каждый виток первой пружины растягивается в 2 раза больше, чем каждый виток второй пружины. Поэтому $\frac{\Delta l_1}{n_1} = 2\frac{\Delta l_2}{n_2}$. Кроме того, $\Delta l_1 = \Delta l_0 - \frac{\Delta l_2}{2}$. Из записанных уравнений находим $\Delta l_1 = \frac{4n_1}{4n_1 + n_2}\Delta l_0$, $\Delta l_2 = \frac{2n_2}{4n_1 + n_2}\Delta l_0$ и $\Delta l = \frac{4n_1 + 2n_2}{4n_1 + n_2}\Delta l_0$.

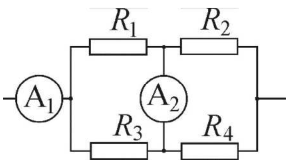
Ответ: $\Delta l = \frac{4n_1 + 2n_2}{4n_1 + n_2}\Delta l_0$. Варьируемый параметр Δl_0. Диапазон изменения от 6 до 22 см с шагом 2 см. Расчетная формула $\Delta l = 1{,}25 \cdot \Delta l_0$. Контрольный пример: при Δl_0 = 16 см ответ Δl = 20,0 см.

4. Выполняя лабораторную работу по физике, ученик восьмого класса изучал процессы установления теплового равновесия. Для этого он смешивал в калориметре разные количества воды, взятой при некоторой положительной температуре, и льда, находящегося при некоторой отрицательной температуре. Выяснилось, что если масса льда в $k =$ раз превышает массу воды, то спустя некоторое время в калориметре оказывается только лёд при нулевой температуре. Если же масса воды в 9 раз превышает массу льда, то после установления теплового равновесия содержимое калориметра представляет собой воду при нулевой температуре. При каком отношении n начальных масс льда и воды количество льда после установления теплового равновесия будет равно исходному его количеству? Ответ округлите до одного знака после запятой.

Решение. Пусть в калориметре смешивают воду массой m при температуре t и лёд массой M при температуре $-\tau$. После установления теплового равновесия в калориметре окажется только лёд при нулевой температуре, если выполнено соотношение $c_{\text{в}}mt + \lambda m = c_{\text{л}}M\tau$, где $c_{\text{в}}$ и $c_{\text{л}}$ – удельные теплоёмкости воды и льда соответственно, λ – удельная теплота плавления льда. Поскольку начальное количество льда, при котором это произойдет, составляет $M = k \cdot m$, из условия задачи следует уравнение $c_{\text{в}}t + \lambda = kc_{\text{л}}\tau$. В калориметре окажется вода при нулевой температуре, если выполнено равенство $c_{\text{в}}mt = \lambda M + c_{\text{л}}M\tau$. Учитывая, что это произойдет при $m = 9M$, получаем второе уравнение: $\lambda + c_{\text{л}}\tau = 9c_{\text{в}}t$. Решая записанную систему уравнений, находим $\frac{c_{\text{в}}t}{c_{\text{л}}\tau} = \frac{k+1}{10}$. Количество льда при тепловом равновесии будет равно исходному его количеству, если $c_{\text{в}}mt = c_{\text{л}}M\tau$, откуда $\frac{M}{m} = \frac{c_{\text{в}}t}{c_{\text{л}}\tau}$, то есть $\frac{M}{m} = \frac{k+1}{10}$.

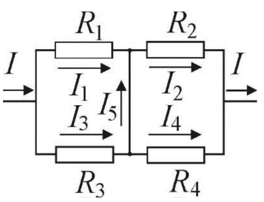
Ответ. $n=\dfrac{k+1}{10}$. Варьируемый параметр k. Диапазон изменения от 30 до 40 с шагом 1. Расчетная формула $n=\dfrac{k+1}{10}$. Контрольный пример: при $k = 35$ ответ $n=3{,}6$.

5 В схеме, показанной на рисунке, использованы два идеальных амперметра A_1 и A_2. Отношение



силы тока, текущего через амперметр A_1, к силе тока, текущего через амперметр A_2, равно $n =$. Определите сопротивление резистора R_1, если сопротивления остальных резисторов равны: $R_2 = 2$ кОм, $R_3 = 3$ кОм, $R_4 = 4$ кОм. Ответ приведите в килоомах, округлив до двух знаков после запятой.

Решение. Пусть ток через амперметр A_2 течёт в сторону, показанную на рисунке. С учётом обо-



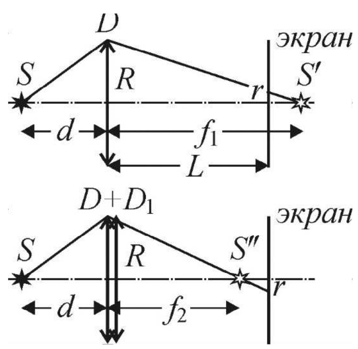
значений на рисунке имеем: $I=I_1+I_3=I_2+I_4$, $I_1+I_5=I_2$, $I_3=I_4+I_5$. Поскольку амперметр A_2 по условию является идеальным, то $I_1R_1=I_3R_3$, $I_2R_2=I_4R_4$. Из записанных равенств находим, что $I_1=I\dfrac{R_3}{R_1+R_3}$, $I_2=I\dfrac{R_4}{R_2+R_4}$ и $I_5=I_2-I_1=I\cdot\dfrac{R_1R_4-R_2R_3}{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}$. По условию $\dfrac{I}{I_5}=n$, откуда следует, что $R_1=R_3\cdot\dfrac{R_2\cdot(n+1)+R_4}{R_4\cdot(n-1)-R_2}$.

Замечание. Если выбрать направление тока I_5 в противоположную сторону, то получим, что $R_1<0$, а потому этот случай не имеет физического смысла.

Ответ: $R_1=R_3\cdot\dfrac{R_2\cdot(n+1)+R_4}{R_4\cdot(n-1)-R_2}$. Варьируемый параметр n. Диапазон изменения от 2 до 3 с шагом 0,1. Расчетная формула $R_1=\dfrac{3n+9}{2n-3}$ Контрольный пример: при $n = 2{,}5$ ответ $R_1 = 8{,}25$ кОм.

6. Изображение диапозитива на экране, полученное с помощью проекционного аппарата, оказалось не очень резким. В частности, изображение точки на экране имело вид круга. Не изменяя положения объектива, вплотную к нему прижали собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 =$ см. При этом размер изображения точки не изменился. Найдите оптическую силу D_x линзы, которую надо было прижать к объективу, чтобы изображение стало резким. Ответ приведите в диоптриях, округлив до одного знака после запятой.

Решение. Из условия задачи следует, что экран находится ближе к проектору, чем чёткое изобра-



жение диапозитива, иначе после установки добавочной линзы размер изображения точки увеличился бы. Ход лучей для первого и второго случаев, указанных в условии, изображен на рисунке, где введены следующие обозначения: D – оптическая сила объектива; $D_1 = 1/F_1$ – оптическая сила добавочной линзы; d – расстояние от диапозитива до объектива; f_1 и f_2 – расстояния от объектива до изображения; L – расстояние от объектива до экрана; R – радиус линзы и r – радиус пятна на экране. Из верхней и нижней частей рисунка видно, что $\dfrac{r}{R}=\dfrac{f_1-L}{f_1}=\dfrac{L-f_2}{f_2}$. Отсюда $\dfrac{1}{f_1}+\dfrac{1}{f_2}=\dfrac{2}{L}$. Формула тонкой линзы, примененная для обоих случаев, дает $\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{f_1}=D$, $\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{f_2}=D+D_1$. Сложив эти равенства, получаем:

$\frac{2}{d}+\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=2D+D_1$, или, с учетом ранее полученного соотношения, $2\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{L}\right)=2D+D_1$. Изображение диапозитива на экране будет резким, если выполняется равенство $\frac{1}{d}+\frac{1}{L}=D+D_x$. Сопоставив последние два выражения, получаем, что $D_x=\frac{D_1}{2}=\frac{1}{2F_1}$.

Ответ: $D_x=\frac{1}{2F_1}$. Варьируемый параметр F_1. Диапазон изменения от 10 до 20 см с шагом 1 см. Расчётная формула: $D_x=\frac{50}{F_1}$. Контрольный пример: при F_1 = 10 см ответ D_x = 5 дптр.

Критерии оценки работ для учащихся 7-х – 9-х классов

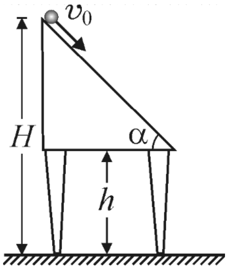
Задача	**Оценка (в баллах)**
Тест	5
1	15
2	15
3	15
4	15
5	15
6	20
Итого:	100

Отборочный этап, первый тур, 10-11 классы

Тест. В течение какого времени τ скорый поезд длиной $L_1 = 300$ м, идущий со скоростью $v_1 = 72$ км/ч, будет проходить мимо встречного товарного поезда длиной $L_2 =$ м, идущего со скоростью $v_2 = 36$ км/ч? Ответ округлите до одного знака после запятой.

Ответ: $\tau = \dfrac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}$. Варьируемый параметр L_2. Диапазон изменения от 500 до 600 м с шагом 10 м.

Расчетная формула $\tau = \dfrac{300 + L_2}{30}$. Контрольный пример: при $L_2 = 550$ м ответ $\tau = 28{,}3$ с.



1. С гладкой наклонной плоскости, расположенной под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, с высоты $H =$ м соскальзывает небольшой шарик (см. рисунок). На высоте $h = 55$ см шарик отделяется от наклонной плоскости и после абсолютно упругого удара о пол продолжает движение в воздухе. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите, какую начальную скорость v_0 надо сообщить шарику на вершине наклонной плоскости, чтобы он подпрыгнул на ту же высоту, с которой начал движение, т.е. H. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ округлите до одного знака после запятой.

Решение. По закону сохранения энергии $mgH + \dfrac{mv_0^2}{2} = mgH + \dfrac{mv_{гор}^2}{2}$, где m – масса шарика, $v_{гор}$ – горизонтальная составляющая скорости шарика в верхней точке траектории после удара об пол. Из этой формулы следует, что $v_0 = v_{гор}$. Таким образом, необходимо найти $v_{гор}$. Учтём, что после того, как шарик соскользнет с наклонной плоскости, горизонтальная составляющая его скорости не изменяется. Скорость v в момент отрыва от плоскости найдем, снова применив закон сохранения энергии: $mgH + \dfrac{mv_0^2}{2} = mgh + \dfrac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{2g(H-h) + v_0^2}$. Учитывая, что $v_{гор} = v_0 \cos\alpha$, получаем уравнение $v_0 = \sqrt{2g(H-h) + v_0^2}\cos\alpha$, откуда $v_0 = \mathrm{ctg}\,\alpha\sqrt{2g(H-h)}$.

Ответ: $v_0 = \mathrm{ctg}\,\alpha\sqrt{2g(H-h)}$. Варьируемый параметр H. Диапазон изменения от 0,8 м до 1,6 м, шаг 0,2 м. Расчетная формула $v_0 = \sqrt{20\cdot(H-0{,}55)}$. Контрольный пример: при $H = 1{,}0$ м ответ $v_0 = 3{,}0$ м/с.

2. Достаточно длинная доска массой $M = 6$ кг скользит по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $v =$ м/с. На середину доски плавно опускают из состояния покоя небольшой брусок массой $m = 2$ кг. Коэффициент трения между бруском и доской равен $\mu = 0{,}05$. После того, как доска и брусок стали двигаться с одинаковой скоростью, доска резко остановилась, наткнувшись на препятствие. На каком расстоянии S от середины доски остановится брусок? Искомое расстояние S отсчитывайте от середины бруска. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

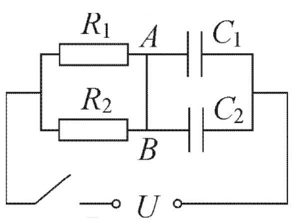
Решение. По закону сохранения импульса $Mv = (M+m)u$. Отсюда установившаяся скорость доски с бруском, одинаковая для обоих тел, $u = \dfrac{Mv}{M+m}$. Потеря механической энергии при этом равна работе против силы трения: $\Delta E = \dfrac{Mv^2}{2} - \dfrac{(M+m)u^2}{2} = \mu mgS_1$. Отсюда расстояние S_1, которое брусок проскользил вдоль доски до тех пор, пока не установилась общая скорость, $S_1 = \dfrac{Mv^2}{2(M+m)\mu g}$. После остановки доски брусок проскользил вдоль доски путь S_2, который также можно найти с помощью закона изменения механической энергии, а именно $\frac{mu^2}{2} = \mu mgS_2$, откуда $S_2 = \frac{M^2v^2}{2(M+m)^2\mu g}$. Необходимо учесть, что до остановки доски и после её остановки брусок скользил относительно доски в противоположных направлениях. Поэтому искомое расстояние $S = |S_2 - S_1| = \frac{Mmv^2}{2(M+m)^2\mu g}$, причем брусок остановился, не достигнув середины доски.

Ответ: $S = \frac{Mmv^2}{2(M+m)^2\mu g}$. Варьируемый параметр v. Диапазон изменения от 0,5 до 1,5 м/с с шагом 0,1 м/с. Расчетная формула $S = 0{,}1875 \cdot v^2$. Контрольный пример: при $v = 0{,}6$ м/с ответ $S = 7$ см.

3. Холодильник, работающий по обратимому циклу, состоящему из двух адиабатных и двух изотермических процессов (циклу Карно), поддерживает в холодильной камере температуру $t_1 = -13$ °C, отводя из неё за цикл работы количество теплоты $Q =$ Дж. Температура радиатора холодильника равна $t_2 = 26$ °C. Определите среднюю мощность N, потребляемую холодильником, если длительность его цикла равна $\tau = 1{,}5$ с. Ответ выразите в ваттах, округлив до целых.

Решение. КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{A}{A+Q_х}$, где A – работа, совершаемая машиной за цикл, а $Q_х$ – количество теплоты, переданное холодильнику за то же время. Для цикла Карно $\eta = \frac{T_н - T_х}{T_н}$, где $T_н$ – температура нагревателя, $T_х$ – температура холодильника. Так как цикл Карно обратим, то соотношение $\frac{A}{A+Q_х} = \frac{T_н - T_х}{T_н}$ выполняется и для холодильника. Учитывая, что $A = N\tau$, $T_н = t_2 + 273 = 299$ К, $T_н = t_1 + 273 = 260$ К, $Q_х = Q$, после алгебраических преобразований получаем, что $N = \frac{Q}{\tau}\left(\frac{t_2+273}{t_1+273} - 1\right)$.

Ответ: $N = \frac{Q}{\tau}\left(\frac{t_2+273}{t_1+273} - 1\right)$. Варьируемый параметр Q. Диапазон изменения от 200 до 650 Дж с шагом 50 Дж. Расчётная формула: $N = 0{,}1 \cdot Q$. Контрольный пример: при $Q = 500$ Дж ответ $N = 50$ Вт.



4. Два резистора сопротивлениями $R_1 = 100$ Ом и $R_2 = 200$ Ом и два конденсатора емкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ подключены к источнику постоянного напряжения $U =$ В, как показано на рисунке. Какой заряд Δq протечет через проводник AB за достаточно большой промежуток времени после замыкания ключа, если конденсаторы были первоначально разряжены? Ответ приведите в микрокулонах, округлив до целых.

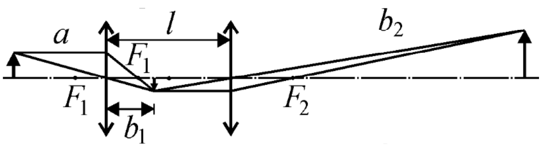
Решение. После окончания зарядки на параллельно соединенных конденсаторах накопятся заряды C_1U и C_2U, значит, через сопротивления протечет суммарный заряд $q = (C_1 + C_2)U$. Через параллельно соединенные сопротивления R_1 и R_2 протекут заряды $q_1 = \frac{qR_2}{R_1+R_2}$ и $q_2 = \frac{qR_1}{R_1+R_2}$

соответственно. В направлении от точки A к точке B протечет заряд $\Delta q = q_1 - C_1U = C_2U - q_2 = \dfrac{C_2R_2 - C_1R_1}{R_1 + R_2}U$.

Ответ: $\Delta q = \dfrac{C_2R_2 - C_1R_1}{R_1 + R_2}U$. Варьируемый параметр U. Диапазон изменения от 50 до 150 В с шагом 10 В. Расчётная формула: $\Delta q = U$. Контрольный пример: при $U = 100$ В ответ $\Delta q = 100$ мкКл.

5. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 10$ см и $F_2 = 20$ см расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Расстояние между линзами $l = 40$ см. Определите увеличение Γ, даваемое этой системой линз для предмета, находящегося на расстоянии $a =$ см от первой линзы. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Построение изображений предмета показано на рисунке. Из формулы линзы:



$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b_1} = \dfrac{1}{F_1}$ следует, что увеличение, даваемое первой линзой, $\Gamma_1 = \dfrac{b_1}{a} = \dfrac{F_1}{a - F_1}$. Для второй линзы можно записать: $\dfrac{1}{l - b_1} + \dfrac{1}{b_2} = \dfrac{1}{F_2}$. Отсюда увеличение, даваемое второй линзой, $\Gamma_2 = \dfrac{b_2}{l - b_1} = \dfrac{F_2}{l - b_1 - F_2} = \dfrac{F_2}{l - \dfrac{F_1 a}{a - F_1} - F_2}$. Тогда увеличение, даваемое системой линз, $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \dfrac{F_1 \cdot F_2}{l(a - F_1) - a(F_1 + F_2) + F_1 \cdot F_2}$.

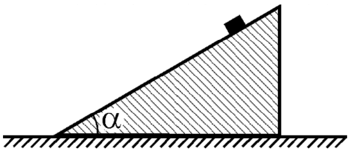
Ответ: $\Gamma = \dfrac{F_1 \cdot F_2}{l(a - F_1) - a(F_1 + F_2) + F_1 \cdot F_2}$. Варьируемый параметр a. Диапазон изменения от 30 до 40 см с шагом 1 см. Расчетная формула $\Gamma = \dfrac{200}{40 \cdot (a - 10) - a \cdot 30 + 200}$. Контрольный пример: при $a = 32$ см ответ $\Gamma = 1{,}67$.

Отборочный этап, второй тур, 10-11 классы

Тест. На отрезке пути длиной $S =$ км скорость поезда, двигавшегося равноускоренно, увеличилась от $v_1 = 36$ км/ч до $v_2 = 72$ км/ч. Каково ускорение a поезда? Ответ округлите до двух знаков после запятой.

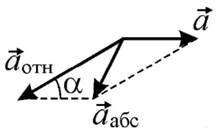
Ответ: $a = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2S}$. Варьируемый параметр S. Диапазон изменения от 0,5 до 1,5 км с шагом 0,1 км. Расчетная формула $a = \dfrac{0{,}15}{S}$. Контрольный пример: при $S = 1{,}4$ км ответ $a = 0{,}11$ м/с^2.

1. Подвижный клин с углом $\alpha = 30°$ при основании покоится на гладком горизонтальном столе.



На его гладкую наклонную поверхность кладут маленький брусочек и отпускают его с нулевой начальной скоростью, после чего оба тела приходят в движение. Пройдя расстояние $S = 20$ см, клин приобрел скорость $v = 40$ см/с, а брусочек к этому моменту времени опустился на $h =$ см. Найдите модуль $a_{отн}$ ускорения брусочка относительно клина. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Обозначим через a модуль ускорения клина. Тогда $S = \dfrac{at_0^2}{2}$, $v = at_0$. Исключая из этих



равенств время t_0, находим, что $a = \dfrac{v^2}{2S}$. Проекция относительного ускорения брусочка на вертикальное направление по модулю равна $a_{отн} \sin\alpha$. Следовательно, $h = \dfrac{a_{отн} \sin\alpha \cdot t_0^2}{2}$. Из записанных равенств находим, что $\dfrac{S}{h} = \dfrac{a}{a_{отн} \sin\alpha}$ и

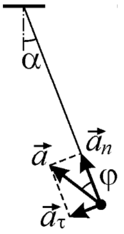
$$a_{отн} = \frac{v^2 h}{2S^2 \sin\alpha}.$$

Ответ: $a_{отн} = \dfrac{v^2 h}{2S^2 \sin\alpha}$. Варьируемый параметр h. Диапазон изменения от 15 до 25 см с шагом 1 см. Расчетная формула $a_{отн} = 0{,}04 \cdot h$. Контрольный пример: при $h = 15$ см ответ $a_{отн} = 0{,}60$ м/с^2.

Замечание. Из закона сохранения горизонтальной составляющей импульса системы «клин − брусок» следует равенство $h = S \cdot \left(1 + \dfrac{M}{m}\right) \cdot \operatorname{tg}\alpha$, где M − масса клина, m − масса бруска. Таким образом, при свободном движении клина, когда внешние силы на него не действуют, задача имеет решение, когда $h \geq S \cdot \operatorname{tg}\alpha \approx 11{,}55$ см. При $h < S \cdot \operatorname{tg}\alpha$ решение существует только в том случае, когда движение клина не является свободным, а происходит под действием некоторой горизонтально направленной внешней силы. Поскольку цель задачи − установление кинематической связи между ускорением клина и ускорением бруска относительно клина, такое решение при $h < S \cdot \operatorname{tg}\alpha$ следует признать правильным. Если подобные рассуждения будут приведены в работе участника, мы рекомендуем жюри повысить оценку за эту работу, даже если ответ формально не был им получен.

2. Грузик математического маятника совершает гармонические колебания, при которых максимальный угол отклонения нити от вертикали равен $\alpha_0 =$ радиан. Определите модуль угла φ_0 между вектором ускорения грузика и нитью спустя время, составляющее ⅛ периода колебаний, после прохождения грузиком положения равновесия. Ответ выразите в градусах, округлив до одного знака после запятой.

ОФ-1. Решение. Обозначим через L длину нити маятника. Пусть в момент времени $t = 0$ грузик проходит положение равновесия, причём угол α отклонения нити от вертикали положителен. Тогда $\alpha(t) = \alpha_0 \sin \omega t$, угловая скорость нити $\Omega(t) = \dot{\alpha}(t) = \alpha_0 \omega \cos \omega t$, а ее угловое ускорение $\varepsilon(t) = \dot{\Omega}(t) = -\alpha_0 \omega^2 \sin \omega t$. Здесь $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ − круговая частота колебаний, T − период колебаний. Центростремительное (нормальное) ускорение грузика равно $a_n(t) = \Omega^2(t) \cdot L$, а его тангенциальное ускорение $a_\tau(t) = \varepsilon(t) \cdot L$. Поэтому

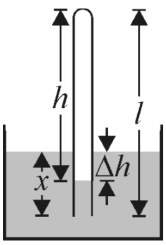


$\operatorname{tg} \varphi(t) = \dfrac{a_\tau(t)}{\alpha_n(t)} = -\dfrac{\sin \omega t}{\alpha_0 \cos^2 \omega t}$. По условию $\omega t = \dfrac{\pi}{4}$. Таким образом, $|\operatorname{tg} \varphi_0| = \dfrac{\sin \pi/4}{\alpha_0 \cos^2 \pi/4} = \dfrac{\sqrt{2}}{\alpha_0}$.

Ответ: $\varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\alpha_0}\right)$. Варьируемый параметр α_0. Диапазон изменения от 0,01 до 0,1 с шагом $0{,}01$. Расчётная формула: $\varphi_0 = \operatorname{arctg}\dfrac{1{,}4142}{\alpha_0}$. Контрольный пример: при $\alpha_0 = 0{,}05$ ответ $\varphi_0 = 88{,}0^\circ$.

3. Расположенную вертикально трубку длиной $l = 60$ см, запаянную с одного конца, медленно погружают открытым концом вниз в достаточно глубокий сосуд с ртутью. На какую глубину x нужно погрузить нижний конец трубки, чтобы на внутренних стенках трубки выпала роса? Температуру воздуха в трубке считайте постоянной. Влажность атмосферного воздуха $\varphi = \%$, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотность ртути $\rho = 13{,}6$ г/см^3. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до одного знака после запятой.

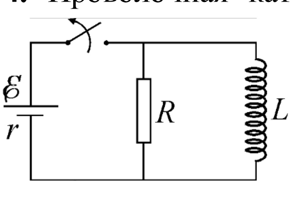
Решение. Роса на внутренних стенках трубки выступит в тот момент, когда водяной пар при сжатии достигнет насыщения. При этом находящийся в трубке влажный воздух вплоть до этого момента можно считать идеальным газом. Обозначив через h высоту столба воздуха в погруженной в ртуть трубке (см. рисунок), а через p − давление воздуха в ней, по закону Бойля−Мариотта имеем $p_0 l S = phS$, где S − площадь сечения трубки. Для достижения насыщения водяного пара объем воздуха в трубке нужно уменьшить в $1/\varphi$ раз. Таким образом, $h = l\varphi$ и $p = \dfrac{p_0}{\varphi}$. С другой стороны, по



закону Паскаля $p = p_0 + \rho g \Delta h$, где Δh − разность уровней ртути в сосуде и трубке. Из записанных равенств получаем, что $\Delta h = \dfrac{p_0}{\rho g} \cdot \dfrac{1-\varphi}{\varphi}$. На рисунке видно, что искомая величина $x = l - h + \Delta h$. Следовательно, $x = (1-\varphi)\left(l + \dfrac{p_0}{\rho g \varphi}\right)$.

Ответ: $x = \left(1 - \dfrac{\varphi}{100\%}\right) \cdot \left(l + \dfrac{p_0}{\rho g} \cdot \dfrac{100\%}{\varphi}\right)$. Варьируемый параметр φ. Диапазон изменения от 60 до 80% с шагом 2%. Расчётная формула: $x = (100 - \varphi) \cdot \left(0{,}6 + \dfrac{73{,}5}{\varphi}\right)$. Контрольный пример: при φ =80% ответ x = 30,4 см.

4. Проволочная катушка с подсоединенным параллельно к ней резистором сопротивлением $R = 100$ Ом в течение достаточно длительного времени была подключена к источнику с ЭДС **E** = 10 В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом. После



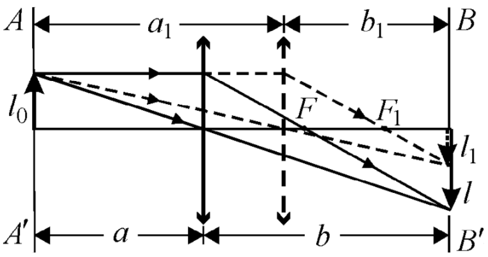
размыкания ключа через резистор протек заряд $q =$ мКл. Найдите индуктивность катушки L, считая, что ее сопротивление пренебрежимо мало. Ответ приведите в миллигенри, округлив до целых.

Решение. Поскольку сопротивление катушки пренебрежимо мало, при замкнутом ключе ток через резистор не течет. Поэтому ток в цепи катушки и источника равен $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}$. После размыкания ключа по закону электромагнитной индукции напряжение на катушке $U_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. По закону Ома напряжение на резисторе $U_R = IR$. Поэтому в каждый момент времени справедливо равенство $L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -IR$. Учитывая, что $I\Delta t = \Delta q$, имеем $L\Delta I = -R\Delta q$. Поскольку коэффициенты L и R постоянны, такое же соотношение справедливо и для конечных приращений тока и заряда. По истечении достаточно большого времени ток через катушку прекратится, поэтому $\Delta I = -I_0$, $\Delta q = q$. Из записанных равенств находим, что $L = \frac{Rq}{I_0} = \frac{rRq}{\mathcal{E}}$.

Ответ: $L = \frac{rRq}{\mathcal{E}}$. Варьируемый параметр q. Диапазон изменения от 1 до 10 мКл с шагом 1 мКл. Расчетная формула $L = 20 \cdot q$. Контрольный пример: при q = 5 мКл ответ L = 100 мГн.

5. Изучив законы геометрической оптики, любознательный школьник решил применить их на практике. С помощью собирающей линзы он получил на стене резкое изображение светящейся спирали настольной лампы. Переместив линзу к стене на расстояние $\Delta l =$ см, он получил на стене еще одно отчетливое изображение спирали. При этом второе изображение оказалось в $n = 4$ раза меньше первого. Определите расстояние L от лампы до стены. Ответ приведите в сантиметрах.

Решение. При фиксированном расстоянии между лампой и стеной, превышающем $4f$, существуют два положения линзы, при которых она дает на экране изображение спирали. Это следует из того, что формула тонкой линзы $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, связывающая расстояние от предмета до линзы a, расстояние от линзы до изображения b и фокусное расстояние линзы f, симметрична относительно a и b: при замене $a_1 = b$, $b_1 = a$ эта формула остается справедливой.



Построение изображения спирали лампы показано на рисунке, где упомянутые положения линзы изображены сплошной и штриховой линиями, а через AA' и BB' обозначены плоскости объекта и изображения, соответственно. Видно, что когда линза занимает ближнее к лампе положение, она дает увеличенное изображение спирали (сплошные линии), а если дальнее от лампы, то уменьшенное изображение (штриховые линии). Имеем: $\frac{l}{l_0} = \frac{b}{a}$, $\frac{l_1}{l_0} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{a}{b}$. Из этих соотношений следует, что $n = \frac{l}{l_1} = \frac{b^2}{a^2}$. Из системы уравнений $b - a = \Delta l$, $b = a\sqrt{n}$ находим, что $a = \frac{\Delta l}{\sqrt{n} - 1}$, $b = \frac{\Delta l \sqrt{n}}{\sqrt{n} - 1}$. Поскольку $L = a + b$, то $L = \frac{\Delta l(\sqrt{n} + 1)}{\sqrt{n} - 1}$.

Ответ: $L = \frac{\Delta l(\sqrt{n} + 1)}{\sqrt{n} - 1}$. Варьируемый параметр Δl. Диапазон изменения от 20 до 30 см с шагом 1 см. Расчетная формула $L = 3 \cdot \Delta l$. Контрольный пример: при Δl = 21 см ответ L = 63 см.

Критерии оценки работ участников первого тура для учащихся 10-х – 11-х классов

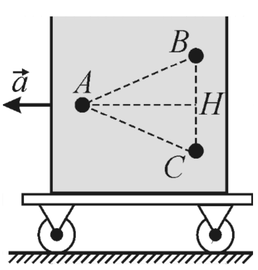
Задача	**Оценка (в баллах)**
Тест	5
1	15
2	20
3	20
4	20
5	20
Итого:	100

Заключительный этап, 10-11 классы

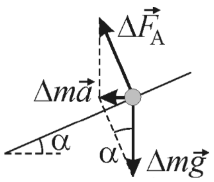
Вопрос 1, вариант 1

1.6.1. Дайте определение давления. Какие единицы измерения давления вы знаете?

Задача. На тележке, находящейся на горизонтальном столе, установлен сосуд в форме куба. Сосуд доверху заполнен жидкостью, внутри которой в точках A, B, C закреплены три датчика давления (см. рисунок). Треугольник ABC равнобедренный, основание BC вертикально и равно $2l = 0{,}5$ м, высота треугольника AH равна h =0,5 м. Когда тележку начали двигать влево с постоянным ускорением, часть жидкости вылилась, а ее свободная поверхность спустя достаточно большое время приняла установившееся наклонное положение. Какой угол α образует при этом поверхность жидкости с горизонтом, если все датчики давления остаются полностью погруженными в жидкость, а их показания равны соответственно $p_A = 100{,}6$ кПа, $p_B = 101$ кПа и $p_C = 106$ кПа?



1.6.1. Решение. Разность давлений в точках B и C на одной вертикали на расстоянии $2l$ друг от друга равна $p_C - p_B = 2\rho g l$. Посередине между ними (в точке H), давление равно p_H, причем $p_C - p_H = \rho g l$. Точки A и H лежат на одной горизонтали, поэтому $p_H - p_A = \rho a h$, где a − модуль ускорения тележки. Решая записанную систему уравнений, находим, что $\frac{a}{g} = \frac{l}{h} \cdot \frac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}$. Рассмотрим малый элемент жидкости массой Δm, находящийся вблизи ее свободной поверхности. Этот элемент движется с ускорением $\vec{a}$ под действием силы тяжести $\Delta m\vec{g}$ и архимедовой силы $\Delta\vec{F}_\text{A}$, которая перпендикулярна поверхности жидкости. Из рисунка видно, что искомый угол определяется соотношением $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{g}$. Поэтому $\operatorname{tg}\alpha = \frac{l}{h} \cdot \frac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}$.



Ответ: $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{l}{h} \cdot \frac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}\right) = \operatorname{arctg} 0{,}58 \approx 30°$.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

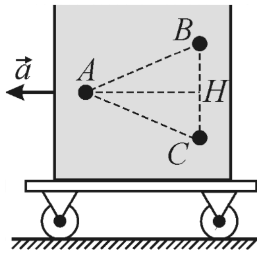
1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.

5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

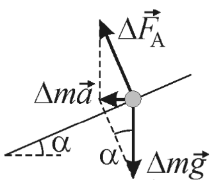
Вопрос 1, вариант 2

1.6.2. Сформулируйте закон Паскаля. Каков принцип действия гидравлического пресса?

Задача. На тележке, находящейся на горизонтальном столе, установлен сосуд в форме куба. Сосуд доверху заполнен жидкостью, внутри которой в точках A, B, C закреплены три датчика давления (см. рисунок). Треугольник ABC равнобедренный, основание BC вертикально и равно $2l = 0{,}5$ м, высота треугольника AH равна $h = 0{,}5$ м. Когда тележку начали плавно разгонять, двигая ее влево с постепенно увеличивающимся ускорением, свободная поверхность жидкости стала приобретать наклонное положение, а излишек жидкости − понемногу выливаться через правый край сосуда. При этом все датчики давления всё время оставались полностью погруженными в жидкость. Какая относительная доля n воды вылилась из сосуда к моменту, когда показания датчиков оказались равными соответственно $p_A = 100{,}6$ кПа, $p_B = 101$ кПа и $p_C = 106$ кПа?



1.6.2. Решение. Разность давлений в точках B и C на одной вертикали на расстоянии $2l$ друг от друга равна $p_C - p_B = 2\rho g l$. Посередине между ними (в точке H), давление равно p_H, причем $p_C - p_H = \rho g l$. Точки A и H лежат на одной горизонтали, поэтому $p_H - p_A = \rho a h$, где a − модуль ускорения тележки. Решая записанную систему уравнений, находим, что $\dfrac{a}{g} = \dfrac{l}{h} \cdot \dfrac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}$. Рассмотрим малый элемент жидкости массой Δm, находящийся вблизи ее свободной поверхности. Этот элемент движется с ускорением $\vec{a}$ под действием силы тяжести $\Delta m\vec{g}$ и архимедовой силы $\Delta\vec{F}_\text{A}$, которая перпендикулярна поверхности жидкости. Из рисунка видно, что искомый угол определяется соотношением $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a}{g}$. Поэтому $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{l}{h} \cdot \dfrac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}$. Пусть b − длина ребра куба. Тогда первоначальный объем жидкости равен b^3. При движении с сосуда ускорением выльется жидкость объемом $\dfrac{b^3 \operatorname{tg}\alpha}{2}$, поэтому $n = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{2}$. **Ответ:** $n = \dfrac{l}{h} \cdot \dfrac{p_B + p_C - 2p_A}{2(p_C - p_B)} = 0{,}29$.



Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

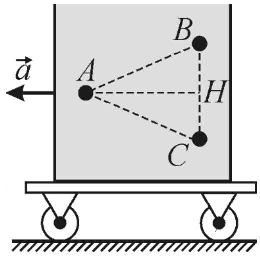
1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.

4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

Вопрос 1, вариант 3

1.6.3. Сформулируйте закон Архимеда. Каковы условия плавания тела?

Задача. На тележке, находящейся на горизонтальном столе, установлен сосуд в форме куба. Сосуд доверху заполнен жидкостью, внутри которой в точках A, B, C закреплены три датчика давления (см. рисунок). Треугольник ABC равнобедренный, основание BC вертикально и равно $2l = 0{,}5$ м, высота треугольника AH равна $h = 0{,}5$ м. Когда тележку начали двигать влево с постоянным ускорением, часть жидкости вылилась, а ее свободная поверхность спустя достаточно большое время приняла установившееся наклонное положение. Каково по модулю ускорение a тележки, если все датчики давления оставались полностью погруженными в жидкость, а их показания оказались равными соответственно $p_A = 100{,}6$ кПа, $p_B = 101$ кПа и $p_C = 106$ кПа? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.



1.6.3. Решение. Разность давлений в точках B и C на одной вертикали на расстоянии $2l$ друг от друга равна $p_C - p_B = 2\rho g l$. Посередине между ними (в точке H), давление равно p_H, причем $p_C - p_H = \rho g l$. Точки A и H лежат на одной горизонтали, поэтому $p_H - p_A = \rho a h$. Решая записанную систему уравнений, находим, что $\dfrac{a}{g} = \dfrac{l}{h} \cdot \dfrac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}$.

Ответ: $a = g\left(\dfrac{l}{h} \cdot \dfrac{p_B + p_C - 2p_A}{p_C - p_B}\right) = 5{,}8$ м/с^2.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

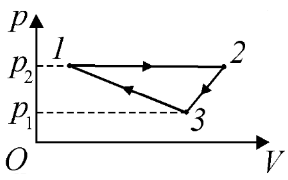
1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

Вопрос 2, вариант 1

2.5.1. Что такое внутренняя энергия термодинамической системы? Какими способами можно изменить внутреннюю энергию системы?



Задача. Над некоторым количеством гелия совершают циклический процесс, *pV*-диаграмма которого показана на рисунке Определите коэффициент полезного действия η цикла, если температура гелия при переходе из состояния *3* в состояние *1* монотонно падает, а отношение давлений $p_2 / p_1 = n = 2$.

2.5.1. Решение. При изобарном расширении на участке *1 – 2* гелий совершает положительную работу и его температура возрастает. На двух остальных участках газ совершает отрицательную работу и его температура падает. Поэтому гелий получает от нагревателя количество теплоты $Q_н = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_2V_1)$, где ν – количество гелия, R – универсальная газовая постоянная, T_1 и T_2 – абсолютные температуры гелия в точках *1* и *2*, V_1 и V_2 – объёмы гелия в точках *1* и *2* Работа гелия за цикл численно равна площади треугольника *123*, т.е. $A = \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(p_2 - p_1)$. Учитывая, что по определению КПД цикла равен $\eta = \frac{A}{Q_н}$, находим, что $\eta = \frac{1}{5}(1 - p_1 / p_2)$. **Ответ:** $\eta = \frac{n-1}{5n} \cdot 100\% = 10\%$.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

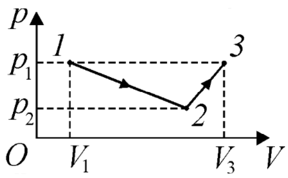
1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 5 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **6 – 10 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **11-14 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **15 баллов**.

Вопрос 2, вариант 2

2.5.2. Сформулируйте первый закон термодинамики. Чему равны теплоемкости одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах?



Задача. Давление некоторого количества идеального одноатомного газа медленно изменяют от величины $p_1 = 2\cdot10^5$ Па до $p_2 = 10^5$ Па, а затем вновь делают равным p_1 в соответствии с pV-диаграммой, показанной на рисунке. Определите количество теплоты, которым газ обменялся с другими телами, если в исходном состоянии *1* его объём был равен $V_1 = 10$ л, а в конечном состоянии *3* стал равным $V_3 = 20$ л.

2.5.2. Решение. Согласно первому закону термодинамики искомое количество теплоты $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$, где ΔU – изменение внутренней энергии, а ΔA – совершённая газом работа при переходе из состояния *1* в состояние *3*. Поскольку $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$, где ν – количество газа, R – универсальная газовая постоянная, а T_1 и T_3 – абсолютные температуры газа в точках *1* и *3*, то согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $\Delta U = \frac{3}{2}p_1(V_3 - V_1)$. Учитывая, что $\Delta A = \Delta A_{12} + \Delta A_{23}$, находим, что $\Delta A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_3 - V_2) = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_3 - V_1)$. Окончательно получаем, что $\Delta Q = \left(2p_1 + \frac{p_2}{2}\right)(V_3 - V_1)$. **Ответ:** $\Delta Q = \left(2p_1 + \frac{p_2}{2}\right)(V_3 - V_1) = 4{,}5$ кДж.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

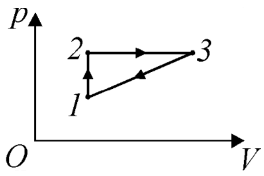
1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 5 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **6 – 10 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **11-14 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **15 баллов**.

Вопрос 2, вариант 3

2.5.3. Дайте определение коэффициента полезного действия (КПД) теплового двигателя. Чему равно максимальное значение КПД теплового двигателя?



Задача. На рисунке изображена pV-диаграмма циклического процесса, в ходе которого давление некоторого количества гелия изохорно увеличивают в $n = 2$ раза. Затем объём гелия изобарно увеличивают в $k = 3$ раза. После этого газ возвращают в исходное состояние, уменьшая его давление по линейному закону с уменьшением объёма. Определите коэффициент полезного действия η этого цикла.

2.5.3. Решение. При изохорном и изобарном изменениях состояния гелий получает от нагревателя количество теплоты $Q_н = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2)$, где ν – количество гелия, R – универсальная газовая постоянная, T_1, T_2, T_3 – абсолютные температуры гелия в точках *1*, *2* и *3*. Поскольку согласно уравнению Менделеева – Клапейрона давление p_i, объём V_i и абсолютная температура T_i гелия в *i*–ой точке удовлетворяют соотношению $p_iV_i = \nu RT_i$, то $Q_н = \frac{5}{2}p_3V_3 - p_2V_2 - \frac{3}{2}p_1V_1$, или, с учетом данных из условия задачи, $Q_н = \frac{p_1V_1}{2}(5nk - 2n - 3)$. Работа гелия за цикл равна $A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = \frac{p_1V_1}{2}(n-1)(k-1)$. По определению КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_н}$. Следовательно, $\eta = \frac{(n-1)(k-1)}{5nk - 2n - 3}$. **Ответ:** $\eta = \frac{(n-1)(k-1)}{5nk - 2n - 3} \cdot 100\% \approx 8,7\%$.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

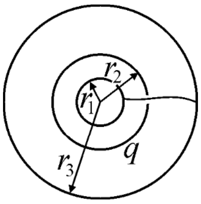
1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 5 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **6 – 10 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **11-14 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **15 баллов**.

Вопрос 3, вариант 1

3.8.1. Сформулируйте закон Кулона. Чему равна напряженность электростатического поля точечного заряда?



Задача. Три тонкие проводящие концентричные сферы первоначально не заряжены, а первая и третья сферы соединены между собой тонким изолированным проводом, проходящим через малое отверстие во второй сфере. Радиусы сфер $r_1 = R$, $r_2 = 2R$, $r_3 = 4R$. Какой заряд q_1 будет наведен на сфере радиуса r_1, если сообщить средней сфере заряд $q = 6$ нКл? Ответ выразите в нанокулонах, округлив до десятых.

3.8.1. Решение. В исходном состоянии потенциалы всех сфер равны нулю, т.к. на них нет электрических зарядов. После сообщения второй сфере заряда q должно произойти перераспределение зарядов между первой и третьей сферами. Пусть заряд первой сферы установится равным q_1. Тогда на третью сферу перетечет заряд $-q_1$. Пренебрегая зарядом на тонком проводе и влиянием малого отверстия во второй сфере, можно утверждать, что модуль напряжённости электростатического поля в пространстве между первой и второй сферами $E_{1-2}(r) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, в пространстве между второй и третьей сферами – $E_{2-3}(r) = \dfrac{q_1 + q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Следовательно, разность потенциалов между первой и второй сферами будет равна $\varphi_{1-2}(r_1) - \varphi_{1-2}(r_2) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$, а между второй и третьей должна стать равной $\varphi_{2-3}(r_2) - \varphi_{2-3}(r_3) = \dfrac{q_1 + q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_3}\right)$. Ток в проводнике, соединяющем первую и третью сферы, прекратится, когда разность потенциалов между ними станет равной нулю, т.е. $\varphi_{1-2}(r_1) - \varphi_{1-2}(r_2) + \varphi_{2-3}(r_2) - \varphi_{2-3}(r_3) = 0$. Из этого равенства находим, что $q_1 = -q\dfrac{r_1(r_3 - r_2)}{r_2(r_3 - r_1)}$.

Ответ: $q_1 = -q\dfrac{r_1(r_3 - r_2)}{r_2(r_3 - r_1)} = -\dfrac{q}{3} = -2$ нКл.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

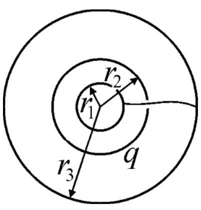
1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

Вопрос 3, вариант 2

3.8.2. Как определяется потенциал электростатического поля? Чему равен потенциал поля точечного заряда?



Задача. Три тонкие проводящие концентричные сферы первоначально не заряжены, а первая и третья сферы соединены между собой тонким изолированным проводом, проходящим через малое отверстие во второй сфере. Радиусы сфер $r_1 = R$, $r_2 = 2R$, $r_3 = 4R$. Какой заряд q сообщили средней сфере, если заряд, наведенный на сфере радиуса r_1, оказался равным $q_1 = 3$ нКл? Ответ выразите в нанокулонах, округлив до десятых.

3.8.2. Решение. В исходном состоянии потенциалы всех сфер равны нулю, т.к. на них нет электрических зарядов. После сообщения второй сфере заряда q должно произойти перераспределение зарядов между первой и третьей сферами. Пусть заряд первой сферы установится равным q_1. Тогда на третью сферу перетечет заряд $-q_1$. Пренебрегая зарядом на тонком проводе и влиянием малого отверстия во второй сфере, можно утверждать, что модуль напряжённости электростатического поля в пространстве между первой и второй сферами $E_{1-2}(r) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, в пространстве между второй и третьей сферами – $E_{2-3}(r) = \dfrac{q_1 + q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Следовательно, разность потенциалов между первой и второй сферами будет равна $\varphi_{1-2}(r_1) - \varphi_{1-2}(r_2) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$, а между второй и третьей должна стать равной $\varphi_{2-3}(r_2) - \varphi_{2-3}(r_3) = \dfrac{q_1 + q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_3}\right)$. Ток в проводнике, соединяющем первую и третью сферы, прекратится, когда разность потенциалов между ними станет равной нулю, т.е. $\varphi_{1-2}(r_1) - \varphi_{1-2}(r_2) + \varphi_{2-3}(r_2) - \varphi_{2-3}(r_3) = 0$. Из этого равенства находим, что $q = -q_1 \dfrac{r_2(r_3 - r_1)}{r_1(r_3 - r_2)}$.

Ответ: $q = -q_1 \dfrac{r_2(r_3 - r_1)}{r_1(r_3 - r_2)} = -3q_1 = -9$ нКл.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

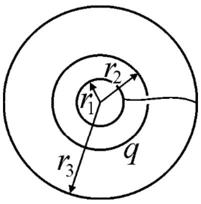
1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

Вопрос 3, вариант 3

3.8.3. Дайте определение электроемкости. Чему равна электроемкость плоского конденсатора?



Задача. Три тонкие проводящие концентричные сферы первоначально не заряжены, а первая и третья сферы соединены между собой тонким изолированным проводом, проходящим через малое отверстие во второй сфере. Радиусы первой и второй сфер $r_1 = R$, $r_2 = 2R$, а радиус третьей сферы r_3 неизвестен. Средней сфере сообщили заряд $q = 9$ нКл, вследствие чего заряд, наведенный на сфере радиуса r_1, оказался равным $q_1 = -3$ нКл. Чему равен радиус третьей сферы? Ответ выразите через R.

3.8.3. Решение. В исходном состоянии потенциалы всех сфер равны нулю, т.к. на них нет электрических зарядов. После сообщения второй сфере заряда q должно произойти перераспределение зарядов между первой и третьей сферами. Пусть заряд первой сферы установится равным q_1. Тогда на третью сферу перетечет заряд $-q_1$. Пренебрегая зарядом на тонком проводе и влиянием малого отверстия во второй сфере, можно утверждать, что модуль напряжённости электростатического поля в пространстве между первой и второй сферами $E_{1-2}(r) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, в пространстве между второй и третьей сферами – $E_{2-3}(r) = \dfrac{q_1 + q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Следовательно, разность потенциалов между первой и второй сферами будет равна $\varphi_{1-2}(r_1) - \varphi_{1-2}(r_2) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$, а между второй и третьей должна стать равной $\varphi_{2-3}(r_2) - \varphi_{2-3}(r_3) = \dfrac{q_1 + q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_3}\right)$. Ток в проводнике, соединяющем первую и третью сферы, прекратится, когда разность потенциалов между ними станет равной нулю, т.е. $\varphi_{1-2}(r_1) - \varphi_{1-2}(r_2) + \varphi_{2-3}(r_2) - \varphi_{2-3}(r_3) = 0$. Из этого равенства находим, что $r_3 = \dfrac{r_1 r_2 (q + q_1)}{r_1 q + r_2 q_1}$.

Ответ: $r_3 = \dfrac{r_1 r_2 (q + q_1)}{r_1 q + r_2 q_1} = 4R$.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

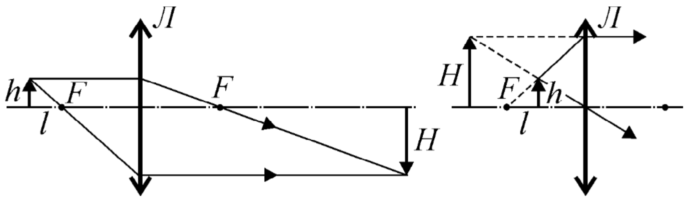
1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

Вопрос 4, вариант 1

4.7.1. Сформулируйте законы отражения света. Приведите пример построения изображения предмета в плоском зеркале.

Задача. На расстоянии $l = 20$ см от фокуса тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 50$ см расположена горящая свеча. Через некоторое время высота свечи уменьшилась на $\Delta h = 2$ см. Определите произошедшее при этом изменение ΔH высоты изображения свечи.

4.7.1. Решение. На рисунке показаны два возможных случая расположения свечи высотой h относительно линзы *Л*. В первом случае изображение свечи является действительным (рис. *а*), а во втором – мнимым (рис. *б*). Однако, в обоих случаях отношение размера свечи h к размеру её изображения H равно l/F. Поэтому в обоих случаях при уменьшении размера свечи на Δh размер её изображения уменьшится на $\Delta H = F \cdot \Delta h / l = 5$ см. **Ответ:** $\Delta H = F \cdot \Delta h / l = 5$ см.



а *б*

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

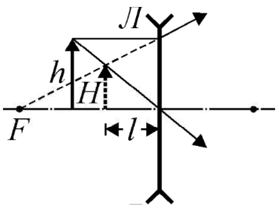
1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 5 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **6 – 10 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **11-14 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **15 баллов**.

Вопрос 4, вариант 2

4.7.2. Сформулируйте законы преломления света. Дайте определения абсолютного и относительного показателей преломления.

Задача. Перед тонкой рассеивающей линзой с фокусным расстоянием, модуль которого $F = 40$ см, расположена горящая свеча так, что её изображение находится на расстоянии $l = 10$ см от линзы. Через некоторое время высота свечи уменьшилась на $\Delta h = 2$ см. Определите произошедшее при этом изменение ΔH высоты изображения свечи.

4.7.2. Решение. На рисунке показано построение изображения свечи в рассеивающей линзе. Из рисунка видно, что отношение размера свечи h к размеру ее изображения H равно $\frac{h}{H} = \frac{F}{F-l}$. Поэтому при уменьшении размера свечи на Δh размер ее изображения уменьшится на $\Delta H = \frac{F-l}{F}\Delta h = 1{,}5$ см.



Ответ: $\Delta H = \frac{F-l}{F}\Delta h = 1{,}5$ см.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

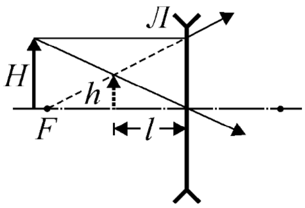
1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 5 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **6 – 10 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **11-14 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **15 баллов**.

Вопрос 4, вариант 3

4.7.3. Дайте определение светового луча. Сформулируйте закон прямолинейного распространения света.

Задача. Перед тонкой рассеивающей линзой с оптической силой $D = -2$ дптр расположена горящая свеча. Размер изображения свечи за некоторое время уменьшился на $\Delta h = 0,5$ см. Определите, на каком расстоянии l от линзы находилось изображение свечи, если размер свечи за это же время уменьшился на $\Delta H = 2$ см.

4.7.3. Решение. На рисунке показано построение изображения свечи в рассеивающей линзе, где $F = 1/|D|$ – модуль фокусного расстояния линзы. Из рисунка видно, что отношение размера свечи H к размеру ее изображения h равно $\frac{H}{h} = \frac{F}{F-l}$. Поэтому при уменьшении размера свечи на ΔH размер ее изображения уменьшится на $\Delta h = \frac{F-l}{F}\Delta H$. Отсюда



$l = F\left(1 - \frac{\Delta h}{\Delta H}\right) = \frac{1}{|D|}\left(1 - \frac{\Delta h}{\Delta H}\right) = 37,5$ см. **Ответ:** $l = \frac{1}{|D|}\left(1 - \frac{\Delta h}{\Delta H}\right) = 37,5$ см.

Критерии оценки

Теоретические вопросы (каждый вопрос оценивается максимально в 5 баллов)

1. Ответ по существу обеих частей вопроса полностью отсутствует – **0 баллов**.
2. Ответ является неполным (дан ответ только на одну часть вопроса) – **1 – 2 балла**.
3. Ответ является неполным (даны формально ответы на обе части вопроса, но отсутствуют или не полностью приведены необходимые пояснения) – **3 – 4 баллов**
4. Ответ является полным (содержит по обеим частям вопроса необходимые физические понятия и величины с пояснением их смысла) – **5 баллов**.

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 15 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **1 – 5 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **6 – 10 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **11-14 баллов**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **15 баллов**.

Заключительный этап для 7-х – 9-х классов (решения)

1. Воинская колонна, совершающая пеший марш-бросок, растянулась при ходьбе на $L = 500$ м. Командир, находящийся во главе колонны, направил конного посыльного в хвост колонны с пакетом к своему заместителю. Посыльный поскакал навстречу колонне со скоростью $u = 36$ км/ч, вручил пакет заместителю командира и сразу же вернулся с той же скоростью к началу колонны, затратив на весь путь $t = 1$ мин 44 с. Найдите, с какой скоростью v двигалась колонна. Ответ приведите в м/с, округлив до целых.

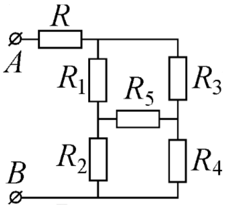
1. Решение. В системе отсчета, связанной с движущейся колонной, относительная скорость посыльного при его движении навстречу колонне равна $u + v$, а при попутном его движении равна $u - v$. Поэтому полное время движения посыльного к хвосту колонны и обратно равно $t = \dfrac{L}{u+v} + \dfrac{L}{u-v} = \dfrac{2Lu}{u^2 - v^2}$. Выражая из этого равенства скорость v, находим, что $v = \sqrt{u^2 - 2Lu/t}$.

Ответ: $v = \sqrt{u^2 - 2Lu/t} \approx 2$ м/с

2. Когда легковой автомобиль едет с постоянной скоростью по горизонтальному шоссе, расход бензина составляет $\mu_1 = 7$ л/100 км. Каков будет расход бензина μ_2, если этот автомобиль поедет с той же скоростью вверх по участку шоссе, уклон которого составляет 50 м на 1 км пути? Качество дорожного покрытия на горизонтальном и наклонном участках шоссе одинаково. Масса автомобиля $M = 1000$ кг, коэффициент полезного действия двигателя $\eta = 30\%$, удельная теплота сгорания бензина $q = 42$ МДж/кг, плотность бензина $\rho = 0{,}7$ кг/л. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в л/100 км, округлив до одного знака после запятой.

2. Решение. Пусть F – модуль результирующей всех сил сопротивления движению автомобиля. При перемещении автомобиля на расстояние l работа, совершенная двигателем, равна произведению количества теплоты, выделившейся при сгорании топлива, на коэффициент полезного действия двигателя: $A = \mu l \rho q \dfrac{\eta}{100\%}$. На горизонтальном участке шоссе длиной l эта работа равна по величине работе сил сопротивления $A_c = Fl$, т.е. $A_1 = \mu_1 \rho q \dfrac{\eta}{100\%} l = Fl$. На наклонном участке шоссе той же длиной работа двигателя равна сумме величины работы сил сопротивления $A_c = Fl$ и приращения потенциальной энергии автомобиля в поле силы тяготения $\Delta E_п = 0{,}05 \cdot Mgl$. Имеем: $A_2 = \mu_2 \rho q \dfrac{\eta}{100\%} l = Fl + 0{,}05 \cdot Mgl$. Объединяя эти равенства, находим ответ: $\mu_2 = \mu_1 + \dfrac{0{,}05 \cdot Mg \cdot 100\%}{\rho q \eta} \approx 12{,}6$ л/100 км.

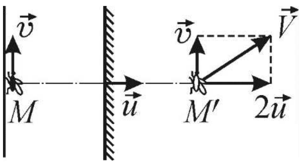
Замечание: При подстановке числовых данных из условия задачи получаем, что последнее слагаемое в ответе имеет размерность л/м. Чтобы преобразовать его к требуемой размерности (л/100 км), нужно умножить его на 10^5.



3. В цепи, схема которой показана на рисунке, сопротивление резистора $R = 500$ Ом, а между клеммами A и B поддерживается постоянное напряжение $U = 20$ В. Определите количество теплоты Q, выделяющееся на этом резисторе за время $\tau = 5$ минут, если сопротивления остальных резисторов $R_1 = 2R$, $R_2 = 4R$, $R_3 = R$, $R_4 = 2R$, $R_5 = R$. Ответ приведите в джоулях с точностью до одного знака после запятой.

3. Решение. Исходя из условия задачи легко установить, что справедливо равество $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$, откуда следует, что напряжение между выводами резистора R_5 равно нулю. Покажем это. В самом деле, предполагая, что ток через резистор R_5 не течет (т.е. в точках подключения этого резистора фактически нет разветвления цепи), имеем следующие уравнения: $I_1R_1 = I_3R_3$, $I_2R_2 = I_4R_4$, $I_1 = I_2$, $I_3 = I_4$, где через I_i обозначены токи через резисторы R_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Из этих уравнений и следует записанное выше равенство. Учитывая, что резистор R_5 можно мысленно удалить, находим сопротивление между клеммами A и B, а именно $R_0 = R + \frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{(R_1+R_2)+(R_3+R_4)} = 3R$. По закону Ома сила тока, текущего через резистор R равна $I = \frac{U}{R_0} = \frac{U}{3R}$. Согласно закону Джоуля−Ленца, $Q = RI^2 \cdot \tau = \frac{U^2}{9R}\tau$. **Ответ:** $Q = \frac{U^2}{9R}\tau \approx 26{,}7$ Дж.

4. Муха ползёт по стене со скоростью $v = 3$ см/с. Плоское зеркало, параллельное стене, удаляется от стены со скоростью $u = 2$ см/с. С какой по модулю скоростью V движется изображение мухи в зеркале? Ответ приведите в см/с, округлив до целых.



4. Решение. На рисунке M – муха, M' – её изображение в зеркале. Изображение неподвижной точки в зеркале, удаляющемся от нее скоростью u, движется со скоростью $2u$. По закону сложения скоростей $\vec{V} = \vec{v} + 2\vec{u}$ и искомая величина $V = \sqrt{v^2 + (2u)^2}$.

Ответ: $V = \sqrt{v^2 + (2u)^2} = 5$ см/с.

Критерии оценки

Задачи (каждая задача оценивается максимально в 25 баллов)

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.
2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **5 – 14 баллов**.
3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **15 – 20 баллов**.
4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-23 балла**.
5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.

Максимальное количество баллов по четырем задачам – 100.