

материалы заданий

олимпиады школьников «ЛОМОНОСОВ» по робототехнике

2015/2016 учебный год

Регламент проведения олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике – 2015

Отборочный этап (заочный) состоит из двух частей:

- 1. решение задач;
- 2. робототехнический проект (необходимо выбрать один из вариантов)
 - а. подготовка проекта по заданию, предложенному оргкомитетом олимпиады;
 - b. подготовка проекта по тематике, предложенной оргкомитетом олимпиады;
 - с. подготовка собственного проекта.

В конце работы, после решения задач, нужно указать какой из робототехнических проектов выбирает участник для участия в заключительном этапе. Этот выбор носит предварительных характер, и участник может изменить его к заключительному этапу.

Заключительный этап (очный) состоит из двух частей:

- 1. Решение задач.
- 2. Демонстрация робототехнического проекта.
 - а. Участники, выполнившие проект по теме, предложенной оргкомитетом, или подготовившие собственный проект, демонстрируют его. Участник должен подготовить доклад, сделать презентацию и продемонстрировать работу своего робота. Требования к оформлению докладов и презентаций будут объявлены при подведении итогов отборочного этапа.
 - b. Участники, выполнившие проект по заданию организаторов, демонстрируют подготовленного в рамках проекта робота. Участники, чей робот успешно продемонстрировал выполнение задания, условия которого были опубликованы на отборочном этапе, допускаются к выполнению модифицированных заданий для этого же робота.

Задание оргкомитета

Участникам требуется подготовить колесного робота, который сможет пройти лабиринт, приведенный в задаче № 4 отборочного этапа.

Пол и стенки лабиринта белого цвета. Размер каждой ячейки 300х300 мм, высота стенок 150 мм.

Требований к материалам, контроллеру, датчикам и иным компонентам робота не предъявляется, за исключением одного – робот не должен портить поверхность лабиринта.

Обратите внимание, что для 5—9 классов и 10—11 классов лабиринты имеют разный размер и конфигурацию.

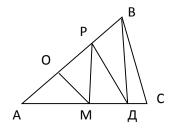
Тематика проекта, предлагаемая оргкомитетом олимпиады.

- 1. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет самостоятельно подниматься внутри вертикальной трубы. Диаметр трубы участник выбирает сам, но при условии, что диаметр находится в диапазоне 150—300 мм. Достаточно, чтобы робот смог подняться на высоту в 1 м.
- 2. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет двигаться, как в п. 1, а также после подъема внутри трубы повернуть в трубе и двигаться далее по горизонтальному участку.

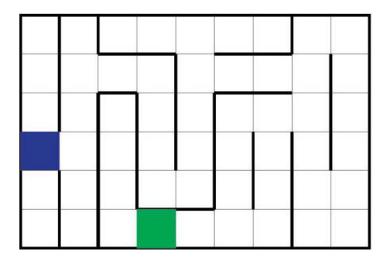
Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике — 2015

10—11 классы (1 тур)

- 1. На доске подряд выписаны натуральные нечетные числа, начиная с 1. Какая цифра стоит на 2015 месте?
- 2. Как в треугольнике АВС провести ломаную ВДРМО, чтобы все пять треугольников имели одинаковые площади.



- 3. При каком коэффициенте трения андроид сможет взойти на горку высотой 10 м с углом возвышения 30° за 10 секунд без предварительного разгона? Считайте, что мощность робота не ограничивает время движения, сопротивлением воздуха можно пренебречь.
- 4. Четыре колесных робота A1, A2, A3 и A4 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



Робот А1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот А2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот А3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки. Робот А4 не знает карту лабиринта, но умеет ее строить.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике — 2015

10—11 классы (1 тур)

1. На доске подряд выписаны натуральные нечетные числа, начиная с 1. Какая цифра стоит на 2015 месте?

Решение.

Посчитаем, сколько цифр используется при записи нечетных чисел.

Однозначные числа 1-3-5-7-9 занимают 5 мест.

Двузначные числа 11-13-15-17-19-...-91-93-95-97-99 занимают 9X5X2=90 мест.

Трёхзначные числа 101-103-105-107-109-...-191-193-195-197-199 занимают 10х5х3=150 мест.

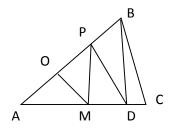
Таким образом нечетные числа от 1 до 999 занимают 5+90+9x150=1445 мест.

Четырёхзначные числа 1001-1003-1005-1007-1009-...-1091-1093-1095-1097-1099 занимают 10x5x4=200 мест. Числа от 1 до 1199 занимают 1845 мест. Остается 170 мест до 2015 места включительно. Числа от 1201 до 1279 занимают еще 8x5x4=160 мест.

Далее идут числа 1281-1283-1**2**85. Значит на 2015 месте стоит цифра 2, которая используется в записи числа 1285.

Ответ: 2.

2. Как в треугольнике ABC провести ломаную BDPMO, чтобы все пять треугольников имели одинаковые площади?



Решение.

Предположим, что удовлетворяющая условиям задачи ломаная ВDPMO проведена. Тогда

$$S_{\Lambda RDA}: S_{\Lambda RDC} = 4:1 \Longrightarrow AD:DC = 4:1.$$

$$S_{\Delta DPA}: S_{\Delta DPB} = 3:1 \Longrightarrow AP:PB = 3:1.$$

$$S_{\Lambda PMA}: S_{\Lambda PMD} = 2: 1 \Longrightarrow AM: MD = 2: 1.$$

$$S_{\Lambda MOA}: S_{\Lambda MOP} = 1:1 \Longrightarrow AO:OP = 1:1.$$

3. При каком коэффициенте трения андроид сможет взойти на горку высотой h=10 м с углом возвышения $\alpha=30^0$ за t=10 секунд без предварительного разгона? Считайте, что мощность робота не ограничивает время движения, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение.

Сила трения \vec{F}_{mp} , действующая на робота, препятствует проскальзыванию и поэтому направлена вверх. На робота также действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции \vec{R} . Так как в направлении, перпендикулярном плоскости горки, движения нет, имеет место соотношение

$$R = mg \cos \alpha$$
.

Сила нормального давления \vec{N} по модуля равна силе реакции \vec{R} . Поэтому

$$F_{\rm Tp} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$
,

где μ – коэффициент трения.

По второму закону Ньютона в проекции на плоскость горки получаем

$$m\alpha = F_{\rm Tp} - mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha.$$

В то же время ускорение a связано со временем движения следующей формулой

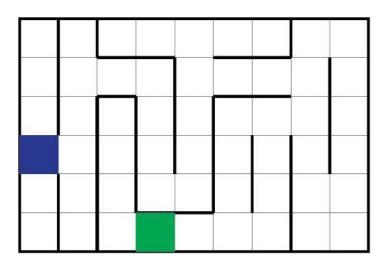
$$s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{at^2}{2}.$$

Из двух последних уравнений получаем

$$\mu = \frac{2h}{gt^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cong 0.63.$$

Ответ: $\cong 0,63$.

4. Четыре колесных робота A1, A2, A3 и A4 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



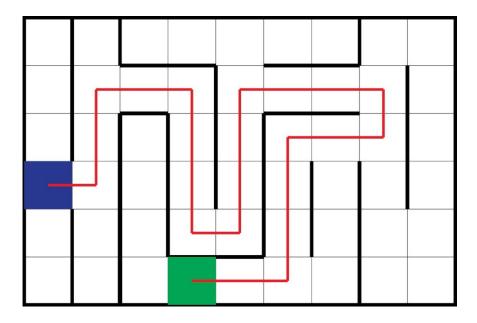
Робот А1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот А2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот А3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки. Робот А4 не знает карту лабиринта, но умеет ее строить.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

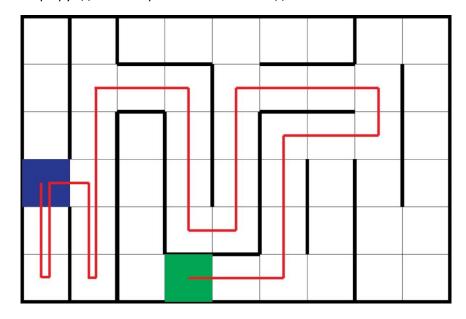
Решение.

Маршрут движения робота А-1 имеет вид



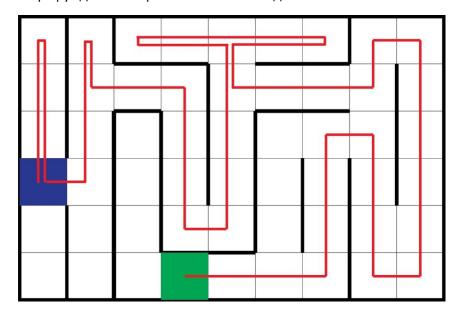
При этом робот А-1 проедет маршрут равный по длине 23 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота А-2 имеет вид



При этом робот А-2 проедет маршрут равный по длине 31 стороне квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота А-3 имеет вид



При этом робот А-3 проедет маршрут равный по длине 51 стороне квадратов, на которые разбит лабиринт.

Робот А-4 ищет выход путем построения карты лабиринта, например, рекурсивным алгоритмом определения дальностей

3	4	15	14	13	14	15	16	17
2	3	4	5	12	13	14	15	18
1	2		6	11	18	17	16	19
0	1		7	10	19	18	17	20
1	2		8	9	20	19	18	19
2	3		23	22	21	20	19	20

Длина маршрута робота зависит от конкретного варианта алгоритма построения карты. В любом случае, для данного лабиринта этот маршрут не может быть короче, чем маршрут робота A-2.

Ответ:

- 1) A-1.
- 2) А-3 или А-4.
- 3) больше или равно 31/23.

Регламент проведения олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике – 2015

Отборочный этап (заочный) состоит из двух частей:

- 1. решение задач;
- 2. робототехнический проект (необходимо выбрать один из вариантов)
 - а. подготовка проекта по заданию, предложенному оргкомитетом олимпиады;
 - b. подготовка проекта по тематике, предложенной оргкомитетом олимпиады;
 - с. подготовка собственного проекта.

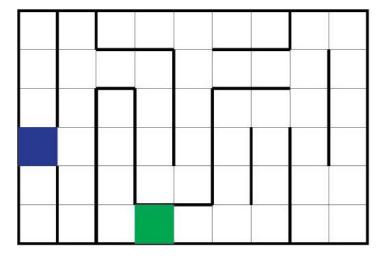
В конце работы, после решения задач, нужно указать какой из робототехнических проектов выбирает участник для участия в заключительном этапе. Этот выбор носит предварительных характер, и участник может изменить его к заключительному этапу.

Заключительный этап (очный) состоит из двух частей:

- 1. Решение задач.
- 2. Демонстрация робототехнического проекта.
 - а. Участники, выполнившие проект по теме, предложенной оргкомитетом, или подготовившие собственный проект, демонстрируют его. Участник должен подготовить доклад, сделать презентацию и продемонстрировать работу своего робота. Требования к оформлению докладов и презентаций будут объявлены при подведении итогов отборочного этапа.
 - b. Участники, выполнившие проект по заданию организаторов, демонстрируют подготовленного в рамках проекта робота. Участники, чей робот успешно продемонстрировал выполнение задания, условия которого были опубликованы на отборочном этапе, допускаются к выполнению модифицированных заданий для этого же робота.

Задание оргкомитета

Участникам требуется подготовить колесного робота, который сможет пройти следующий лабиринт



Пол и стенки лабиринта белого цвета. Размер каждой ячейки 300х300 мм, высота стенок 150 мм.

Требований к материалам, контроллеру, датчикам и иным компонентам робота не предъявляется, за исключением одного – робот не должен портить поверхность лабиринта.

Обратите внимание, что для 5—9 классов и 10—11 классов лабиринты имеют разный размер и конфигурацию.

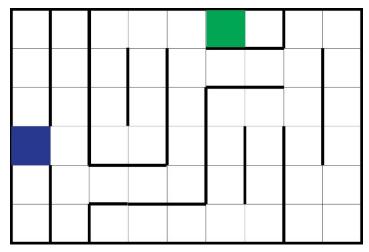
Тематика проекта, предлагаемая оргкомитетом олимпиады.

- 1. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет самостоятельно подниматься внутри вертикальной трубы. Диаметр трубы участник выбирает сам, но при условии, что диаметр находится в диапазоне 150—300 мм. Достаточно, чтобы робот смог подняться на высоту в 1 м.
- 2. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет двигаться, как в п. 1, а также после подъема внутри трубы повернуть в трубе и двигаться далее по горизонтальному участку.

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике — 2015

10-11 классы (2 тур)

- 1. Может ли число 11424 быть произведением цифр некоторого числа?
- 2. Длина хорды, касающейся двух вписанных окружностей, центры которых лежат на одном диаметре, равна p. Найдите площадь заштрихованной фигуры.
- 3. Какую минимальную скорость будет иметь андроид, сбежавший с горки высотой 10 м с углом возвышения 15^{0} при коэффициенте трения $\mu=0.13?$ Сопротивлением воздуха можно пренебречь.
- 4. Четыре колесных робота A1, A2, A3 и A4 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



Робот А1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот А2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот А3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки. Робот А4 не знает карту лабиринта, но умеет ее строить.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике — 2015, с решениями и указаниями

10—11 классы (2 тур)

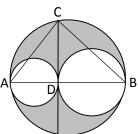
1. Может ли число 11424 быть произведением цифр некоторого числа?

Решение.

Число 11424=2*2*2*2*2*3*7*17. Так как число 17, являющее делителем числа 11424, простое и не является цифрой, исходное число не может являться произведением цифр некоторого чила.

Ответ: нет.

2. Длина хорды, касающейся двух вписанных окружностей, центры которых лежат на одном диаметре, равна p. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Решение.

Обозначим радиусы внутренних окружностей за r_1 и r_2 . Так как центры окружностей лежат на одном диаметре большой окружности, ее радиус равен $(r_1 + r_2)$. Таким образом, плошадь заштрихованной фигуры равна

$$S = \pi (r_1 + r_2)^2 - \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = 2\pi r_1 r_2.$$

Хорда, касающаяся окружностей, перпендикулярна диаметру, на котором расположены центры внутренних, то есть $CD \perp AB$. Треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, так как вписанный угол $\triangle ACB$ опирается на диаметр. Следовательно $CD^2 = AD \cdot DB$, и, так как 2CD = p, получаем

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 = 2r_1 \cdot 2r_2 = 4r_1r_2.$$

$$S = 2\pi r_1 r_2 = \frac{\pi p^2}{8}.$$

Ответ: $\frac{\pi p^2}{8}$.

3. Какую минимальную скорость будет иметь андроид, сбежавший с горки высотой 10 м с углом возвышения 15^{0} при коэффициенте трения $\mu=0.13$? Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение.

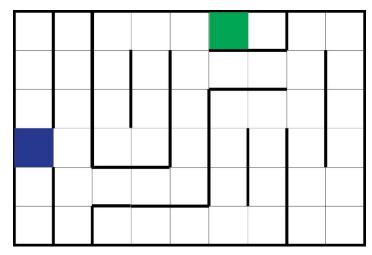
В проекции на плоскость горки, по которой движется андроид, для модуля ускорения получим $a=g\sin \propto -\mu g\cos \alpha.$

Конечная скорость андроида будет равна

$$v = \sqrt{2al} = \sqrt{2gh(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} \cong 10,05$$

Ответ: $\cong 10,05$.

4. Четыре колесных робота A1, A2, A3 и A4 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



Робот А1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот А2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот А3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки. Робот А4 не знает карту лабиринта, но умеет ее строить.

1) Какой из роботов быстрее пройдет

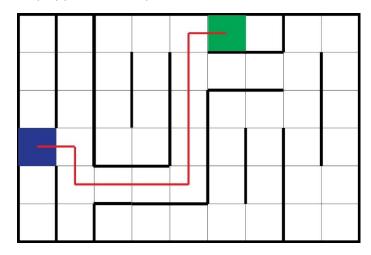
лабиринт?

- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

Решение.

Маршрут движения робота А1 имеет вид

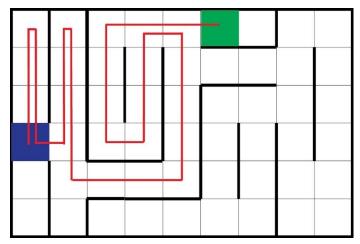


При этом робот A1 проедет маршрут равный по длине 10 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота A2 имеет вид

При этом робот А2 проедет маршрут равный по длине 50 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут движения робота АЗ имеет вид



При этом робот АЗ проедет маршрут равный по длине 32 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Робот A4 ищет выход путем построения карты лабиринта, например, рекурсивным алгоритмом определения дальностей

3	4	11	10	9	10		12	13
2	3	12	11	8	9	10	11	14
1	2	13	12	7	14	13	12	15
0	1	14	13	6	15	14	13	16
1	2	3	4	5	16	15	14	15
2	3	20	19	18	17	16	15	16

Длина маршрута робота A4 зависит от конкретного варианта алгоритма построения карты. В любом случае, для данного лабиринта этот маршрут не может быть короче, чем маршрут робота A1.

Ответ:

- 1) А1 и, при определенном варианте алгоритма, А4.
- 2) А2 или, при некоторых вариантах алгоритма, А4.
- 3) больше или равно 5.

Регламент проведения олимпиады школьников «Ломоносов» по робототехнике – 2015

Отборочный этап (заочный) состоит из двух частей:

- 1. решение задач;
- 2. робототехнический проект (необходимо выбрать один из вариантов)
 - а. подготовка проекта по заданию, предложенному оргкомитетом олимпиады;
 - b. подготовка проекта по тематике, предложенной оргкомитетом олимпиады;
 - с. подготовка собственного проекта.

В конце работы, после решения задач, нужно указать какой из робототехнических проектов выбирает участник для участия в заключительном этапе. Этот выбор носит предварительных характер, и участник может изменить его к заключительному этапу.

Заключительный этап (очный) состоит из двух частей:

- 1. Решение задач.
- 2. Демонстрация робототехнического проекта.
 - а. Участники, выполнившие проект по теме, предложенной оргкомитетом, или подготовившие собственный проект, демонстрируют его. Участник должен подготовить доклад, сделать презентацию и продемонстрировать работу своего робота. Требования к оформлению докладов и презентаций будут объявлены при подведении итогов отборочного этапа.
 - b. Участники, выполнившие проект по заданию организаторов, демонстрируют подготовленного в рамках проекта робота. Участники, чей робот успешно продемонстрировал выполнение задания, условия которого были опубликованы на отборочном этапе, допускаются к выполнению модифицированных заданий для этого же робота.

Задание оргкомитета

Участникам требуется подготовить колесного робота, который сможет пройти лабиринт, приведенный в задаче № 4 отборочного этапа.

Пол и стенки лабиринта белого цвета. Размер каждой ячейки 300х300 мм, высота стенок 150 мм.

Требований к материалам, контроллеру, датчикам и иным компонентам робота не предъявляется, за исключением одного – робот не должен портить поверхность лабиринта.

Обратите внимание, что для 5—9 классов и 10—11 классов лабиринты имеют разный размер и конфигурацию.

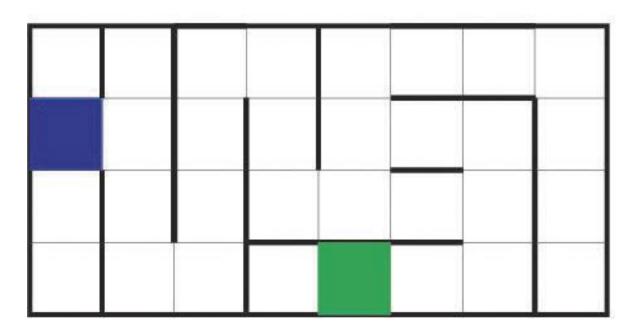
Тематика проекта, предлагаемая оргкомитетом олимпиады.

- 1. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет самостоятельно подниматься внутри вертикальной трубы. Диаметр трубы участник выбирает сам, но при условии, что диаметр находится в диапазоне 150—300 мм. Достаточно, чтобы робот смог подняться на высоту в 1 м.
- 2. Участникам предлагается сконструировать робота, который сможет двигаться, как в п. 1, а также после подъема внутри трубы повернуть в трубе и двигаться далее по горизонтальному участку.

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике — 2015

5-9 классы

- 1. В доме 6 этажей одинаковой высоты. Во сколько раз лестница на шестой этаж длиннее, чем лестница на третий этаж?
- 2. В ящике лежит 70 разноцветных шариков: 40 красных шариков, 20 синих шариков и 10 зеленых. Какое наименьшее число шариков надо вытащить роботу с поврежденным датчиком цвета, чтобы среди них обязательно оказалось 15 шариков одного цвета?
- 3. Цилиндрическое бревно массой m кг лежит на земле. Какое минимальное вертикальное усилие надо приложить для того, чтобы приподнять его за один из концов?
- 4. Три колесных робота A1, A2 и A3 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



Робот А1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот А2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот А3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике — 2015

С ответами и указаниями к решению

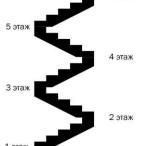
5-9 классы

1. В доме 6 этажей одинаковой высоты. Во сколько раз лестница на шестой этаж длиннее, чем лестница на третий этаж?

Решение.

Лестница между первым этажом и третьим состоит из двух пролетов, между первым и шестым – из пяти пролетов.

Ответ: в 2,5 раза.



2. В ящике лежит 70 разноцветных шариков: 40 красных шариков, 20 синих шариков и 10 зеленых. Какое наименьшее число шариков надо вытащить роботу с поврежденным датчиком цвета, чтобы среди них обязательно оказалось 15 шариков одного цвета?

Решение.

Набор из 38 шариков, который вытащит робот, может содержать 10 зеленых, 14 красных и 14 синих шариков. Таким образом, в этом или меньшем наборе может не содержится 15 шариков одного цвета. При наборе из 38 шариков следующий вынутый из ящика будет либо красным, либо синим, так как зеленые шарики закончились. Следовательно, набор из 39 шариков уже будет содержать 15 шариков одного цвета (синего или красного).

Ответ: 39.

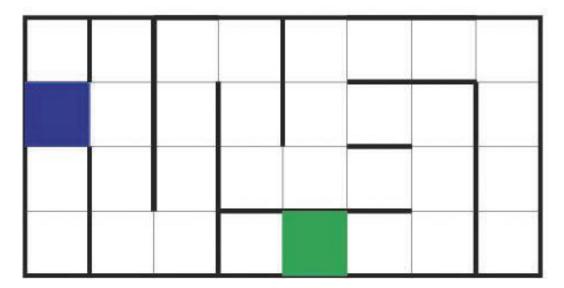
3. Цилиндрическое бревно массой m кг лежит на земле. Какое минимальное вертикальное усилие надо приложить для того, чтобы приподнять его за один из концов?

Решение.

На приподнятое бревно действуют три силы: сила тяжести, сила реакции опоры и вертикальная сила, приложенная к одному из концов. Относительно точки контакта бревна с землей сила реакции опоры не создает момент, а момент силы тяжести уравновешивается моментом силы, приложенной к концу бревна. Так как плечо силы тяжести в два раза меньше, то сила тяжести в два раза больше приподнявшей бревно силы.

Ответ: *mq/2*.

4. Три колесных робота A1, A2 и A3 одинаковой конструкции должны по очереди пройти лабиринт, двигаясь от входа (синий квадрат) к выходу (зеленый квадрат).



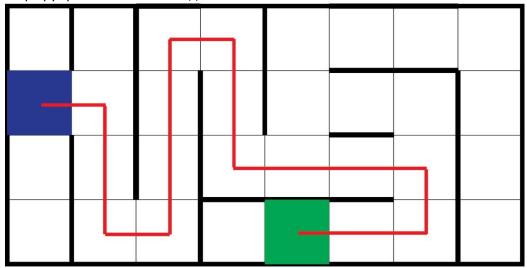
Робот А1 содержит в памяти карту лабиринта, на которой отмечены синий и зеленый квадраты и указаны все стенки. Робот А2 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу правой руки. Робот А3 не знает карту лабиринта и запрограммирован обходить его по правилу левой руки.

- 1) Какой из роботов быстрее пройдет лабиринт?
- 2) Какой из роботов пройдет лабиринт медленнее всего?
- 3) Во сколько раз робот, прошедший лабиринт медленнее всего, прошел его медленнее, чем робот, прошедший лабиринт быстрее всего?

Можно считать, что роботы движутся с постоянной скоростью, временем на разгон, торможение и повороты можно пренебречь.

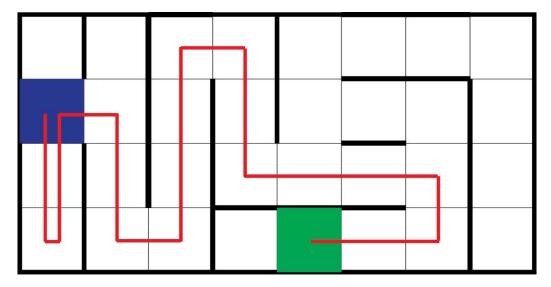
Решение.

Маршрут робота А1 имеет вид:



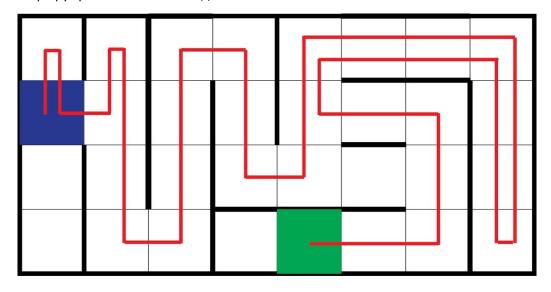
При этом робот А-1 проедет маршрут равный по длине 16 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут робота А2 имеет вид:



При этом робот А-2 проедет маршрут равный по длине 20 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Маршрут робота АЗ имеет вид:



При этом робот А-3 проедет маршрут равный по длине 36 сторонам квадратов, на которые разбит лабиринт.

Ответ:

- 1) Робот А-1;
- 2) Робот А-3;
- 3) B 9/4 = 2,25 pas.

10—11 классы

- 1. Разделите фигуру из 12 клеток на четыре равные части так, чтобы линии разреза проходили по сторонам клеток.
- 2. Самолет летит в безветренную погоду со скоростью **v** горизонтально на высоте **h**. Летчик должен сбросить груз в точку, находящуюся впереди самолета. Под каким углом к горизонту он должен видеть цель в момент сбрасывания груза? Сопротивление воздуха не учитывайте.
- 3. Шесть пятирублевых монет лежат на столе, образуя замкнутую цепочку, то есть первая монета касается второй, вторая третьей и т. д., шестая первой. Седьмая пятирублевая монета, также лежащая на столе, катится без скольжения по внешней стороне цепочки, касаясь по очереди каждой из шести монет цепочки. Сколько оборотов сделает монета, вернувшись в исходное положение?
- 4. Рассмотрим вертикально расположенное невесомое колесо радиуса r, к ободу которого жестко прикреплена при помощи невесомого стержня материальная точка (рис. 1). Расстояние от центра колеса до материальной точки b > r. Колесо может кататься без проскальзывания и сопротивления по горизонтальной поверхности. Наряду с таким маятником, рассмотрим математический маятник, точка подвеса которого неподвижна, а к концу на таком же расстоянии b от точки подвеса прикреплена материальная точка (рис. 2). Пусть оба маятника в начальный момент времени покоятся при $\phi = 0$, то есть висят вниз. Придадим обоим маятникам одну и ту же начальную угловую скорость ω_0 , такую, чтобы они колебались вокруг нижнего положения равновесия.
 - 4.1. Найдите и сравните диапазоны начальных скоростей ω_0 , при которых каждый из маятников будет колебаться вокруг нижнего положения равновесия, не переворачиваясь.
 - 4.2. Найдите и сравнит амплитуды колебаний маятников по углу $oldsymbol{arphi}$.

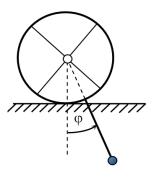


Рис. 1

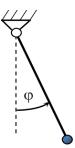
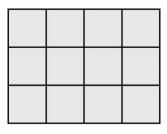


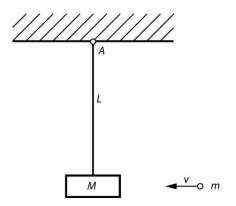
Рис. 2.

7-9 классы

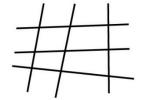
1. Прямоугольник содержит 12 клеток. Найдите 5 (пять) различных способов разрезания прямоугольника на 2 равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Способы разрезания считаются различными, если части прямоугольника, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.

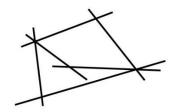


2. Пуля массой m попадает в деревянный брусок массой M, подвешенный на нити длиной L, и застревает в нем. Определите, на какой максимальный угол α отклонится маятник, если скорость пули равна ν .

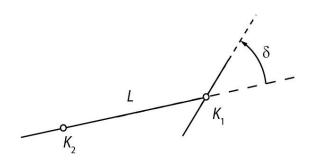


- 3. На рисунке показано, что 6 (шесть) отрезков можно расположить на плоскости так, что каждый из них пересекается ровно с тремя другими.
 - 3.1. Можно ли так расположить на плоскости 8 (восемь) отрезков?
 - 3.2. Можно ли так расположить на плоскости 7 (семь) отрезков?



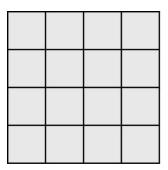


4. Идущий по земле человек ведёт двухколёсный велосипед по кругу, держа его за руль. Рама велосипеда при этом вертикальна. Велосипед отличается от обычного тем, что рулевая колонка на переднем колесе вертикальна, так что прямая, проходящая через ось колонки, проходит через точку касания колеса с землёй. Точки K_1 и K_2 — точки контакта соответственно переднего и заднего колёс с поверхностью. Угол δ поворота руля относительно рамы постоянен. Найдите радиусы окружностей, которые описывают на земле точки контакта K_1 и K_2 , если $K_1K_2 = L$. Что будет, если $\delta = 90^\circ$?

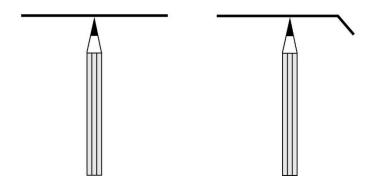


5-6 классы

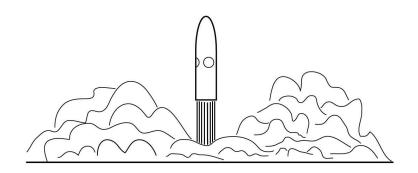
1. Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на 2 равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Найдите 3 (три) различных способа. Способы разрезания считаются различными, если части квадратов, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.



2. Металлическую полоску уравновесили на кончике карандаша. Нарушится ли равновесие, если согнуть, как показано на рисунке, один из концов полоски? Ответ поясните.



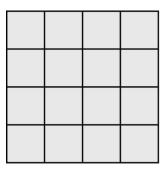
- 3. Кусок мыла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. После 7 (семи) стирок длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска?
- 4. Взлетает или садится космический корабль, показанный на рисунке? Ответ поясните.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

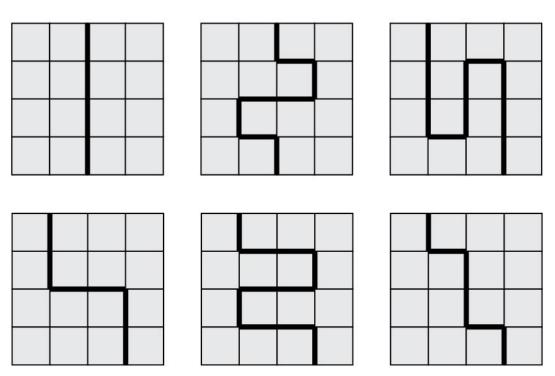
5-6 классы

1. Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на 2 равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Найдите 3 (три) различных способа. Способы разрезания считаются различными, если части квадратов, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.

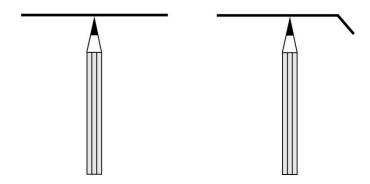


Решение.

Существуют шесть различных способов разрезания квадрата, они приведены на рисунке.



2. Металлическую полоску уравновесили на кончике карандаша. Нарушится ли равновесие, если согнуть, как показано на рисунке, один из концов полоски? Ответ поясните.



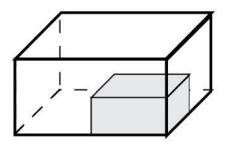
Решение.

Равновесие нарушится, так как после сгибания центр масс правой половинки полосы станет ближе к кончику карандаша при той же массе. Левая половинка перевесит.

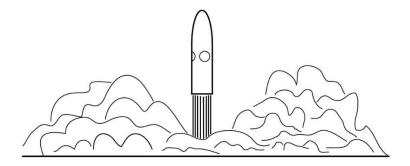
3. Кусок мыла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. После 7 (семи) стирок длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска?

Решение.

Оставшийся кусок мыла в восемь раз меньше по объему исходного куска (см. рисунок), поэтому его хватит на одну стирку.



4. Взлетает или садится космический корабль, показанный на рисунке? Ответ поясните.



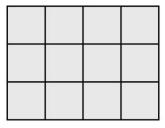
Решение.

Для вывода космического корабля на орбиту Земли масса топлива должна быть в несколько раз больше, чем масса полезных отсеков (кабина с космонавтами, научная аппаратура). Судя по размерам иллюминаторов, по крайней мере половину корабля занимает кабина. Значит несколько ступеней двигателя уже отделились, и это не может быть взлетом. На рисунке приземление.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

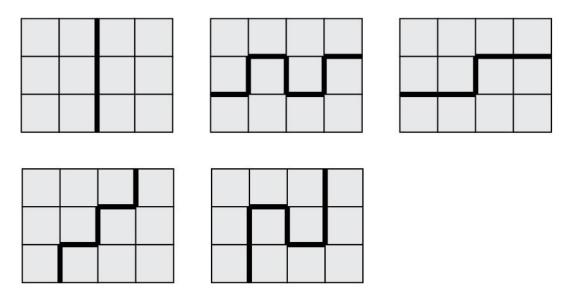
7—9 классы

1. Прямоугольник содержит 12 клеток. Найдите 5 (пять) различных способов разрезания прямоугольника на 2 равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Способы разрезания считаются различными, если части прямоугольника, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.

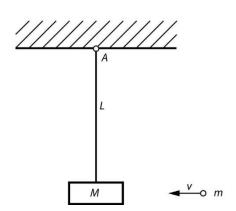


Решение.

См. рисунок.



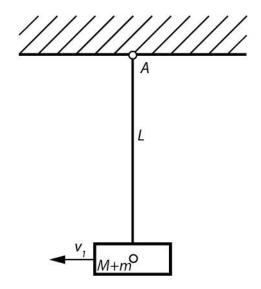
2. Пуля массой m попадает в деревянный брусок массой M, подвешенный на нити длиной L, и застревает в нем. Определите, на какой максимальный угол α отклонится маятник, если скорость пули равна ν .



Решение

По закону сохранения импульсов после попадания пули в брусок его скорость v_1 будет удовлетворять уравнению:

$$mv = (M+m)v_1$$
.



При этом общая кинетическая энергия бруска с пулей будет равна

$$(M+m)\frac{v_1^2}{2} = \frac{m^2v^2}{2(M+m)}.$$

После подъема вся кинетическая энергия переходит в потенциальную

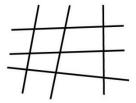
$$(M+m)gL(1-\cos \propto) = \frac{m^2v^2}{2(M+m)},$$

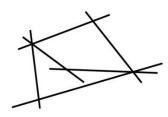
где \propto – угол отклонения нити от вертикального положения.

Значит

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{mv}{2(M+m)\sqrt{gL}}.$$

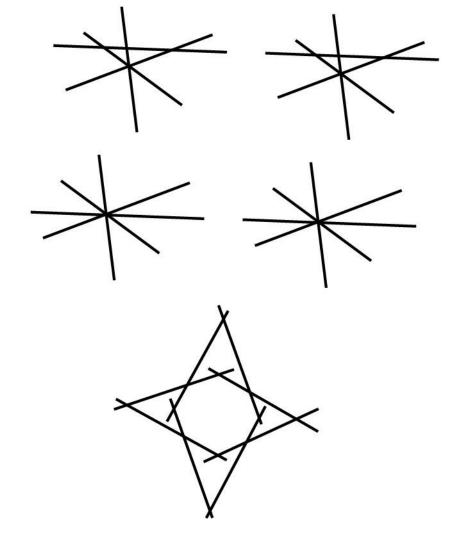
- 3. На рисунке показано, что 6 (шесть) отрезков можно расположить на плоскости так, что каждый из них пересекается ровно с тремя другими.
 - 3.1. Можно ли так расположить на плоскости 8 (восемь) отрезков?
 - 3.2. Можно ли так расположить на плоскости 7 (семь) отрезков?





Решение.

Восемь отрезков можно расположить требуемым образом несколькими способами, см. рисунок.

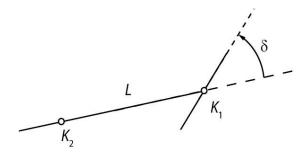


Семь отрезков расположить так, чтобы каждый из них пересекался ровно с тремя другими, нельзя. Предположим, что можно. Подсчитаем количество точек пересечения. Нужно общее количество отрезков умножить на количество отрезков, с которыми происходит пересечение, и разделить на два, так как каждая точка пересечения посчитана дважды.

$$N = \frac{7 \cdot 3}{2}.$$

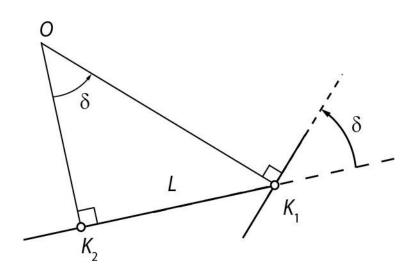
Но число точек пересечения должно быть целым, в то время как правая часть выражения не является целым числом. Мы получили противоречие. Это, в свою очередь, означает, что предположение неверно, и семь отрезков должным образом расположить нельзя.

4. Идущий по земле человек ведёт двухколёсный велосипед по кругу, держа его за руль. Рама велосипеда при этом вертикальна. Велосипед отличается от обычного тем, что рулевая колонка на переднем колесе вертикальна, так что прямая, проходящая через ось колонки, проходит через точку касания колеса с землёй. Точки K_1 и K_2 — точки контакта соответственно переднего и заднего колёс с поверхностью. Угол δ поворота руля относительно рамы постоянен. Найдите радиусы окружностей, которые описывают на земле точки контакта K_1 и K_2 , если $K_1K_2 = L$. Что будет, если $\delta = 90^\circ$?



Решение.

Точки K_1 и K_2 описывают окружности с центром в точке O, которая лежит на перпендикулярах, проведенных к проекциям колес через точки K_1 и K_2 , см. рисунок.



Тогда

$$OK_2 = L \cdot \operatorname{ctg} \delta, \qquad OK_1 = \frac{L}{\sin \delta}.$$

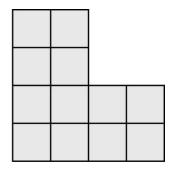
В частном случае, когда δ = 90°

$$OK_2 = 0$$
, $OK_1 = L$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

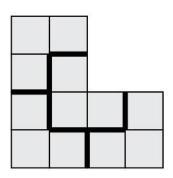
10—11 классы

1. Разделите фигуру из 12 клеток на четыре равные части так, чтобы линии разреза проходили по сторонам клеток.



Решение.

См. рисунок



2. Самолет летит в безветренную погоду со скоростью \mathbf{v} горизонтально на высоте \mathbf{h} . Летчик должен сбросить груз в точку, находящуюся впереди самолета. Под каким углом к горизонту он должен видеть цель в момент сбрасывания груза? Сопротивление воздуха не учитывайте.

Решение.

Выберем неподвижную относительно Земли систему координат с началом в точке сброса груза. Ось OX направим горизонтально по направлению движения самолета. Ось OY направим вертикально вниз. Тогда координаты x, y точки падения груза удовлетворяют уравнениям

$$x = vt$$
, $y = \frac{gt^2}{2}$.

В момент t_1 падения $s=x,y=h,tg \propto = \frac{h}{s}$,

$$s=v\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

$$tg \propto = \frac{h}{s} = \frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{gh}{2}}.$$

3. Шесть пятирублевых монет лежат на столе, образуя замкнутую цепочку, то есть первая монета касается второй, вторая — третьей и т. д., шестая — первой. Седьмая пятирублевая монета, также лежащая на столе, катится без скольжения по внешней стороне цепочки, касаясь по очереди каждой из шести монет цепочки. Сколько оборотов сделает монета, вернувшись в исходное положение?

Решение.

Пока подвижная монета прокатится по дуге α неподвижной монеты, она повернется на угол 2α . Сумма дуг, лежащих внутри шестиугольника, образованного точками касания монет цепочки, равна сумме его внутренних углов, то есть $180^{\circ}(n-2) = 720^{\circ}$. Сумма дуг, лежащих вне шестиугольника, равна 360° 6 - 720° = 1440° . Из нее нужно вычесть сумму дуг, лежащих в углублениях между двумя соседними монетами, куда подвижная монета не попадает. В каждом из шести углублений эта сумма равна 120° . Общая сумма дуг, по которым прокатится монета, равна 1440° - 120° 6 = 720° . Значит искомое число оборотов равно 720° 2/360° = 4.

- 4. Рассмотрим вертикально расположенное невесомое колесо радиуса r, к ободу которого жестко прикреплена при помощи невесомого стержня материальная точка (рис. 1). Расстояние от центра колеса до материальной точки b > r. Колесо может кататься без проскальзывания и сопротивления по горизонтальной поверхности. Наряду с таким маятником, рассмотрим математический маятник, точка подвеса которого неподвижна, а к концу на таком же расстоянии b от точки подвеса прикреплена материальная точка (рис. 2). Пусть оба маятника в начальный момент времени покоятся при $\phi = 0$, то есть висят вниз. Придадим обоим маятникам одну и ту же начальную угловую скорость ω_0 , такую, чтобы они колебались вокруг нижнего положения равновесия.
 - 4.1. Найдите и сравните диапазоны начальных скоростей ω_0 , при которых каждый из маятников будет колебаться вокруг нижнего положения равновесия, не переворачиваясь.
 - 4.2. Найдите и сравнит амплитуды колебаний маятников по углу ϕ .

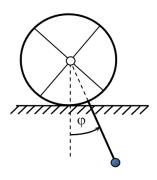


Рис. 1

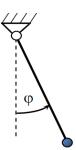


Рис. 2.

Решение.

Маятник на колесе:

Скорость материальной точки в начальный момент времени при $\phi=0$ и $\omega=\omega_0$:

$$v_0 = r\omega_0 - b\omega_0 = (r - b)\omega_0$$
 $v_0^2 = (b - r)^2 \omega_0^2$

Пусть в начальный момент времени $\phi = 0$ и угловая скорость $\omega = \omega_0$, тогда

$$E_{k0} = \frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}M(b-r)^2\omega^2$$
 $E_{II0} = -Mgb$

Полная энергия системы $E_{\scriptscriptstyle 0}$ в начальный момент времени:

$$E_0 = E_{k0} + E_{P0} = \frac{1}{2}M(b-r)\omega^2 - Mgb = C = const$$

Пусть в некоторый момент времени скорость $\omega = 0$, тогда

$$E_{\omega=0} = E_{P,\omega=0} = -Mgb\cos\varphi = C = const$$

Энергия сохраняется, поэтому:

$$-Mgb\cos\varphi = \frac{1}{2}M(b-r)\omega_0^2 - Mgb \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 1 - \frac{1}{2gb}(b-r)\omega_0^2$$

Это уравнение относительно угла ф имеет решение, если:

$$-1 < 1 - \frac{1}{2gb}(b - r)\omega_0^2 < 1 \implies -2 < \frac{1}{2gb}(b - r)\omega_0^2 < 0 \implies -4 < \frac{1}{gb}(b - r)\omega_0^2 < 0$$

$$0 < \omega_0^2 (b-r)^2 / gb < 4 \implies 0 < \omega_0^2 < \frac{4gb}{(b-r)^2} \implies |\omega_0| < 2\frac{\sqrt{gb}}{b-r}$$

$$A_k = \arccos \left[1 - \frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b - r)^2 \right]$$

Математический маятник с неподвижной точкой подвеса:

При r = 0 получаем математический маятник с неподвижной точкой подвеса

$$\left|\omega_{0}\right| < 2\sqrt{\frac{g}{b}} \qquad \sqrt{\frac{g}{b}} < \frac{\sqrt{gb}}{b-r} \quad \Rightarrow \quad \left|\omega_{0}\right| < 2\sqrt{\frac{g}{b}} \qquad A = \arccos\left(1 - \frac{b}{2g}\omega_{0}^{2}\right)$$

$$arccos \left[1 - \frac{1}{2gb} \omega_0^2 (b - r)^2 \right] < arccos \left(1 - \frac{b}{2g} \omega_0^2 \right)$$
 \Leftarrow

$$1 - rac{b}{2g}\omega_{\theta}^2 < 1 - rac{1}{2gb}\omega_{\theta}^2 \left(b - r
ight)^2 \quad \Leftarrow \quad -rac{b}{2g}\omega_{\theta}^2 < -rac{1}{2gb}\omega_{\theta}^2 \left(b - r
ight)^2 \quad \Leftarrow \quad rac{b}{2g}\omega_{\theta}^2 > rac{1}{2gb}\omega_{\theta}^2 \left(b - r
ight)^2 \quad \Leftarrow \quad b > rac{b}{2g}\omega_{\theta}^2 > \left(b - r
ight)^2$$

Итак, амплитуда $A_{_k}$ колебаний по углу маятника на колесе меньше амплитуды A колебаний математического маятника с неподвижной точкой подвеса: $A_{_k} < A$.

Олимпиада «Ломоносов» по робототехнике — 2016, критерии оценок заданий очного тура

10—11 классы

Задача № 1, разрезание

Указания по оцениванию		Баллы
Приведен верный способ разрезания.		4
В остальных случаях.	-	0

Задача № 2, груз с самолета

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное обоснование.	+	4
Дан верный ответ, решение отсутствует.	+-	2
В решении есть правильные идеи.	-+	1
Дан неверный ответ, решение не верно или отсутствует.	-	0

Задача № 3, монеты

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное решение.	+	4
Ход решения верен, при вычислении допущена ошибка.	+0	3
Ход решения верен, но допущена серьезная ошибка (например, не	+-	2
учтена сила тяжести)		
Дан неверный ответ, решение не верно или отсутствует.	-	0

Задача № 4, маятники

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ по пп. 1, 2, приведено верное объяснение.	+	4
Дан верный ответ по п. 1 или п. 2, 3, приведено верное объяснение.	+-	2
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует или неверно.	-	0

Доклад или проект «труболаз»

Указания по оцениванию	Баллы
Каждый из шести судей выставляет оценку от 0 до 10, учитывая	0-50
работоспособность робототехнического изделия, соответствие	
заявленному функционалу, уровень проекта.	
Далее оценки шести судей складываются и вычитается 10.	
Отсутствие проекта и доклада.	0

Проект «Робот в лабиринте»

Указания по оцениванию	Баллы
1 место по решению судей.	50
2 место по решению судей.	48
3 место по решению судей.	46
4 место по решению судей.	44

ИТОГОВЫЕ БАЛЛЫ = 2 + 3 x БАЛЛЫ ЗА РАБОТУ + БАЛЛЫ ЗА ДОКЛАД ИЛИ ПРОЕКТ

Олимпиада «Ломоносов» по робототехнике — 2016, критерии оценок заданий очного тура

7—9 классы

Задача № 1, разрезание

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Приведены пять различных способов разрезания.	+	4
Приведены четыре различных способа разрезания.	+0	3
Приведены два или три различных способа разрезания.	+-	2
Приведен только один способ разрезания.	-+	1
Не приведен ни один способ разрезания, или приведены неверные способы.	-	0

Задача № 2, баллистический маятник

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное объяснение.	+	4
Дан верный ответ, обоснование отсутствует.	+-	2
Дан неверный ответ, выписан закон сохранения импульса, решение содержит	-+	1
ошибки.		
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует.	-	0

Задача № 3, отрезки

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Приведены верный пример по п. 1 и верное доказательство по п. 2.	+	4
Приведены верный пример по п. 1 и верный ответ по п. 2, док-во по п. 2 неполно.	+0	3
Приведены верный пример по п. 1 и верный ответ по п. 2, обоснование по п. 2	+-	2
неверно.		
Приведены верный пример по п. 1 и неверный пример по п. 2.	-+	1
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует или неверно.	-	0

Задача № 4, велосипед

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное обоснование.	+	4
Верно разобран частный случай и приведено верное обоснование по общему	+0	3
случаю, но ответ содержит незначительные ошибки.		
Верно разобран частный случай и приведен верный ответ по общему случаю, но	+-	2
доказательство отсутствует.		
Верно разобран частный случай, по общему случаю ответ отсутствует, но верно	-+	1
выбрано направление решения.		
Дан неверный ответ по всем трем пунктам, обоснование отсутствует или неверно.	-	0

Доклад или проект «труболаз»

Указания по оцениванию	Баллы
Каждый из шести судей выставляет оценку от 0 до 10, учитывая работоспособность	0-50
робототехнического изделия, соответствие заявленному функционалу, уровень проекта.	
Далее оценки шести судей складываются и вычитается 10.	
Отсутствие проекта и доклада.	0

Проект «Робот в лабиринте»

Указания по оцениванию	Баллы
1 место по решению судей.	50
2 место по решению судей.	48
3 место по решению судей.	46
4 место по решению судей.	44

Олимпиада «Ломоносов» по робототехнике – 2016, критерии оценок заданий очного тура

5—6 классы

Задача № 1, разрезание

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Приведены три различных способа разрезания.	+	4
Приведены два различных способа разрезания.	+0	3
Приведен один способ разрезания.	+-	2
Не приведен ни один способ разрезания или приведены неверные	-	0
способы.		

Задача № 2, карандаши

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное объяснение.	+	4
Дан верный ответ, обоснование не полное.	+0	3
Дан верный ответ, обоснование отсутствует.	+-	2
Дан неверный ответ, выписано правило рычагов, но неверно	-+	1
истолковано.		
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует.	-	0

Задача № 3, кусок мыла

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное объяснение.	+	4
Дан верный ответ, приведенное объяснение не полно.	+0	3
Дан верный ответ, обоснование отсутствует.	+-	2
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует или неверно.	-	0

Задача № 4, космический корабль

Указания по оцениванию	Оценка	Баллы
Дан верный ответ, приведено верное обоснование.	+	4
Дан верный ответ, обоснование не полное.	+.	3
Дан верный ответ, обоснование неверно.	+-	2
Дан неверный ответ, приведены рассуждения.	-+	1
Дан неверный ответ, обоснование отсутствует.	-	0

Доклад или проект «труболаз»

Указания по оцениванию	Баллы
Каждый из шести судей выставляет оценку от 0 до 10, учитывая	0-50
работоспособность робототехнического изделия, соответствие	
заявленному функционалу, уровень проекта.	
Далее оценки шести судей складываются и вычитается 10.	
Отсутствие проекта и доклада.	0

Проект «Робот в лабиринте»

Указания по оцениванию	Баллы
1 место по решению судей.	50
2 место по решению судей.	48
3 место по решению судей.	46
4 место по решению судей.	44