

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2016

10—11 классы (2 тур)

1. Из ведра, содержащего 5 литров воды, отливают 1 литр, а затем вливают 1 литр сока. Перемешав все это, из ведра отливают 1 литр смеси, затем в ведро опять вливают 1 литр сока. Опять перемешивают, отливают 1 литр смеси и вливают 1 литр сока. Сколько в ведре после этого останется воды?

Решение.

1. $5 - 1 = 4$
 2. $4 \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$
 3. $\frac{16}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{25}$
2. Можно ли ходом коня обойти шахматную доску, из которой вырезаны две противоположенные угловые клетки, побывав при этом на каждом из полей ровно один раз? Ответ объясните.

Решение.

Предположим, что можно обойти конём шахматную доску с вырезанными противоположенными угловыми клетками, побывав при этом на каждом из полей один раз. При каждом ходе коня изменяется цвет клетки под ним. Так как клеток на шахматной доске с вырезанными углами чётное число, цвет клетки, на которой заканчивается обход, противоположен цвету клетки, на которой конь стоит в начале. Поэтому количество белых полей равно количеству черных полей. Но у шахматной доски с вырезанными противоположенными угловыми клетками количество белых и черных полей отличается на два. Значит исходное предположение не верно, и обойти такую доску согласно условиям задачи нельзя.

3. В каждой клетке доски 7×7 сидит жук. По команде каждый жук переползает на одну из соседних клеток, то есть имеющих с клеткой, где он сидел, общую сторону (все жуки переползают одновременно). Докажите, что хотя бы одна из клеток окажется свободной.

Решение.

Нанесем на доску шахматную раскраску. Соседние клетки имеют разные цвета. Предположим, что после того, как жуки переползают на соседние клетки, все клетки оказываются занятыми. Так как на доске нечетное количество клеток, полей одного цвета будет 24, а другого – на единицу больше – 25, и пусть это будут клетки черного цвета. На черные клетки переползли жуки с белых клеток, и тогда этих клеток должно быть 25. Но белых клеток 24, что означает, что исходное предположение не верно, и хотя бы одна клетка окажется свободной.

4. Турбореактивный самолёт за время $t_0 = 1,5$ часа полёта преодолел расстояние $S = 700$ км. Определите скорость ветра V_B , если его направление составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с направлением

движения самолёта относительно Земли. Скорость самолёта относительно неподвижного воздуха $V_c = 200$ м/с.

Решение.

По закону сложения скоростей $\vec{V}_{C \text{ абс}} = \vec{V}_{C \text{ отн}} + \vec{V}_B$, откуда

$$V_B = \sqrt{V_{C \text{ отн}}^2 - V_{C \text{ абс}}^2},$$

$$V_{C \text{ абс}} = \frac{S^2}{t_0^2}.$$

$$V_{C \text{ абс}} \cong 129,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}, V_B = 152,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$