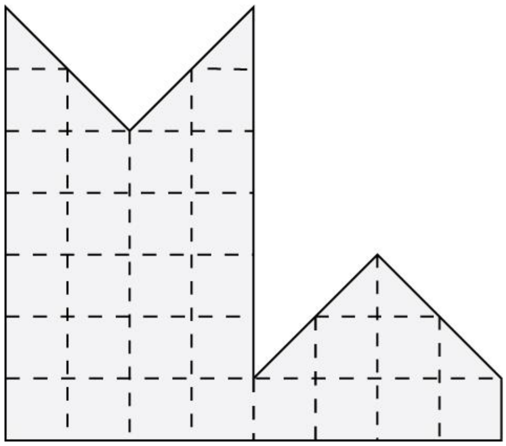
Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

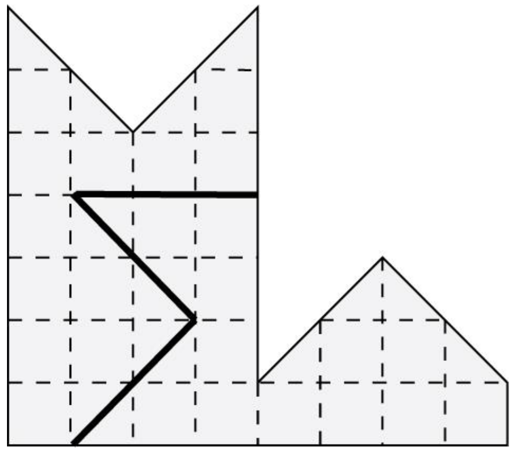
10—11 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка:

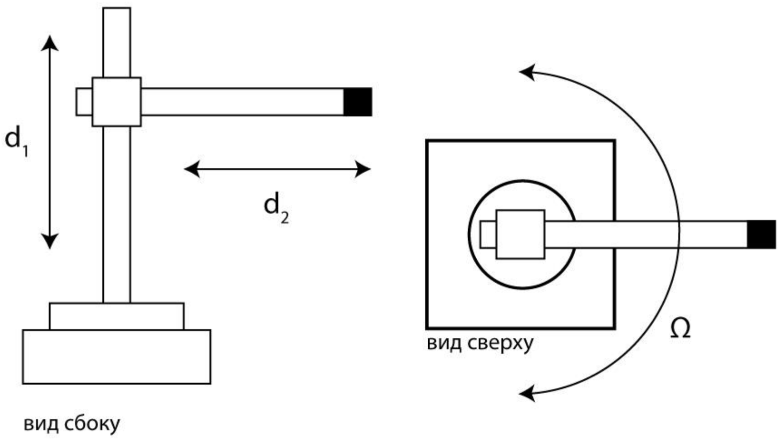


Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения двух одинаковых фигур.

Решение.



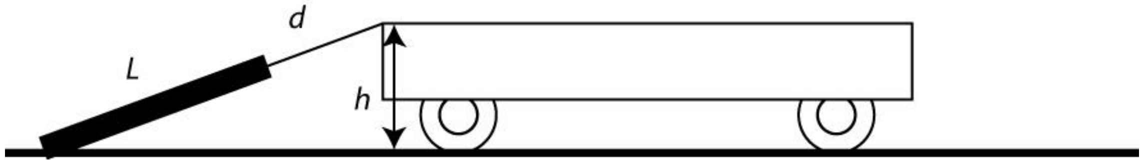
Задача 2. Цилиндрический манипулятор состоит из поступательного сочленения, обеспечивающего вертикальное перемещение руки на расстояние d_1, вращательного сочленения с вертикальной осью, обеспечивающего вращение на угол Ω ($0 \leq \Omega \leq 180°$), и еще одного поступательного сочленения, перпендикулярного оси вращения и обеспечивающего перемещение рабочего инструмента на расстояние d_2. Рабочий инструмент обозначен на рисунке чёрным квадратом. Нарисуйте область достижимости рабочего инструмента – рабочее пространство манипулятора.



Решение.

Областью достижимости является половина полого цилиндра высотой d_1. Разница между радиусом цилиндра и радиусом полости равна d_2.

Задача 3. С каким ускорением должен двигаться мобильный робот, чтобы стержень длины *L* и веревка длины *d*, которой он привязан к роботу, составляли прямую линию? Веревка привязана к роботу на высоте *h* от поверхности пола.



Решение.

Стержень будет составлять одну линию с веревкой только в том случае, если он не касается пола. Тогда уравнение движения стержня имеет вид

$$ma = T\ \cos \propto,$$

где *m* – масса стержня, *a* – ускорение робота и стержня, *T* – сила натяжения веревки, α – угол между веревкой и полом. По вертикали перемещения стержня не происходит, поэтому

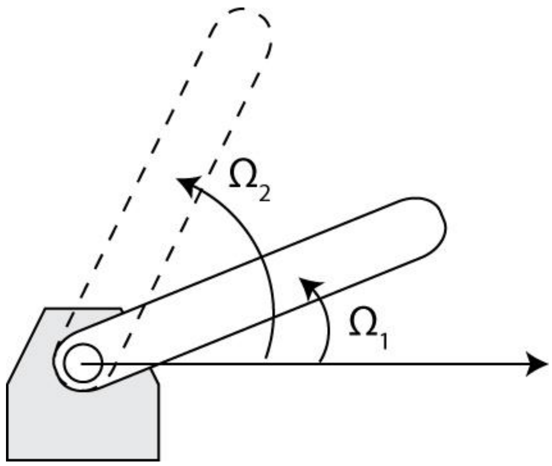
$$mg = T\ \sin \propto.$$

Отсюда

$$a = g \operatorname{ctg} \propto \geq \frac{g}{h}\sqrt{(d+L)^2 - h^2}.$$

Задача 4. Робот-манипулятор, состоящий из единственного звена и шарнира, находится в состоянии покоя при $\Omega_1 = 15°$. Требуется плавно повернуть его в положение $\Omega_2 = 75°$ за 3 секунды. Опишите заданное движение манипулятора в виде кубического многочлена $\Omega(t)$. При этом в конечной точке манипулятор должен остановиться.

Какое максимальное значение принимает угловая скорость вращения манипулятора?



Решение.

Пусть угол меняется по закону

$\Omega(t) = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0.$

Тогда угловая скорость
$\Omega'(t) = 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1.$

В начальный момент времени
$\Omega(0) = a_0 = 15$ [°] и $\Omega'(0) = a_1 = 0$ [°/сек].

В концевой точке
$\Omega(3) = a_3 \cdot 3^3 + a_2 \cdot 3^2 + a_1 \cdot 3 + a_0 = 75$ [°]

и $\Omega'(3) = 3a_3 \cdot 3^2 + 2a_2 \cdot 3 + a_1 = 0$ [°/сек].
Откуда получаем

$a_0 = 15, a_1 = 0, a_2 = 20, a_3 = -\frac{40}{9}.$

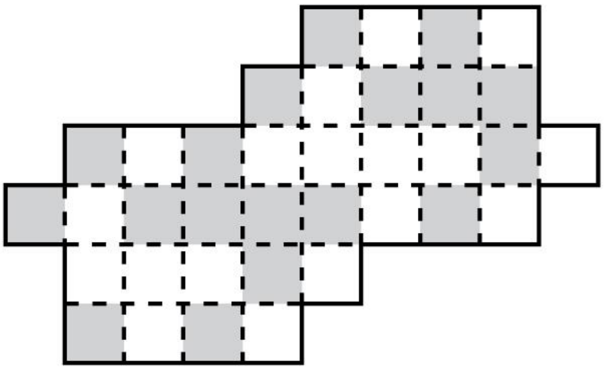
Максимальная угловая скорость вращения манипулятора достигается при
$\Omega''(t) = 6a_3t + 2a_2 = 0$. Точка максимума
$t_{max} = -\frac{2a_2}{6a_3} = \frac{3}{2}$. $\Omega'(t_{max}) = 30$ [°/сек].

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

2 тур

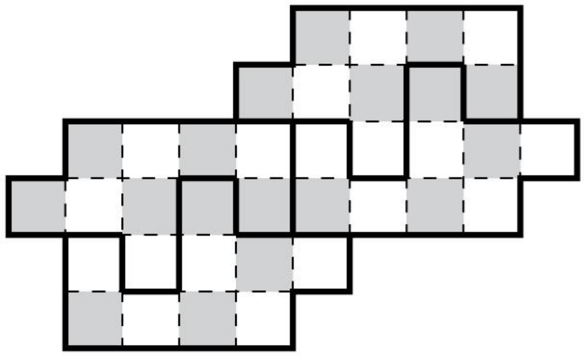
10—11 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка:

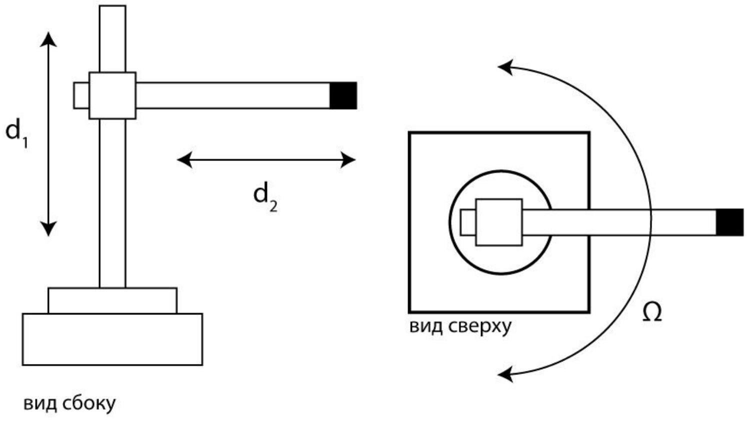


Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения четырех одинаковых фигур, из которых можно сложить квадрат 6 х 6 с шахматной раскраской.

Решение.



Задача 2. Цилиндрический манипулятор состоит из поступательного сочленения, обеспечивающего вертикальное перемещение руки на расстояние d_1, вращательного сочленения с вертикальной осью, обеспечивающего вращение на угол Ω ($0 \le \Omega \ \le 180°$), и еще одного поступательного сочленения, перпендикулярного оси вращения и обеспечивающего перемещение рабочего инструмента на расстояние от d до $d+d_2$, если считать от оси вращения. Рабочий инструмент обозначен на рисунке чёрным квадратом. Какое расстояние пройдет рабочий инструмент, который находится на максимальном удалении от оси вращения, при перемещении по кратчайшему пути из крайнего нижнего положения при $\Omega = 0°$ в крайнее верхнее положение при $\Omega = 180°$?

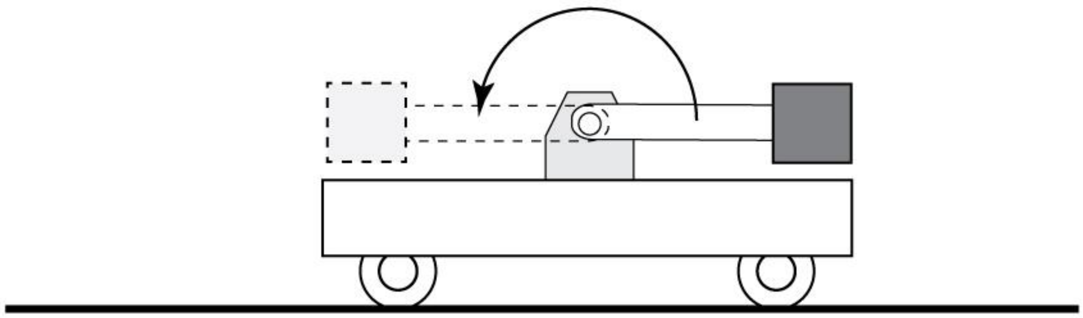


Решение.

Если развернуть цилиндрическую поверхность, по которой движется рабочий инструмент, получится прямоугольник со сторонами $\pi(d+d_2)$ и d_1. При этом начальное и конечное положения соответствуют концам диагонали прямоугольника. Следовательно, рабочий инструмент пройдет расстояние

$$\sqrt{\boldsymbol{\pi^2(d+d_2)^2+d_1^2}}.$$

Задача 3. На мобильной платформе массы 1000 кг установлен манипулятор, состоящий из единственного звена и шарнира. Масса звена манипулятора равна 200 кг, масса шарнира входит в состав массы мобильной платформы. Расстояние от оси вращения звена до точки крепления груза равно 2 метра. Оси платформы снабжены отличными подшипниками, и, если колеса платформы не закрепить, она будет перемещаться при манипуляциях с грузом. При перемещении груза массой 300 кг звено манипулятора совершает поворот на $180°$ как показано на рисунке. На сколько сдвинется платформа, если ее колеса не закреплены? Трением между колесами и полом можно пренебречь.



Решение.

Пусть ***M*** – масса платформы, $\boldsymbol{m_1}$ – масса звена манипулятора, $\boldsymbol{m_2}$ – масса груза, ***L*** – длина звена манипулятора, ***v*** – горизонтальная проекция линейной скорости груза относительно платформы, ***u*** – скорость платформы относительно поверхности. Тогда горизонтальная проекция линейной скорости груза относительно поверхности равна ***v+u,*** а соответствующая проекция скорости центра масс звена манипулятора – ***v/2+u***. По закону сохранения импульса

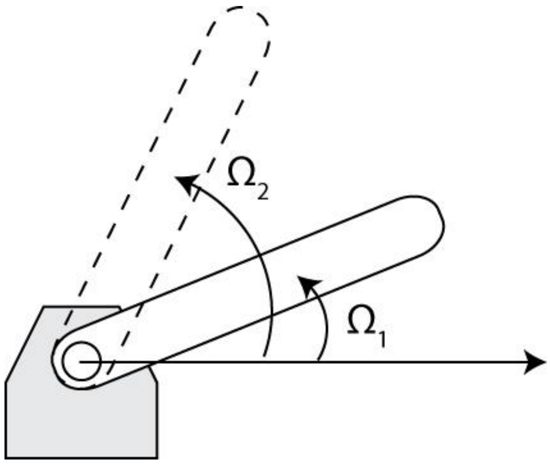
$$m_2(v+u)+m_1\left(\frac{1}{2}v+u\right)+Mu=0, \text{ значит } \frac{u}{v}=-\frac{m_1+2m_2}{2(M+m_1+m_2)}.$$

Пусть ***s*** – расстояние, на которое передвинется платформа после перемещения груза. Груз относительно платформы передвинется на расстояние ***2L***. Так как отношение скоростей во время движения постоянно, отношение перемещений будет равно отношению скоростей:

$$\frac{s}{2L}=-\frac{m_1+2m_2}{2(M+m_1+m_2)}, \text{ значит } s=-\frac{L(m_1+2m_2)}{(M+m_1+m_2)}=-1\frac{1}{15}\cong-1{,}0667\ [\text{м}].$$

Знак минус означает, что платформа переместиться в направлении, противоположном перемещению груза.

Задача 4. Робот-манипулятор, состоящий из единственного звена и шарнира, находится в состоянии покоя при $\Omega_1=15°$. Требуется плавно повернуть его в положение $\Omega_2=75°$ за 3 секунды. Звено манипулятора через 1 секунду после начала движения должно не останавливаясь пройти промежуточное положении $\Omega_3 = 30°$. Опишите заданное движение манипулятора в виде двух кубических многочленов $\Omega(t)$, соединяющихся в промежуточной точке. При этом в конечной точке манипулятор должен остановиться.



Решение.

Пусть на отрезке $t \in [0, 1]$ угол меняется по закону

$$\Omega_I(t) = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0.$$

А на отрезке $t \in [1, 3]$

$$\Omega_{II}(t) = b_3(t-1)^3 + b_2(t-1)^2 + b_1(t-1) + b_0.$$

Тогда угловая скорость

$$\Omega_I{}'(t) = 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1, \quad \Omega_{II}{}'(t) = 3b_3(t-1)^2 + 2b_2(t-1) + b_1.$$

А угловое ускорение

$$\Omega_I{}''(t) = 6a_3t + 2a_2, \quad \Omega_{II}{}''(t) = 6b_3(t-1) + 2b_2.$$

При $t = 0$

$$\Omega_I(0) = 15, \qquad \Omega_I{}'(0) = 0.$$

При $t = 1$

$$\Omega_I(1) = \Omega_{II}(1) = 30, \quad \Omega_I{}'(1) = \Omega_I{}'(1), \qquad \Omega_{II}{}'(1) = \Omega_{II}{}'(1)$$

При $t = 3$

$$\Omega_{II}(3) = 75, \qquad \Omega_{II}{}'(3) = 0.$$

Из этих условий получаем

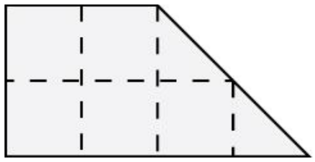
$$a_0 = 15, a_1 = 0, a_2 = \frac{75}{4}, a_3 = -\frac{15}{4},$$

$$b_0 = 30, b_1 = \frac{105}{4}, b_2 = 0, b_3 = -\frac{105}{48}.$$

Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

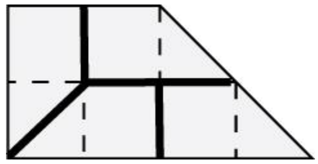
5—7 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка трапециевидной формы:

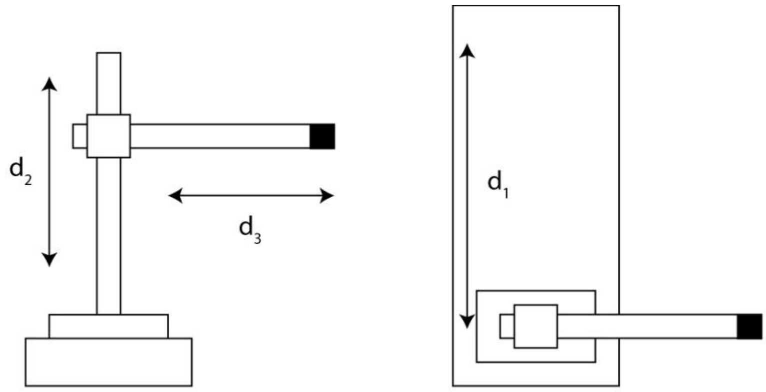


Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения четырёх одинаковых фигур.

Решение.



Задача 2. Декартов манипулятор имеет три поступательных сочленения. Оси сочленений взаимно перпендикулярны. Вдоль первого горизонтального сочленения манипулятор может передвигаться на расстояние d_1. Вдоль второго сочленения – вертикального – манипулятор может перемещаться на расстояние d_2. Вдоль третьего сочленения – горизонтального – рабочий инструмент манипулятора может перемещаться на расстояние d_3. Рабочий инструмент манипулятора обозначен на рисунке чёрным квадратом. Нарисуйте область достижимости рабочего инструмента – рабочее пространство манипулятора.



вид сбоку

вид сверху

Решение (указание).

Областью достижимости является прямоугольный параллелепипед с размерами $d_1 \times d_2 \times d_3$.

Задача 3. Гильотинный робот цельный лист железа разрубает на три части. Затем одну из получившихся частей он разрубает еще на три части. Потом снова одну из частей робот разрубает на три части и так далее. Может ли в итоге робот нарубить 1000 частей?

Решение.

Нет, не может. За одну операцию – разрубание одного куска на три части – количество частей увеличивается на два. Так как изначально кусок один, после каждой операции количество частей будет оставаться нечетным.

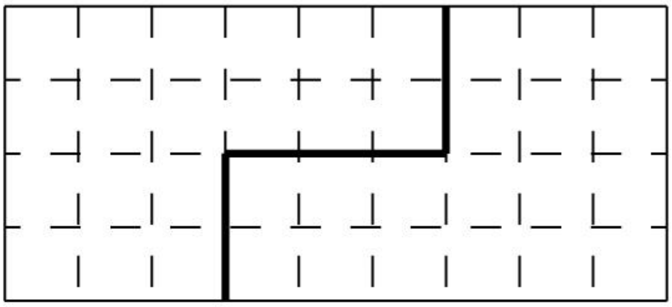
Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

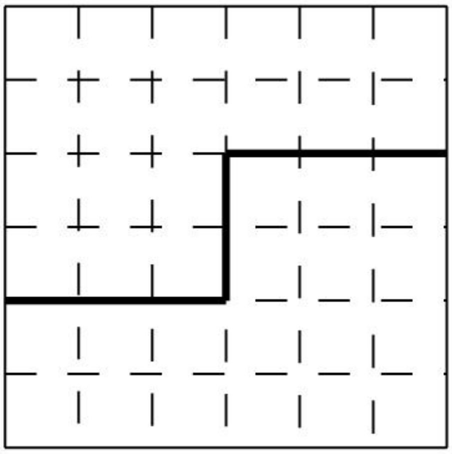
2 тур

5—7 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка в форме прямоугольника 4 x 9. Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения двух частей, из которых можно сложить квадрат 6 x 6.

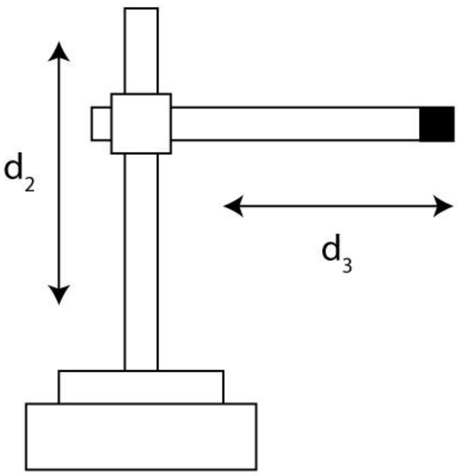
Решение.



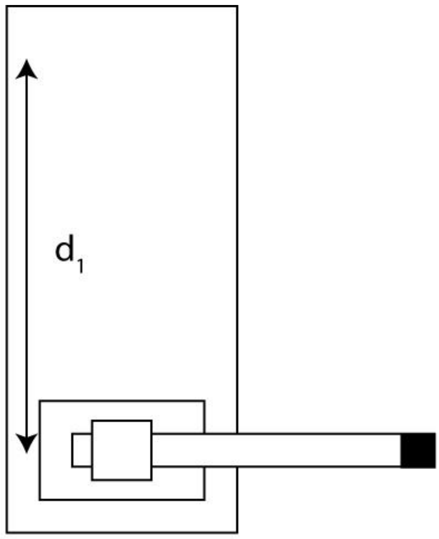


Задача 2. Декартов манипулятор имеет три поступательных сочленения. Оси сочленений взаимно перпендикулярны. Вдоль первого горизонтального сочленения манипулятор может передвигаться на расстояние d_1. Вдоль второго сочленения – вертикального – манипулятор может перемещаться на расстояние d_2. Вдоль третьего сочленения – горизонтального – рабочий инструмент манипулятора может перемещаться на расстояние d_3. Рабочий инструмент манипулятора обозначен на рисунке чёрным квадратом.

1) Сколько существует траекторий перевода рабочего инструмента из положения (0; 0; 0) в положение (d_1; d_2; d_3)?
2) Изобразите кратчайшую траекторию перевода рабочего инструмента из положения (0; 0; 0) в положение (d_1; d_2; d_3)?



вид сбоку



вид сверху

Решение.

1) Бесконечное число.
2) Кратчайшая траектория – диагональ прямоугольного параллелепипеда со сторонами d_1; d_2; d_3.

Задача 3. Робот-повар умеет жарить котлеты на сковороде, на которую одновременно помещаются две котлеты. На поджаривание одной котлеты с одной стороны уходит одна минута. За какое наименьшее время робот сможет поджарить три котлеты с обеих сторон?

Решение.

За три минуты. 1 минута – две котлеты жарятся с одной стороны, 2 минута – первая котлета со второй стороны и третья с первой, 3 минута – вторая и третья котлеты жарятся со второй стороны.

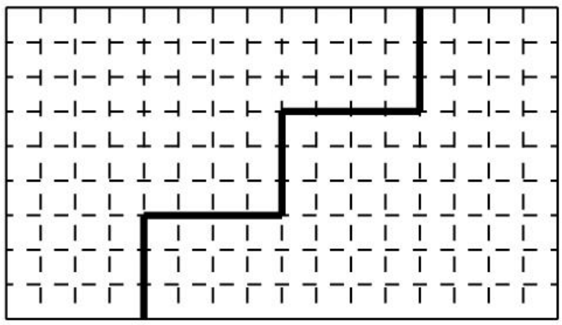
Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

2 тур

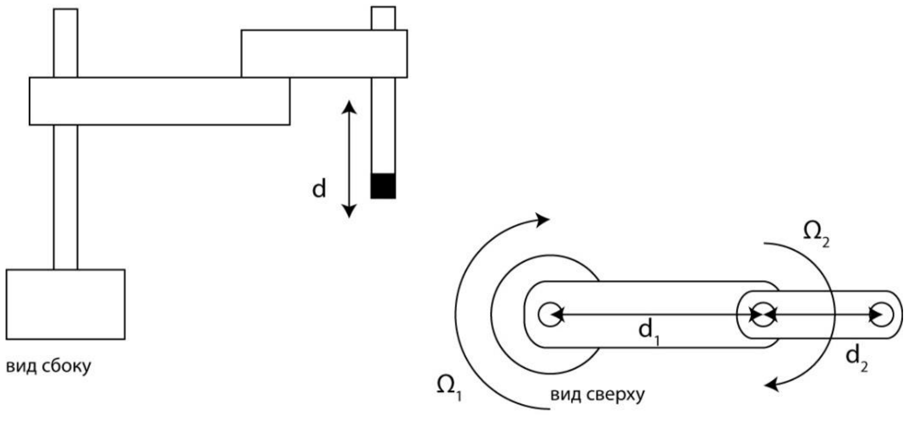
8—9 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка в форме прямоугольника 9 х 16. Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения двух частей, из которых складывается квадрат 12 х 12.

Решение.

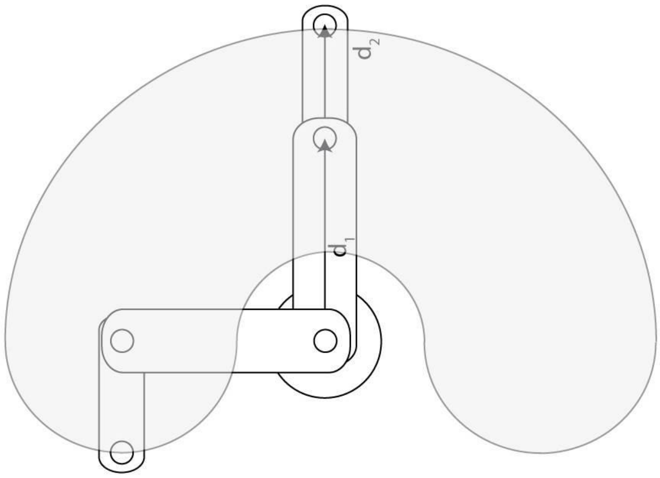


Задача 2. Манипулятор типа SCARA имеет два параллельных вращательных сочленения, обеспечивающих вращение звеньев манипулятора на углы Ω_1 и Ω_2 ($0 \leq \Omega_1 < 180°, 0 \leq \Omega_2 < 360°$) и одно поступательное, обеспечивающее перемещение рабочего инструмента в направлении, параллельном осям вращательных сочленений, на расстояние d. Расстояние между осями вращений равно d_1, а расстояние между второй осью вращения и направлением перемещения инструмента – d_2. Рабочий инструмент манипулятора обозначен на рисунке чёрным квадратом. Нарисуйте область достижимости рабочего инструмента – рабочее пространство манипулятора.



Решение.

Область достижимости – «полукольцо» толщиной d:



Задача 3. На пароме через реку нужно переправить тяжелый груз. Для его погрузки на паром или разгрузки с парома требуется три одинаковых робота-погрузчика. На пароме одновременно можно разместить либо груз и двух роботов-погрузчиков, либо трех роботов-погрузчиков. Можно ли доставить груз на пароме с одного берега на другой?

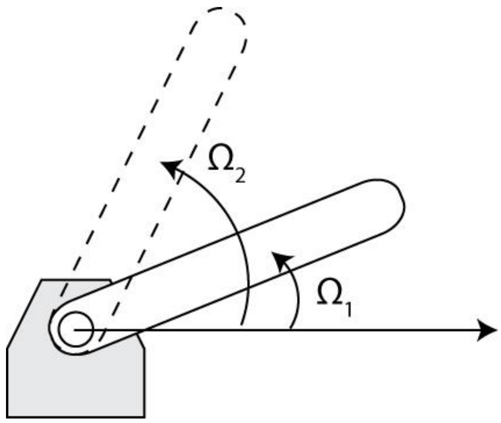
Решение.

Можно. На паром грузим груз и двух погрузчиков, переплывем реку, выгружаем одного робота, возвращаемся за третьим роботом и грузим его. Переплываем реку и выгружаем груз.

Задача 4. В сборочном цехе стоит шесть одинаковых роботов-манипуляторов. Каждый робот состоит из единственного звена и шарнира. Перед началом работы звенья манипуляторов должны находиться в положении $\Omega_1 = 0°$. Но оказалось, что после отключения электричества в предыдущий рабочий день манипуляторы остановились в положениях, соответственно, $7°, 3°, 4°, 6°, 9°, 8°$. Если манипуляторы установить в одинаковое положение, то их можно привести в рабочее состояние. За одну операцию манипуляторы двух любых роботов можно повернуть на угол 1°. Можно ли через несколько операций привести все манипуляторы в одинаковое положение?

Решение.

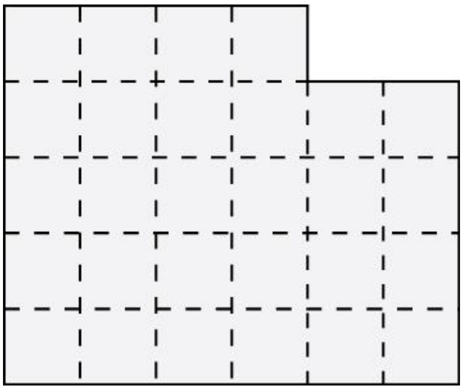
Нельзя. Заметим, что сумма градусных мер положений, в которых остановились манипуляторы, нечетна и за одну операцию она изменяется на 2, то есть четности не меняет. Если же манипуляторы приведены в одинаковое положение, то сумма градусных мер будет четной.



Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

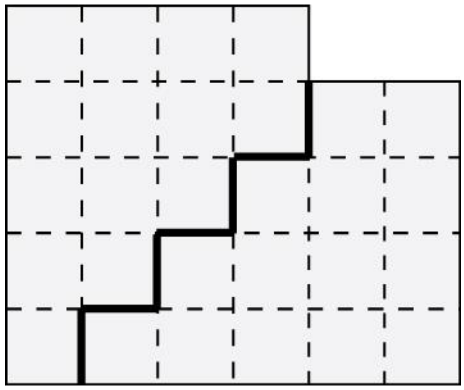
8—9 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка:

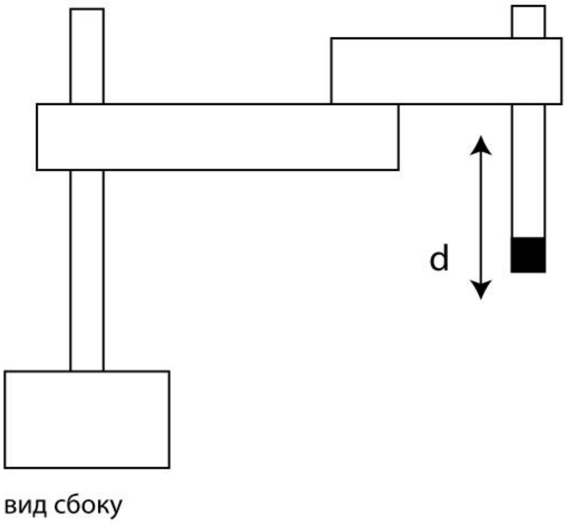


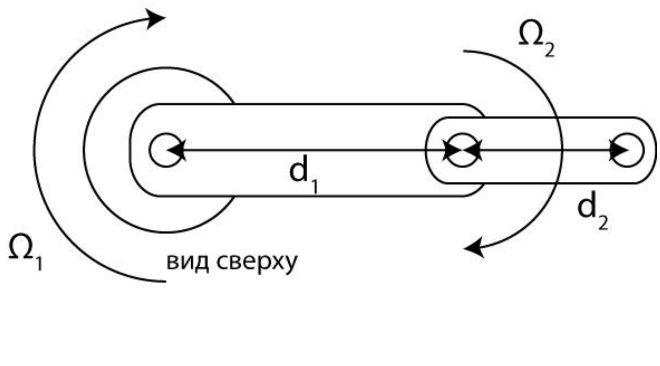
Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения двух одинаковых фигур.

Решение.



Задача 2. Манипулятор типа SCARA имеет два параллельных вращательных сочленения, обеспечивающих вращение звеньев манипулятора на углы Ω_1 и Ω_2 ($0 \leq \Omega_1 < 360°, 0 \leq \Omega_2 < 360°$) и одно поступательное, обеспечивающее перемещение рабочего инструмента в направлении, параллельном осям вращательных сочленений, на расстояние d. Расстояние между осями вращений равно d_1, а расстояние между второй осью вращения и направлением перемещения инструмента – d_2. Рабочий инструмент манипулятора обозначен на рисунке чёрным квадратом. Нарисуйте область достижимости рабочего инструмента – рабочее пространство манипулятора.





Решение.

Областью достижимости является кольцо толщиной d с внешним радиусом $d_1 + d_2$ и внутренним радиусом $d_1 - d_2$.

Задача 3. На планете Железяка решили нанести новою маркировку на роботов. Выяснилось, что на корпус робота можно нанести только 5 цифр, а трафареты есть только для цифр 1, 2, 3, 6 и 7. Какое максимальное число роботов можно маркировать таким способом?

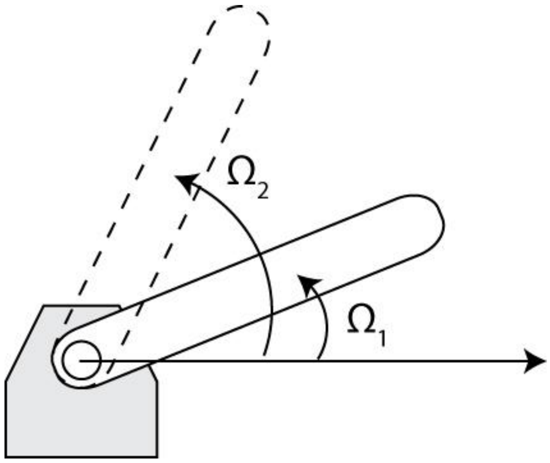
Решение.

Заметим, что один робот может не иметь номера совсем. Перевернув трафарет для цифры «6», получим трафарет для цифры «9». То есть для нумерации можно использовать шесть различных цифр.
В табличке указано сколько различных номеров можно составить из определенного количества цифр:

Количество цифр в номере	1	2	3	4	5
Количество номеров	6	$6^2 = 36$	$6^3 = 216$	$6^4 = 1296$	$6^5 = 7776$

Всего 1 + 6 + 36 + 216 + 1296 + 7776 = 9331 различных номеров.

Задача 4. В комнате стоит четыре одинаковых робота-манипулятора. Каждый робот состоит из единственного звена и шарнира. В начальный момент времени у трёх роботов угол $\Omega_1 = 0°$, а у четвертого – угол $\Omega_1 = 90°$. За одну операцию можно манипуляторы двух роботов повернуть на угол $90°$. Можно ли через несколько операций привести все манипуляторы в одинаковое положение?

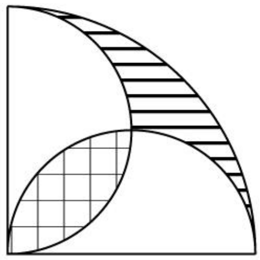


Решение.

Нет, нельзя. Рассмотрим такое число $N = \frac{\Omega_1+\Omega_2+\Omega_3+\Omega_4}{90°}$. Если все четыре манипулятора занимают одинаковое положение, то число *N* является чётным. В начальный момент *N=1*. За одну операцию *N* увеличивается на 2 и остается нечётным.

ЗАДАНИЯ ОЧНОГО ТУРА ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО РОБОТОТЕХНИКЕ 2017/18 С РЕШЕНИЯМИ

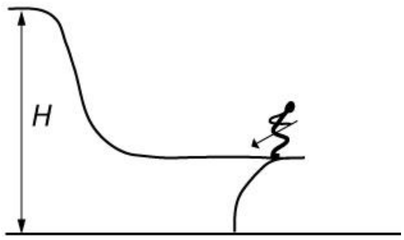
10—11 классы



1. На радиусах четверти круга, как на диаметрах, построены полукруги (смотри рисунок). Что имеет большую площадь: общая (в клетку) часть этих полукругов или часть четверти круга, не покрытая ими (в линейку)?

Решение. Эти части равны по площади.

2. FEDOR (Final Experimental Demonstration Object Research) — антропоморфный робот-спасатель. Мощность робота составляет 20 лошадиных сил (13,5 кВт). Рост — 180 см, вес — до 160 кг. Его научили кататься на лыжах и спускаться по трамплину. FEDOR съезжает с горы высотой H, оканчивающейся горизонтальным трамплином. При какой высоте трамплина FEDOR пролетит наибольшее расстояние по горизонтали и каково это расстояние? Трением лыж о поверхность горы и сопротивлением воздуха можно пренебречь.



Решение. По закону сохранения энергии

$$mgH = mgh + \frac{mv_0^2}{2}.$$

Где v_0 — скорость робота на трамплине. Расстояние полета по горизонтали будет равно

$$S = 2\sqrt{hH - h^2}.$$

И условия максимума для расстояния как функции от высоты трамплина получим, что h=H/2.

3. Марс — четвёртая по удалённости от Солнца и седьмая по размерам планета Солнечной системы. Масса Марса составляет 0,107 массы Земли, объём — 0,151 объёма Земли, а средний линейный диаметр — 0,53 диаметра Земли. Названа в честь Марса — древнеримского бога войны, соответствующего древнегреческому Аресу. Иногда Марс называют «красной планетой» из-за красноватого оттенка поверхности, придаваемого ей минералом маггемитом — γ-оксидом железа(III). Минимальное расстояние от Марса до Земли составляет 55,76 млн. км (когда Земля находится точно между Солнцем и Марсом), максимальное — 401 млн. км (когда Солнце находится точно между Землёй и Марсом).

Марсоход Curiosity, обнаружив интересный образец марсианской породы, посылает на Землю запрос и ждёт команды от оператора, который находится на Земле, брать образец для анализа или нет. Сколько минут должен ждать Curiosity рядом с образцом грунта?

Решение. Радиосигнал распространяется в космосе со скорость света $3*10^5$ км/с. Размерами планет можно пренебречь по сравнению с расстояниями между ними. При максимальном удалении сигнал в одну сторону будет идти $401*10^6/3*10^5$ с ≈ 1340 с ≈ 22,3 мин. Значит ждать нужно 44,6 мин. При минимальном удалении сигнал в одну сторону буде идти $55{,}76*10^6/3*10^5$ с ≈ 185,9 с ≈ 3,1 мин. Значит ждать нужно 6,2 мин.

4. Вертикальные колебания груза массы m на пружине жесткости k в вязкой среде с учетом силы тяжести описываются уравнением

$$x(t) = ae^{-pt} + (2a-2)e^{-qt} + \frac{mg}{k},$$

где $x(t)$ – отклонение пружины от состояния равновесия, a – параметр, зависящий от начальных условий, а p, q – положительные параметры, зависящие от массы груза, жесткости пружины и вязкости среды. В состоянии равновесия величина $x(t) = \frac{mg}{k}$ постоянна. Груз вывели из состояния равновесия. Для величин $p = 2, q = 1$, $\frac{mg}{k} = 1$ найдите значения параметра a, при котором в процессе движения пружина дважды окажется в нерастянутом состоянии.

Решение.

Решение: заменой $e^{-t} = y$ задача сводится к следующей: найти значения параметра a,

при каждом из которых уравнение $ay^2 + 2(a-1)y + 1 = 0$ имеет два положительных корня.

Условия этого $y_1 y_2 = 1/a > 0,\ y_1 + y_2 = (1-a)/a > 0,\ D = 4a^2 - 12a + 4 > 0.$ Получаем систему

$a > 0,\ a < 1,\ a \in (-\infty; \frac{3-\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty)$, откуда $a \in (0; \frac{3-\sqrt{5}}{2})$.

5. Тонкое высокое дерево спилено под корень и падает. Куда прогибается ствол дерева во время падения: выпуклостью вниз или вверх? Можно считать, что ствол дерева сразу перепилен полностью и сопротивление воздуха отсутствует.

Решение. Ствол будет прогибаться вниз. Можно рассмотреть модель в виде перевернутых маятников с разной длиной. Чем больше длина, тем больше период и на меньший угол повернется маятник за одно и то же время.

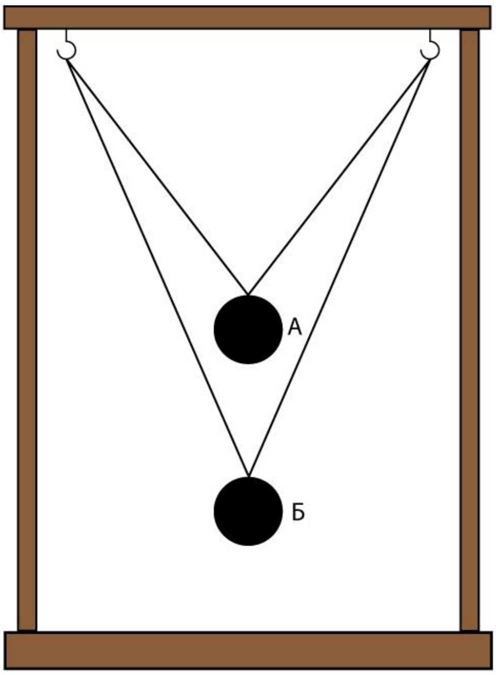
ЗАДАНИЯ ОЧНОГО ТУРА ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО РОБОТОТЕХНИКЕ 2017/18 С РЕШЕНИЯМИ

8—9 классы

1. Склад крупного интернет-магазина имеет форму прямоугольника. На складе расположены стеллажи с продукцией, которые перемещают роботы-погрузчики. Свое местоположение роботы определяют по нанесенным на пол QR-кодам (см. рисунок). QR-коды расположены в узлах прямоугольной сетки с шагом в 1 м. Оцените размеры склада, на котором можно организовать навигацию роботов при помощи QR-кодов такого вида.

Решение. QR-код содержит 37 черно-белых квадратика. То есть сетка может содержать $2^{37}=2*(2^{18})^2$ узла. Склад в форме, например, прямоугольника, составленного из двух квадратов со стороной 2^{18} м ~= 2^8 км =256 км.

2. На штативе бифилярно (две точки крепления) подвешены два маятника (смотри рисунок). Как, не дотрагиваясь до маятников, привести только один в интенсивное колебательное движение?



Решение. Нужно толкнуть основание, а потом толкать основание в такт движениям одного из маятников. Тогда его амплитуда будет увеличиваться вследствие резонанса, а у второго расти не будет.

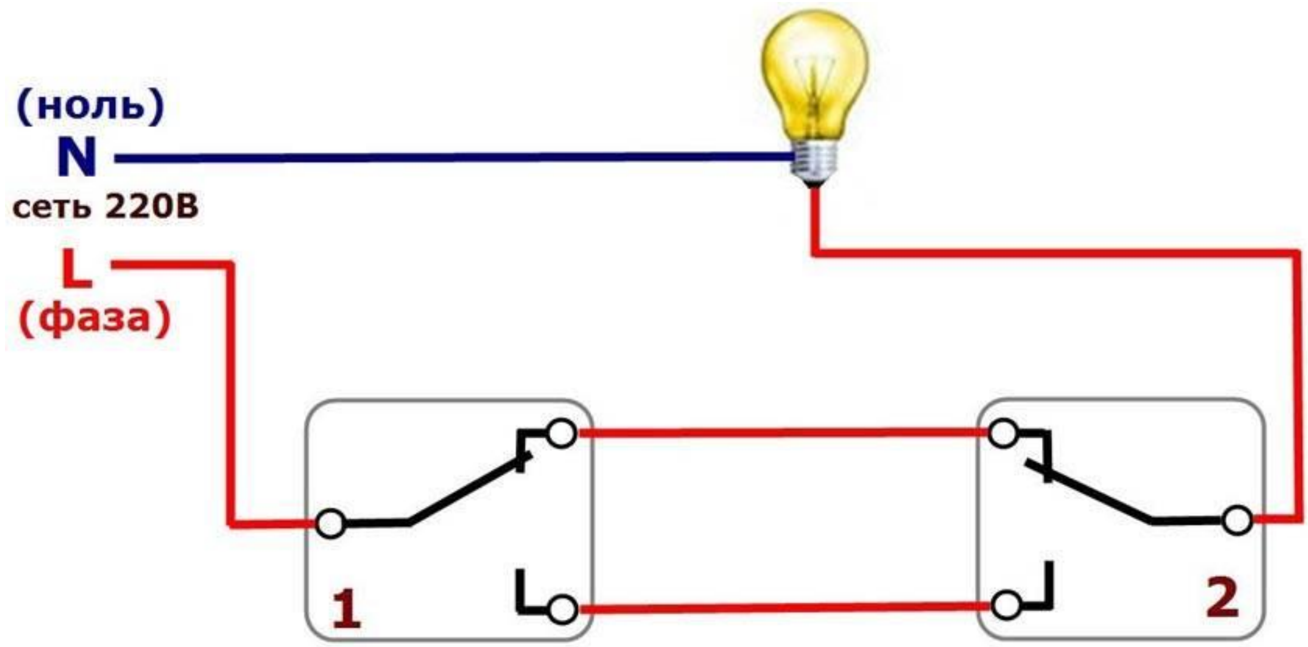
3. Все элементы массива С [1,…,2018] первоначально равны нулю. Чему будет равна сумма элементов массива после выполнения фрагмента программы?

```
for m := 1 to 2018 do
    if m mod 2 = 0 then C[m] := 1;
    if m mod 2 = 1 then C[m] := m;
```

Решение. После выполнения фрагмента программы четные элементы массива станут равны единицы, и их сумма будет равна 1009. Нечетные элементы массива будут равные номеру элемента. Сумма 1009 нечетных подряд идущих чисел, начиная с единицы, равна 1009^2. Итоговая сумма элементов массива будет равна $1009+1009^2=1019090$.

4. Изобразите электрическую схему, позволяющую с обоих концов длинного коридора включать и выключать висящую посередине электрическую лампочку.

Решение. В задаче речь идет о так называемом «проходном выключателе». Его схема может иметь, например, такой вид:



ЗАДАНИЯ ОЧНОГО ТУРА ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО РОБОТОТЕХНИКЕ 2017/18 С РЕШЕНИЯМИ

5—7 классы

1. Из ста кубиков 80 имеют красную грань, 85 – синюю, 75 – зеленую. Каково наименьшее число кубиков, которые имеют грани всех трех цветов?

Решение. Пусть Y – количество кубиков с гранями одного цвета, Z – количество кубиков с гранями только двух цветов, X – количество кубиков с гранями трех цветов. Тогда 2Y+Z=(100-80)+(100-85)+(100-75)=60, а X+Y+Z=100, откуда X=40+Y. Минимальное значение будет при Y=0, X=40.

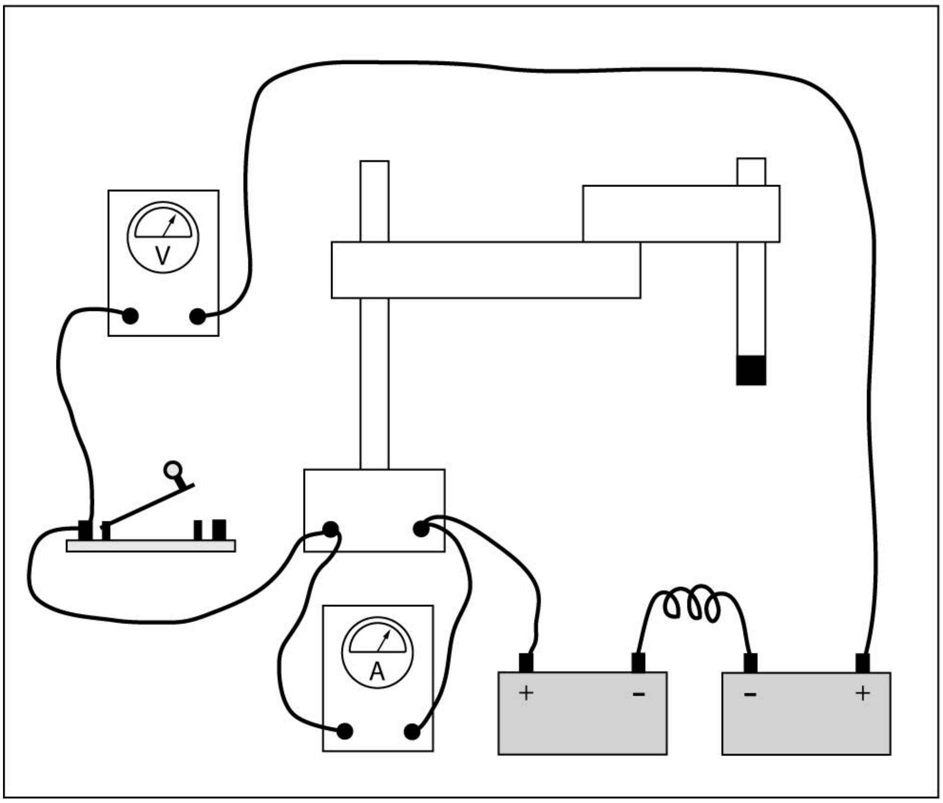
2. В высокий цилиндрический сосуд диаметром 5 см упал теннисный мячик диаметром 4 см. Сможете ли вы достать мяч, не переворачивая сосуда?

Решение. Например, налить воды, тогда теннисный мячик всплывет.

3. Саша предложил сыграть одноклассникам в такую игру: он ставит на шахматную доску ферзя и прячет доску так, чтобы ребята не могли видеть, где расположен ферзь, а Саша – переставить фигуру. Ребята должны угадать клетку, на которой стоит ферзь, но на все вопросы Саша будет правдиво отвечать «Да» или «Нет». Одноклассник Дима сказал, что ему понадобится самое большее 63 вопроса, – он будет спрашивать: «Ферзь стоит на клетке а1?», «Ферзь стоит на клетке а2?» и так далее. Одноклассница Лена сказала, что ей хватит 14 вопросов – за семь вопросов она узнает горизонтальный ряд, и еще за семь вертикальный. А за какое минимальное число вопросов вы смогли бы гарантированно узнать, на какой клетке стоит ферзь?

Решение. Шесть вопросов. Так как $64=2^6$, разделяя на каждом вопросе оставшиеся клетки пополам, через шесть вопросов останется одна клетка. Например, поделим шахматную доску по горизонтали: «Ферзь стоит на поле с номером больше 4?». Если ответ «Да», значит ферзь стоит на половине доски с рядами 5—8, а если ответ «Нет», то ферзь в половине в номерами рядов 1—4. Задав еще два аналогичных вопроса мы узнаем горизонтальный ряд. И еще три вопроса понадобятся, чтобы определить вертикальный ряд.

4. Какие ошибки допущены при составлении электрической цепи, схема которой изображена на рисунке:



Решение.

Допущено 4 ошибки:

1. Батареи должны соединяться «плюс» с «минусом».
2. Провода должны подходить к разным контактам ключа.
3. Амперметр должен подключаться последовательно.
4. Вольтметр должен подключать параллельно.