ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2017-2018 учебный год

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2017-2018 учебный год

ЗАДАНИЯ ПЕРВОГО ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ

Вопрос 1.

Часть Земли, расположенная между земной корой и ядром называется	**Мантия**
Чему равна средняя плотность планеты Земля?	**5,5 г/см^3**
Как называется верхняя часть литосферы?	**Земная кора**
Как называется оболочка Земли, расположенная на глубинах 3500 километров	**Внешнее ядро**

Вопрос 2.

Какую форму рельефа образуют реки?	**Пойма**
Для какой территории характерен интенсивный современный вулканизм?	**Гавайские острова**
Что является характерной формой рельефа пустынь?	**Бархан**
Какая горная порода относится к классу метаморфических горных пород?	**Гнейс**

Вопрос 3.

Главным источником олова является минерал	**Касситерит**
Главным источником ртути является минерал	**Киноварь**
Главным источником свинца является минерал	**Галенит**
Главным источником цинка является минерал	**Сфалерит**

Вопрос 4.

Какой термин лишний?	**Пролювий**
Какой термин лишний?	**Туф**
Какой термин лишний?	**Кварц**
Какой термин лишний?	**Известняк**

Вопрос 5.

1. На какой фотографии изображена дайка?

2. На какой фотографии изображена конкреция?

3. На какой фотографии изображены квесты (куэсты)?

4. На какой фотографии изображен конгломерат?

Задание 6. Вариант 1.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 20 участков, из которых 3 участка водоносные. Случайным образом выбирается 8 участков, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 6 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(4+8*6)/495=0105. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.105=0.895.

Ответ: 0.895

Задание 6. Вариант 2.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 12 участков, из которых 4 участка водоносные. Случайным образом выбирается 7 участков, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 5 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(10+7*10)/220=0.364. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.364=0.636.

Ответ: 0.636.

Задание 6. Вариант 3.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 12 участков, из которых 5 участков водоносные. Случайным образом выбирается 6 участков, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 4 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(6+6*15)/792=0.121. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.121=0.879.

Ответ: 0.879

Задание 6. Вариант 4.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 12 участков, из которых 6 участков водоносные. Случайным образом выбирается 4 участка, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 2 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(28+4*56)/924=0.273. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.273=0.727.

Ответ: 0.727

Задание 6. Вариант 5.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 11 участков, из которых 6 участков водоносные. Случайным образом выбирается 4 участка, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 2 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(7+4*21)/462=0.197. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.197=0.803.

Ответ: 0.803

Задание 6. Вариант 6.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 11 участков, из которых 5 участков водоносные. Случайным образом выбирается 5 участков, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 3 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(6+5*15)/462=0.175. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.=0.825.

Ответ: 0.825

Задание 6. Вариант 7.

Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 11 участков, из которых 4 участка водоносные. Случайным образом выбирается 5 участков, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 3 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(15+6*20)/330=0.409. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.409=0.591.

Ответ: 0.591

Задание 6. Вариант 8.

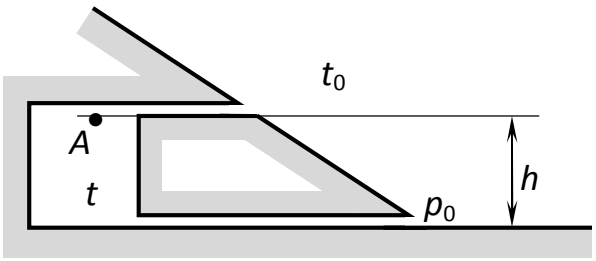
Планирование исследований водоносности предполагает, что некоторая площадь разбита на 11 участков, из которых 3 участка водоносные. Случайным образом выбирается 6 участков, на каждом из которых бурится скважина на воду. С какой вероятностью на не менее чем 4 участках скважины будет водоносными? Ответ укажите с точностью 10^{-3}.

Решение. Пусть имеется всего n скважин, из которых m являются водоносными и бурится k скважин. Факт водоносности на не менее чем l участках означает, что неводоносными могут быть либо 0, либо 1, либо 2, либо …k-l скважин. Вероятность такого события определяется отношением $\frac{\sum_{i=0}^{k-l} C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m}$. При заданных значениях параметров данная вероятность равна $\frac{C_{n-k}^m + kC_{n-k}^{m-1}}{C_n^m}$=(10+6*10)/165=0.424. Отсюда следует, что искомая вероятность равна 1-0.424=0.576.

Ответ: 0.576

Задание 7. Вариант 1.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 50 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 0$ °С, температура воздуха в пещере всюду равна t_1 = 17 °С. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха M = 29 г/моль, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

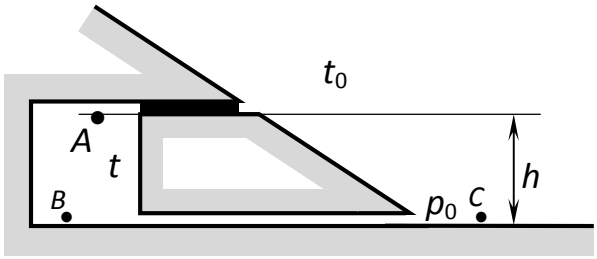


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а верхний открыт, давление в точкахA и D (см. рис. 2) одинаково и равно

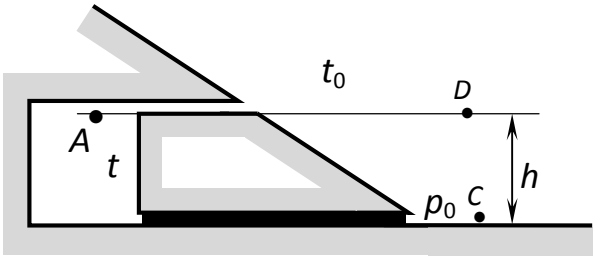


Рис. 2

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

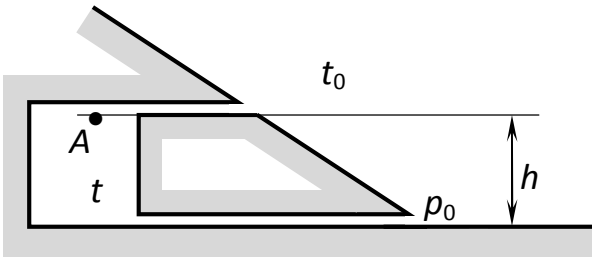
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 50 \cdot \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{290} \right) \approx 37$$

Ответ: 37

Задание 7. Вариант 2.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 70 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 0$ °С, температура воздуха в пещере всюду равна t_1 = 15 °С. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха M = 29 г/моль, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

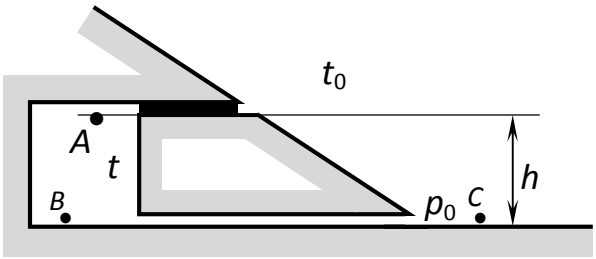


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а верхний открыт, давление в

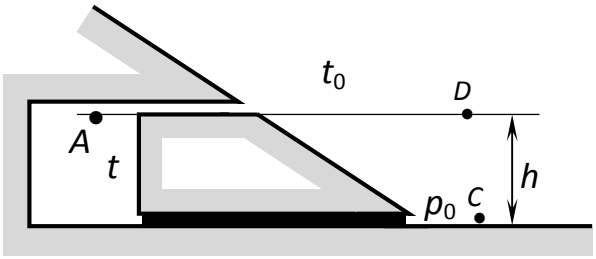


Рис. 2

точкахA и D (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

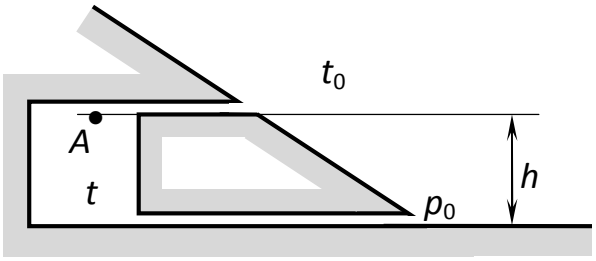
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 70 \cdot \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{288} \right) \approx 47$$

Ответ: 47

Задание 7. Вариант 3.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 90 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 0\ ^\circ$C, температура воздуха в пещере всюду равна $t_1 = 17\ ^\circ$C. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

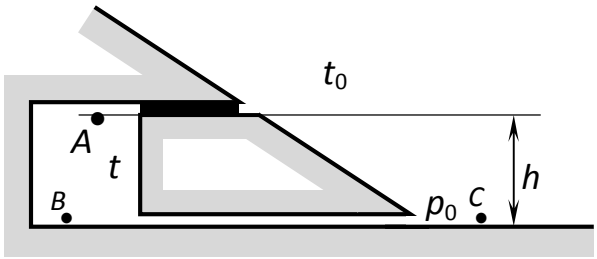


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а верхний открыт, давление в

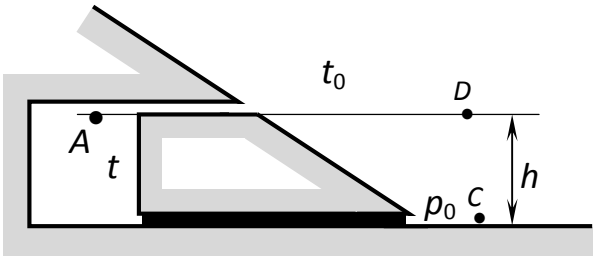


Рис. 2

точкахA и D (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

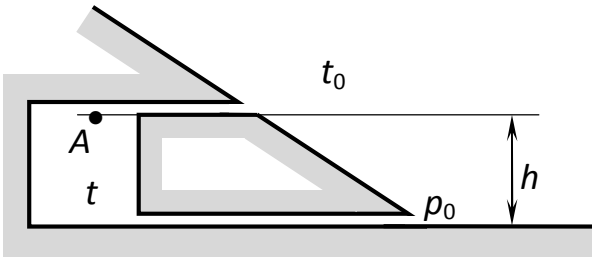
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 90 \cdot \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{290} \right) \approx 67$$

Ответ: 67

Задание 7. Вариант 4.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 80 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 0\ ^\circ$C, температура воздуха в пещере всюду равна $t_1 = 16\ ^\circ$C. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

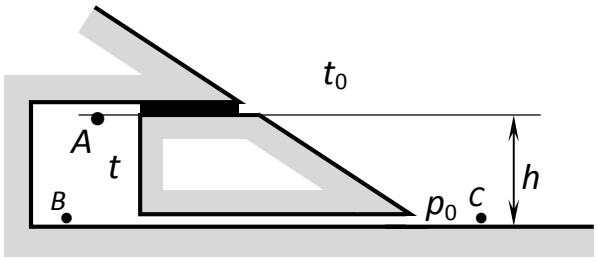


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а верхний открыт, давление в точках

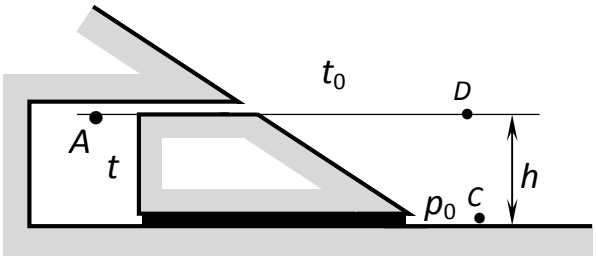


Рис. 2

A и *D* (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

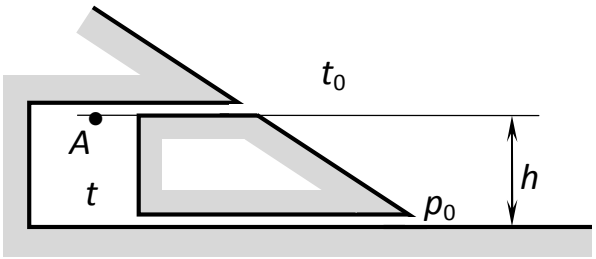
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 80 \cdot \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{289} \right) \approx 57$$

Ответ: 57

Задание 7. Вариант 5.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 50 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 5\ ^\circ$C, температура воздуха в пещере всюду равна $t_1 = 17\ ^\circ$C. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

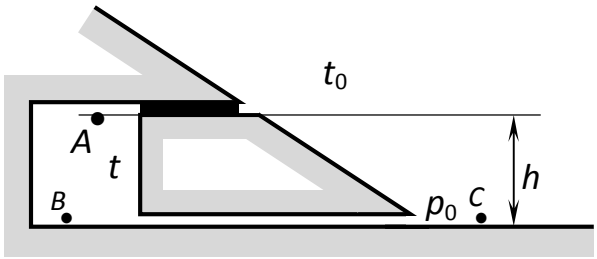


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а верхний открыт, давление в точках

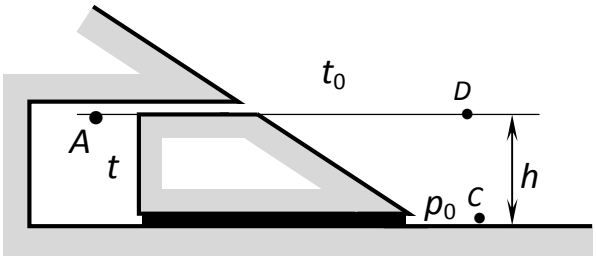


Рис. 2

A и *D* (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

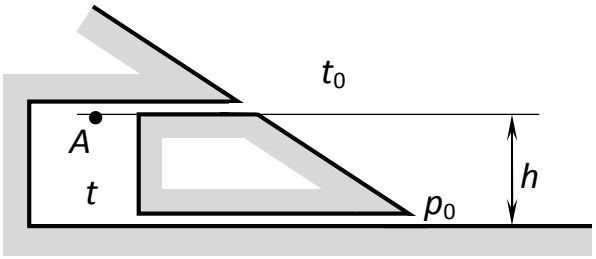
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 50 \cdot \left(\frac{1}{278} - \frac{1}{290} \right) \approx 26$$

Ответ: 26

Задание 7. Вариант 6.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 70 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 4\ ^\circ$C, температура воздуха в пещере всюду равна $t_1 = 15\ ^\circ$C. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

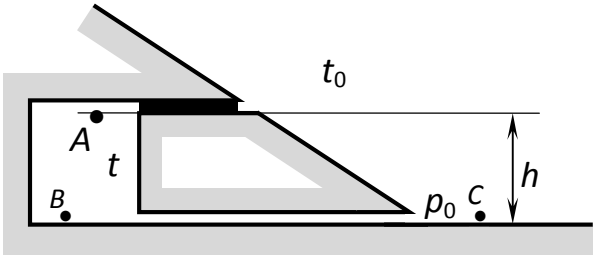


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично

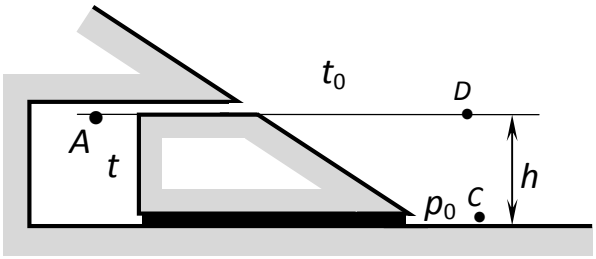


Рис. 2

закрыт, а верхний открыт, давление в точках A и D (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

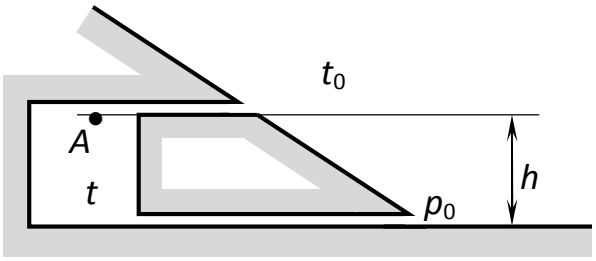
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 70 \cdot \left(\frac{1}{277} - \frac{1}{288} \right) \approx 34$$

Ответ: 34

Задание 7. Вариант 7.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 90 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 4\ ^\circ$C, температура воздуха в пещере всюду равна $t_1 = 17\ ^\circ$C. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

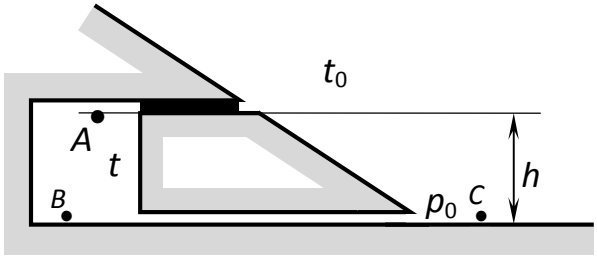


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично

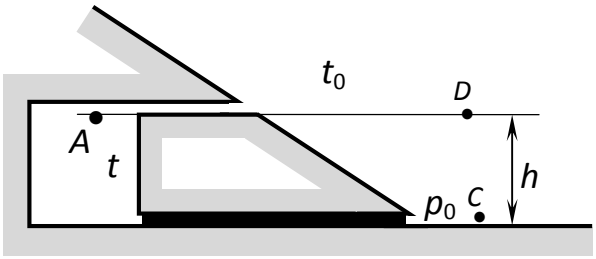


Рис. 2

закрыт, а верхний открыт, давление в точках A и D (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

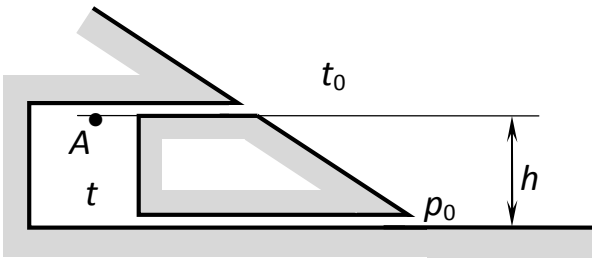
$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 90 \cdot \left(\frac{1}{277} - \frac{1}{290} \right) \approx 51$$

Ответ: 51

Задание 7. Вариант 8.

Пещера имеет два выхода на поверхность горы, один из которых находится у основания горы, а второй – на высоте h = 80 м относительно первого (см. рис.). Температура наружного воздуха $t_0 = 3\ ^\circ$C, температура воздуха в пещере всюду равна $t_1 = 15\ ^\circ$C. Первоначально верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт. На какую величину Δp изменится давление воздуха в точке A, расположенной в пещере на уровне верхнего входа, если герметично закрыть нижний выход из пещеры, а верхний открыть? Атмосферное давление у основания горы $p_0 = 10^5$ Па, молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Изменением плотности воздуха, как в пещере, так и снаружи при подъеме на высоту до 100 м пренебречь. Ответ в паскалях (Па) округлите до целых.



Решение.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

для плотностивоздуха $\rho = m/V$ получим выражение:

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

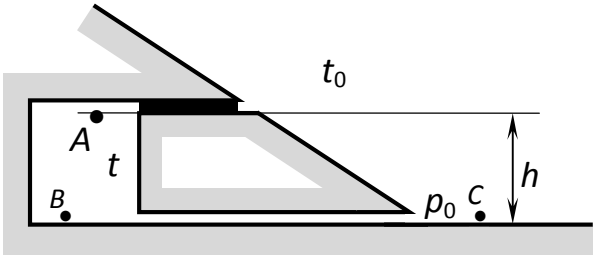


Рис. 1

В первом случае, когда верхний выход из пещеры на поверхность горы герметично закрыт, а нижний открыт, давление в точкахB и C (см. рис. 1) одинаково и равно p_0. Давление в точкеA при этом равно

$$p_1 = p_0 - \rho_1 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_1} \cdot gh.$$

Во втором случае, когда нижний выход из пещеры на поверхность горы герметично

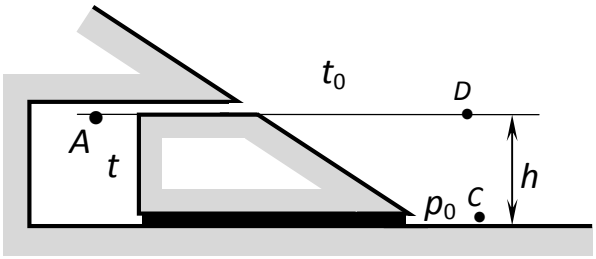


Рис. 2

закрыт, а верхний открыт, давление в точках A и D (см. рис. 2) одинаково и равно

$$p_2 = p_0 - \rho_0 gh = p_0 - \frac{p_0 M}{RT_0} \cdot gh < p_1.$$

Поэтому

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_0 M}{R} gh \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}31} \cdot 10 \cdot 80 \cdot \left(\frac{1}{276} - \frac{1}{288} \right) \approx 42$$

Ответ: 42

Задание 8. Вариант 1.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной 2, боковые ребра SA=SB=$\sqrt{13}$, SC=3. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.624

Ответ: 0.624.

$\sqrt{b^2 - a^2/4} = u$; $a^2 - b^2 + c^2 = d$; $\frac{2(b^2 - c^2) + a^2}{2} = x$; $\frac{c}{c+a} = k$; $a\sqrt{3}$ =v;

$$S = \frac{1}{2}ak(\frac{x}{v} \cdot k + \frac{d}{v} \cdot \frac{u}{u + \frac{v}{2}}) = \frac{a \cdot k}{2v}(kx + \frac{d \cdot u}{u + \frac{v}{2}}).$$

Задание 8. Вариант 2.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной 2, боковые ребра SA=SB=2, SC=1. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.208

Ответ: 0.208.

Задание 8. Вариант 3.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной 2, боковые ребра SA=SB=9/5, SC=6/5. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.275

Ответ: 0.275.

Задание 8. Вариант 4.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной 1, боковые ребра SA=SB=9/5, SC=8/5. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.148.

Ответ: 0.148.

Задание 8. Вариант 5.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной 1, боковые ребра SA=SB=2, SC=9/5. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.150.

Ответ: 0.150.

Задание 8. Вариант 6.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной 1, боковые ребра SA=SB=$\sqrt{3}$, SC=8/5. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.139.

Ответ: 0.139.

Задание 8. Вариант 7.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной $\sqrt{3}$, боковые ребра SA=SB=2, SC=3/2. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

Подставляя данные задачи, получим значение 0.283.

Ответ: 0.283.

Задание 8. Вариант 8.

При исследовании изменений геологических структур рассматривается кристалл, форма которого представляет собой треугольную пирамиду SABC. Основание пирамиды - правильный треугольник ABC со стороной основания, равной $\sqrt{3}$, боковые ребра SA=SB=8/5, SC=9/5. На боковых ребрах SA и SB лежат точки M и N соответственно, CM и CN – биссектрисы углов ACS и BCS. На боковом ребре SC лежит точка K, при этом плоскость ABK делит пополам двугранный угол с гранями CAB и SAB. Найдите площадь проекции треугольника MNK на плоскость ABC. Ответ дайте с точностью до 10^{-3}.

Решение. Обозначим проекции точек M,N и K на плоскость ABC через M_1,N_1 и K_1 соответственно. Далее, пусть CD – высота основания, пересекает отрезок M_1N_1 в точке D_1 и точка O-проекция вершины S на плоскость основания. Из основного свойства биссектрисы и теоремы Фалеса следует, что OK_1= $OC\frac{SD}{SD+CD}=OC\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Аналогично M_1N_1= $a\frac{OM_1}{OA}=a\frac{MS}{SA}=a\frac{c}{c+a}, OD_1=OD\frac{c}{c+a}$. Длина OD находится из равенства $SD^2-OD^2=c^2-(a\frac{\sqrt{3}}{2}-OD)^2 \Leftrightarrow OD=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}$, откуда $OD_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}$

Далее, поскольку $OC=a\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}=\frac{2a^2-2(b^2-c^2)}{2a\sqrt{3}}=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}$, то $OK_1=\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$. Следовательно, в треугольнике $M_1N_1K_1$ высота $K_1D_1=\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2}$ и площадь треугольника $M_1N_1K_1$ равна $\frac{1}{2}a\frac{c}{c+a}\cdot(\frac{2(b^2-c^2)+a^2}{2a\sqrt{3}}\cdot\frac{c}{c+a}+\frac{a^2-b^2+c^2}{a\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{b^2-a^2/4}}{\sqrt{b^2-a^2/4}+a\sqrt{3}/2})$.

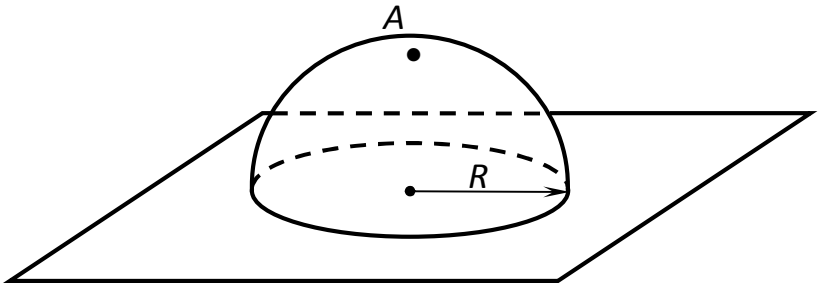
Подставляя данные задачи, получим значение 0.335.

Ответ: 0.335.

Задание 9. Вариант 1.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

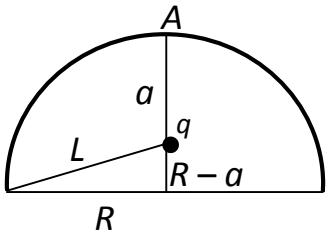
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 30 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 1{,}25$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

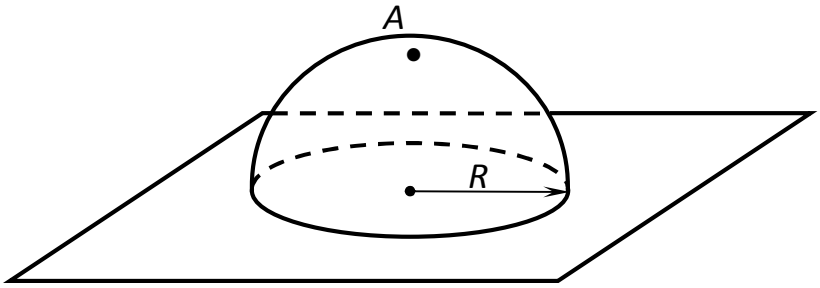
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{30}{1{,}25-1}\left(\sqrt{2\cdot 1{,}25-1} - 1\right) \approx 27 \text{ см.}$$

Ответ: 27

Задание 9. Вариант 2.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

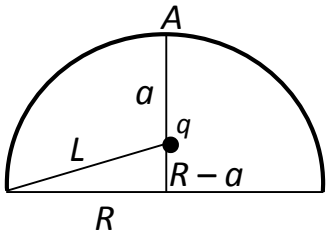
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 30 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 1{,}5$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

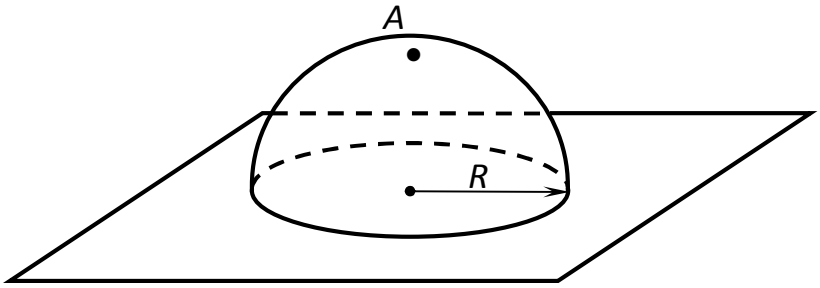
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{30}{1{,}5-1}\left(\sqrt{2\cdot 1{,}5-1} - 1\right) \approx 25 \text{ см.}$$

Ответ: 25

Задание 9. Вариант 3.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

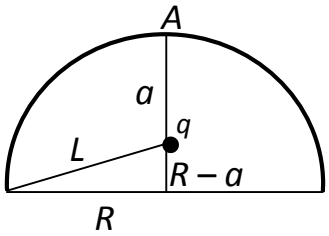
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 30 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 1{,}75$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

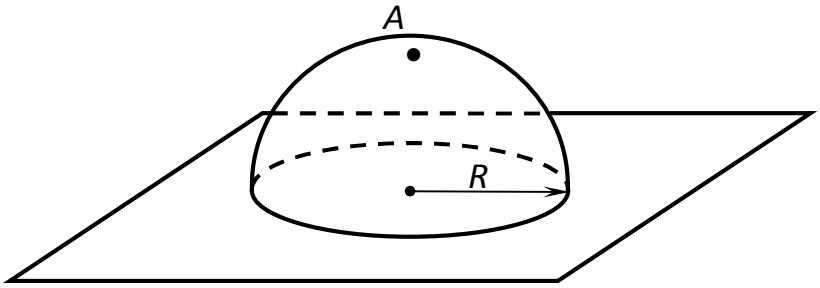
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{30}{1{,}75-1}\left(\sqrt{2\cdot 1{,}75-1} - 1\right) \approx 23\,\text{см}.$$

Ответ: 23

Задание 9. Вариант 4.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

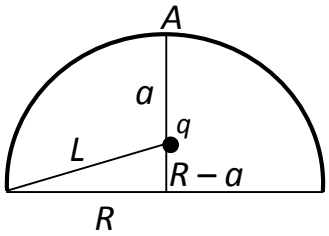
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 30 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 2{,}2$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

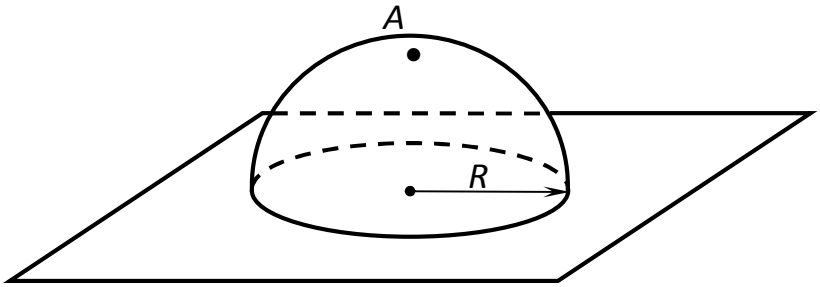
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{30}{2{,}2-1}\left(\sqrt{2\cdot 2{,}2-1} - 1\right) \approx 21\,\text{см}.$$

Ответ: 21

Задание 9. Вариант 5.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

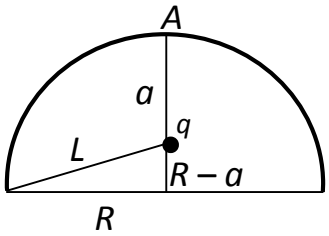
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 40 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 1{,}25$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

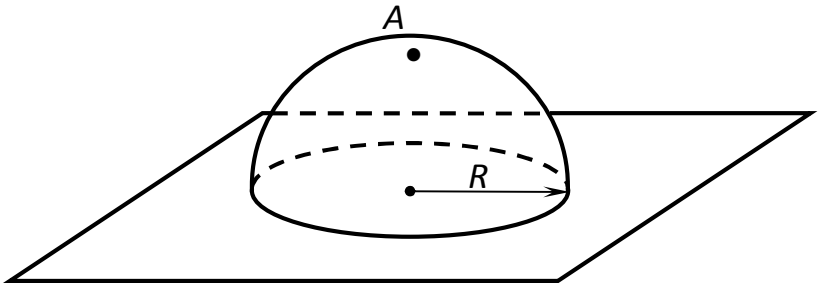
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{40}{1{,}25-1}\left(\sqrt{2\cdot 1{,}25-1} - 1\right) \approx 36 \text{ см.}$$

Ответ: 36

Задание 9. Вариант 6.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

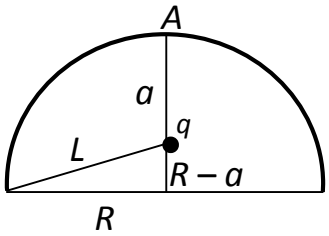
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 40 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 1{,}5$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

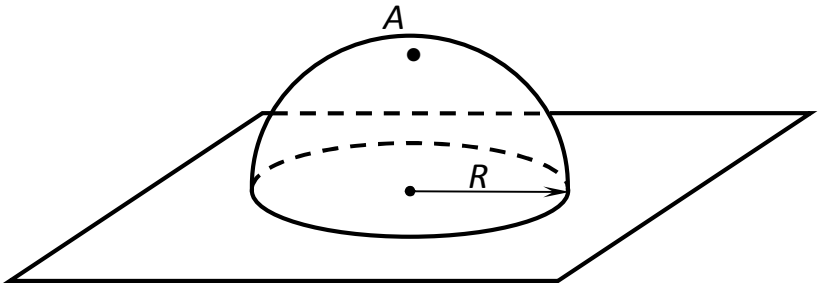
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{40}{1{,}5-1}\left(\sqrt{2\cdot 1{,}5-1} - 1\right) \approx 33\,\text{см}.$$

Ответ: 33

Задание 9. Вариант 7.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

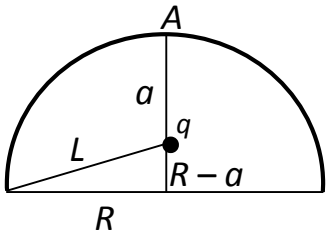
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 40 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 1{,}75$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

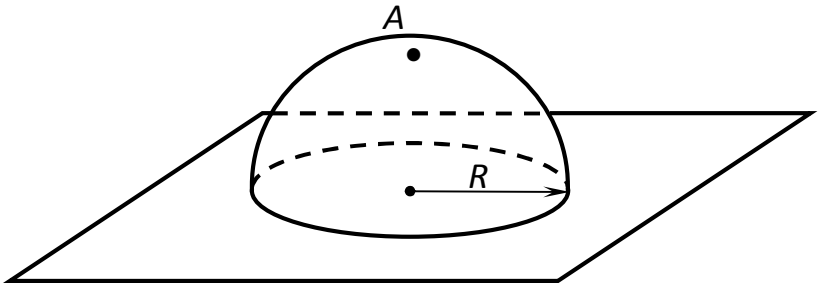
$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{40}{1{,}75-1}\left(\sqrt{2\cdot 1{,}75-1} - 1\right) \approx 31\,\text{см}.$$

Ответ: 31

Задание 9. Вариант 8.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. В результате в пространстве вблизи рудных тел появляется аномальное электрическое поле, обнаружение и исследование которого на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел.

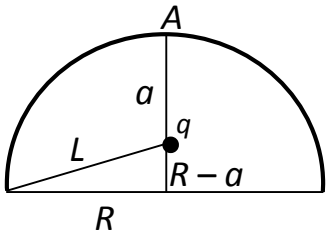
Из горизонтальной плоскости вырезан круг радиусом R = 40 см. Образовавшееся отверстие накрыто полусферой того же радиуса с центром в центре круга (см. рис.). Под полученной таким образом поверхностью в воздухе находится точечный электрический заряд. Наибольшее значение $E_{\max}$ модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы достигается в точке A на ее вершине, а его наименьшее значение $E_{\min}$ – на окружности, служащей ее основанием. Отношение $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = n = 2{,}2$. Чему равно расстояние от точечного заряда до ближайшей к нему точки полусферы? Считать, что поверхность не искажает электрическое поле точечного заряда.



Решение.

По условию задачи на окружности, служащей основанием полусферы, во всех точках достигается одинаковое значение модуля напряженности электрического поля точечного заряда q. Значит, заряд равноудален от точек этой окружности и поэтому находится на вертикальной прямой, проходящей через центр окружности. Поскольку в точке A достигается наибольшее значение модуля напряженности электрического поля этого заряда на поверхности полусферы, точка A и является ближайшей к нему точкой сферы. При этом расстояние a от точки A до заряда q меньше R.

Как видно из рисунка,



$$E_{max} = \frac{kq}{a^2}\,, \quad E_{min} = \frac{kq}{L^2} = \frac{kq}{R^2 + (R-a)^2}\,.$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{R^2 + (R-a)^2}{a^2}.$$

Получаем квадратное уравнение для a

$$(n-1)a^2 + 2Ra - 2R^2 = 0$$

и выбираем его положительный корень

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right)$$

$$a = \frac{R}{n-1}\left(\sqrt{2n-1} - 1\right) = \frac{40}{2{,}2-1}\left(\sqrt{2\cdot 2{,}2-1} - 1\right) \approx 28 \text{ см.}$$

Ответ: 28

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
2016-2017 учебный год

ЗАДАНИЯ 2-го ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ГЕОЛОГИЯ»
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ

Вопрос 1.

Мощность земной коры достигает:	70 км
Чему равна средняя плотность земной коры?	2,7 г/см3
Где расположена астеносфера Земли?	В мантии
Как называется оболочка Земли, расположенная на глубинах 5200 километров?	Внутреннее ядро

Вопрос 2.

Какую форму рельефа образуют реки?	Терраса
Какая форма рельефа создаётся ветром?	Дюна
Для какой территории характерен интенсивный современный вулканизм?	Исландия
Какая горная порода относится к классу осадочных горных пород?	Аргиллит

Вопрос 3.

Основным источником никеля является минерал	пентландит
Основным источником железа является минерал	гематит
Основным источником вольфрама является минерал	шеелит
Основным источником марганца является минерал	пиролюзит

Вопрос 4.

Какой термин лишний?	Морена
Какой термин лишний?	Шлиф
Какой термин лишний?	Клиф
Какой термин лишний?	Гранит

Вопрос 5.

На какой фотографии изображен сталагмит?

На какой фотографии изображена жеода?

На какой фотографии изображена кальдера?

На какой фотографии изображены карры?

Задание 6. Вариант 1.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 10%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 4%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 3–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 2%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq10.27$.

Ответ: 11.

Задание 6. Вариант 2.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 11%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4 –х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq12.74$.

Ответ: 13

Задание 6. Вариант 3.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 12%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 5–ти суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 2%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 4%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq38.71$.

Ответ: 39

Задание 6. Вариант 4.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 13%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 3–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 6%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq11.4$.

Ответ: 12

Задание 6. Вариант 5.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 12%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 4%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq22.38$.

Ответ: 23

Задание 6. Вариант 6.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 11%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 4%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 5%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq16.48$.

Ответ: 17

Задание 6. Вариант 7.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 10%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 3%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 4–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 2%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 4%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

Подставляя полученные значения, получаем $m\geq19.13$.

Ответ: 20

Задание 6. Вариант 8.

При изучении подземных вод исследуется их химический состав и объем, содержащийся в водоносном горизонте. Например, в задаче рассматривается ситуация, в которой несколько водоносных горизонтов сообщаются.

В исследуемом пласте минерализация воды составляет (при первом замере) 9%. Выявлено, что из смежного водоносного горизонта поступает вода с минерализацией 9%, равное количество в сутки в течение исследуемого периода. Воды перемешиваются, при этом объем воды в изучаемом горизонте остается одинаковым, т.к. часть воды уходит (откачивается скважинами). Таким образом, при неизменном объеме воды в изучаемом горизонте, ее минерализация меняется. По истечении 3–х суток концентрация соли в бассейне уменьшилась на 3%. Сколько полных суток после этого момента надо ждать, чтобы концентрация соли стала не более 3%?

Решение. Пусть p_0 – концентрация(долевая) в исходном состоянии воды в бассейне, V – объем раствора в бассейне, a – ежедневно поступающий объем раствора концентрации p. Тогда в конце первого дня концентрация соли равна $p(a/(a+V))+p_0(V/(a+V))$. После k –го дня концентрация соли равна $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k$, где $x= a/(a+V)$. По условию задачи $p(1-(1-x)^k)+p_0(1-x)^k=(p_0-n)$, где 100%n – число «потерянных» процентов в результате перемешивания. Из полученного равенства получаем $(1-x)^k=(p_0-n-p)/(p_0-p)$, откуда $1-x=0.874$. Если p2 – окончательная концентрация, а число дней, прошедших после достижения концентрации p_0-n , равно m, то необходимое для достижения уровня концентрации p2, то для m справедливо условие $(1-x)m\leq(p_2-p)/(p_1-p)$, откуда

$$m \geq \frac{\ln(\frac{p_2 - p}{p_1 - p})}{\ln(1-x)},$$

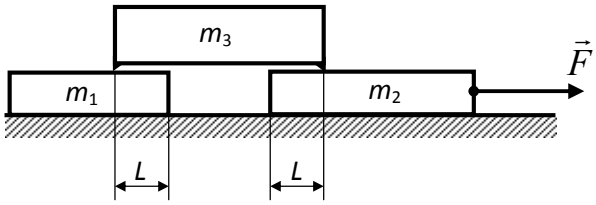
Подставляя полученные значения, получаем $m\geq12.4$.

Ответ: 13

Задание 7. Вариант 1.

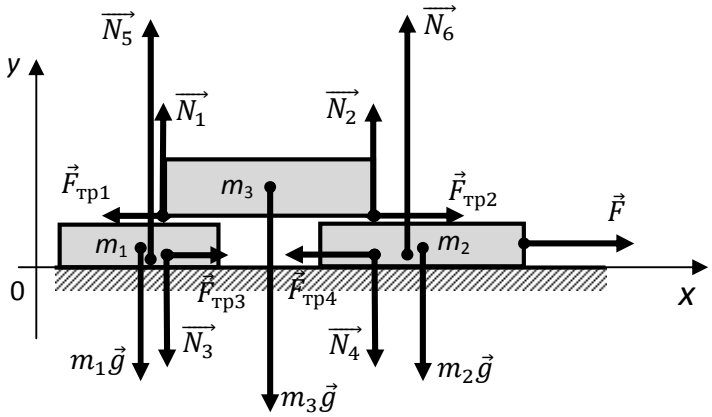
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 3 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

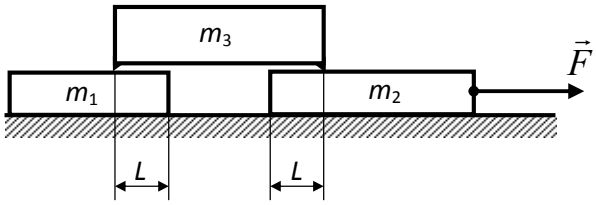
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 1,3 с.

Задание 7. Вариант 2.

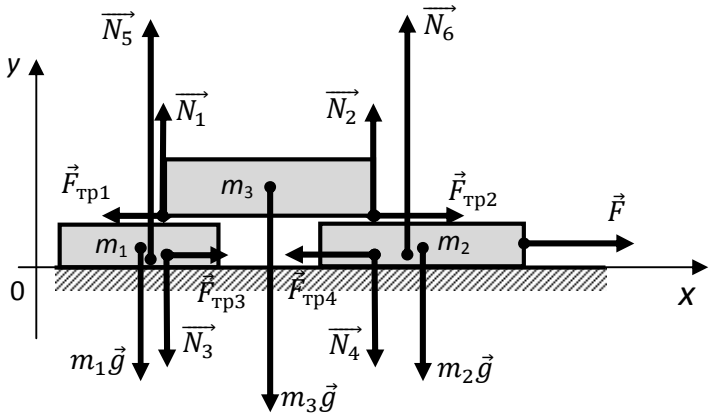
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

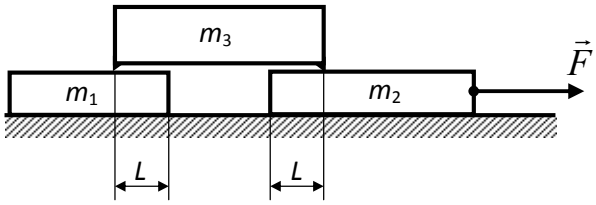
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 0,8 с.

Задание 7. Вариант 3.

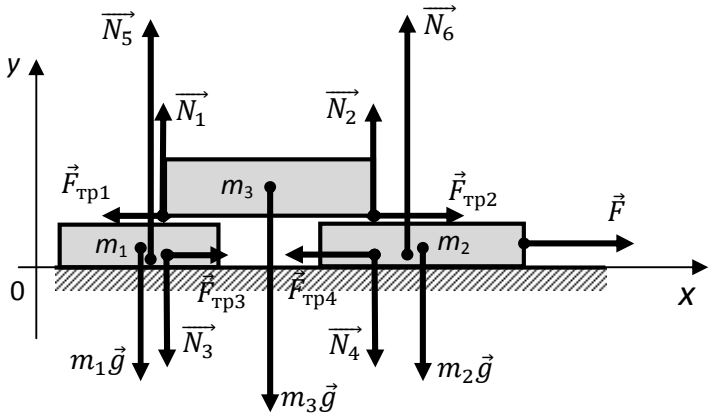
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 3 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

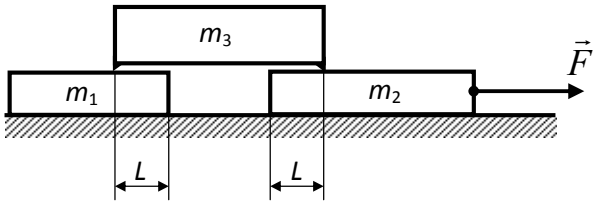
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 1,0 с.

Задание 7. Вариант 4.

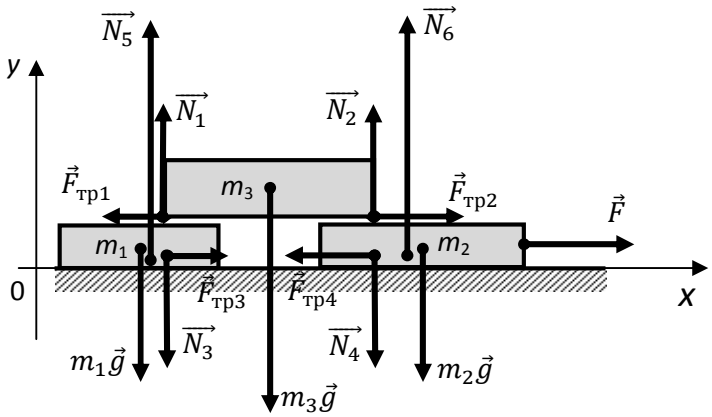
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 3$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

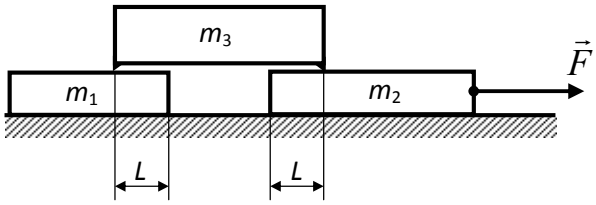
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 0,7 с.

Задание 7. Вариант 5.

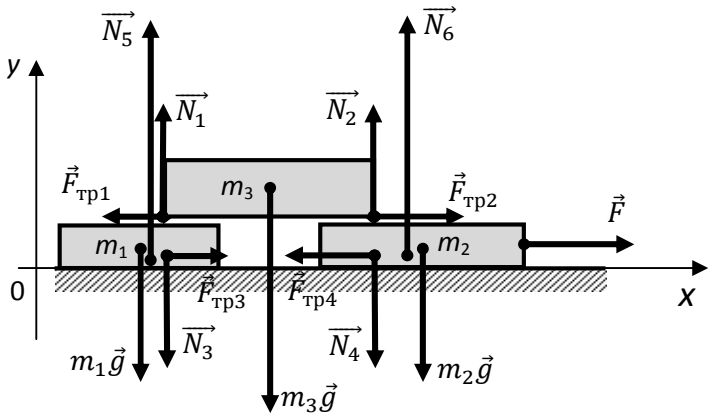
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

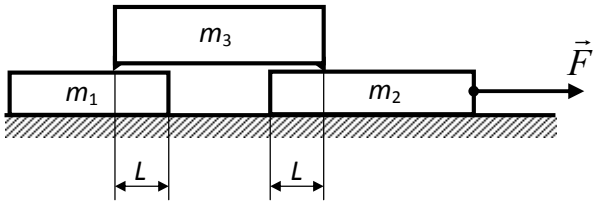
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 3,1 с.

Задание 7. Вариант 6.

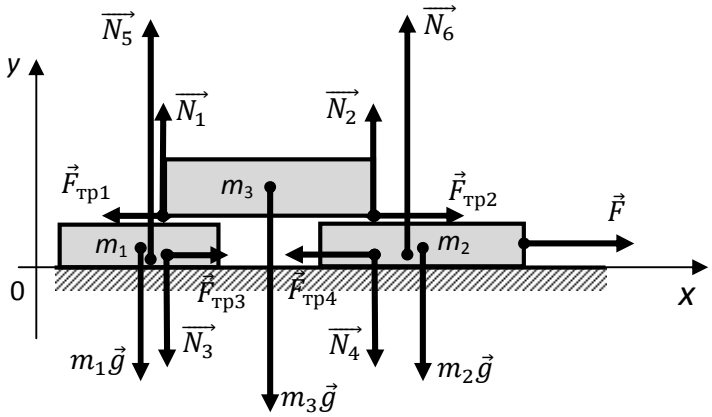
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 4 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски. Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$ все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

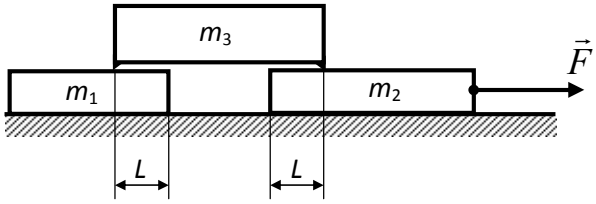
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 2,5 с.

Задание 7. Вариант 7.

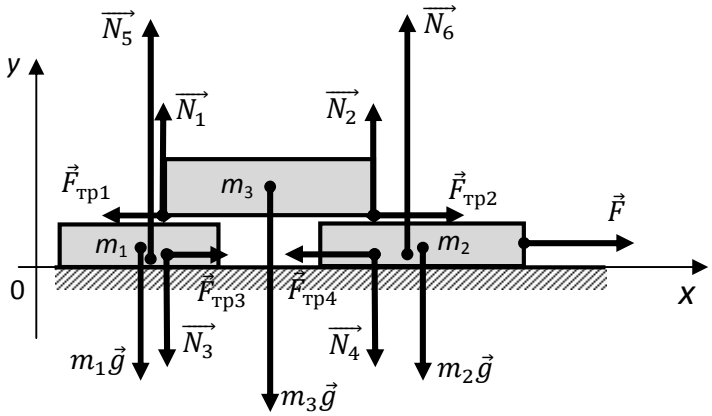
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 5 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 30$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски.Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

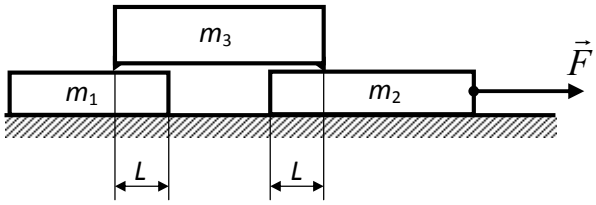
$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 1,4 с.

Задание 7. Вариант 8.

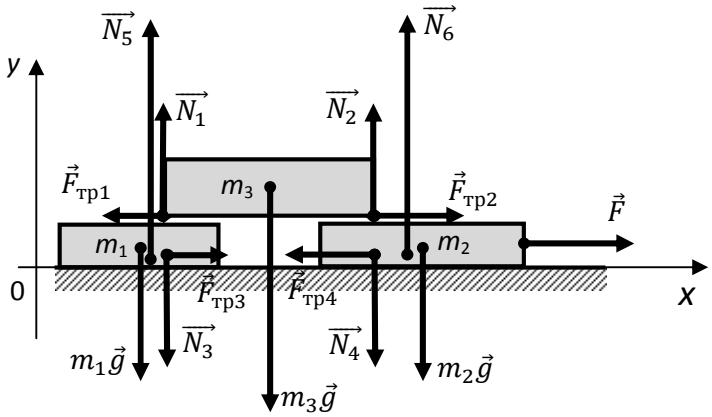
На Земле и в ее недрах часто происходят процессы, связанные с относительными перемещениями структурных элементов земной коры (обвалы в горах, движения тектонических плит и т.п.). В качестве простой иллюстрации предлагается следующая задача.

На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 4$ кг одинаковой толщины, на которые своими краями опирается однородный брусок массой $m_3 = 5$ кг (см. рисунок). В момент $t = 0$ к бруску m_2 прикладывают постоянную горизонтальную силу $\vec{F}$ величиной 5 Н, направленную вправо. Сколько времени пройдет до момента, когда брусок m_3 соскользнет с одного из брусков, на которые он опирается? Коэффициент трения между бруском m_3 и брусками m_1 и m_2 равен μ = 0,1. Расстояние $L = 20$ см. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дать в секундах с точностью до десятых.



Решение.

Покажем силы, действующие на бруски. Поскольку поверхность стола гладкая, при приложении к бруску m_2 постоянной силы $\vec{F}$все бруски начинают двигаться в направлении ее действия.



Выясним, как именно движутся бруски относительно друг друга. Для этого рассмотрим силы, действующие на брусок m_3. Брусок m_3 движется из состояния покоя с ускорением, направленным вдоль оси Ox. Значит, $F_{тр2} > F_{тр1}$. С другой стороны, брусок m_3 движется поступательно, поэтому сумма моментов приложенных к нему сил относительно его центра масс равна нулю. Брусок однороден, поэтому его центр масс вместе с центром тяжести находится в геометрическом центре бруска. По условию брусок тонкий, поэтому моменты сил трения из-за малых плеч считаем равными нулю. Положив длину бруска m_3 равной $2b$, получим:

$$N_2 b - N_1 b = 0,$$

откуда

$$N_1 = N_2 = N.$$

Таким образом, при одинаковом коэффициенте трения $F_{тр2} > F_{тр1}$ при $N_1 = N_2$. Это возможно только в двух случаях: либо обе силы трения являются силами трения покоя$\left(F_{тр} \le \mu N\right)$, то есть бруски друг относительно друга покоятся; либо $F_{тр2}$ – сила трения скольжения$\left(F_{тр2} = \mu N\right)$, а

$F_{\text{тр1}}$ – сила трения покоя$\left(F_{\text{тр1}} \leq \mu N\right)$,. Первый вариант исключен по условию, так как брусок m_3 соскальзывает с одного из брусков. Значит, остается только второй вариант: брусок m_3 скользит по бруску m_2, но движется вместе с бруском m_1 как одно целое.

Найдем N, записав второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy для бруска m_3:

$$2N - m_3 g = 0,$$

откуда

$$N = \frac{m_3 g}{2}.$$

Тогда модуль силы трения скольжения

$$F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu m_3 g}{2}.$$

Отметим, что по третьему закону Ньютона

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр4}}.$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Ox отдельно для брусков m_1 и m_3, движущихся как одно целое, и для бруска m_2:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2}, \\ m_2 a_{2x} = F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} a_{1x} = \dfrac{\mu m_3 g}{2(m_1 + m_3)}, \\ a_{2x} = \dfrac{1}{m_2}\left(F - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\right). \end{cases}$$

Очевидно, что брусок m_2 должен опережать брусок m_3, поэтому $a_{2x} > a_{1x}$, откуда для модуля силы $\vec{F}$ получаем неравенство

$$F > \frac{\mu m_3 g}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1 + m_3}\right).$$

За время t из состояния покоя брусок m_3 сместится на расстояние

$$x_3(t) = \frac{a_{1x} t^2}{2},$$

а брусок m_2 – на расстояние

$$x_2(t) = \frac{a_{2x} t^2}{2}.$$

При этом

$$x_2(t) - x_3(t) = L.$$

Подставляя в эту формулу выражения для ускорений a_{1x} и a_{2x}, получим:

$$L = \left[\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m_3 g}{2}\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1 + m_3}\right)\right]\frac{t^2}{2},$$

откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\dfrac{F}{m_2} - \dfrac{\mu m_3 g}{2}\left(\dfrac{1}{m_1 + m_3} + \dfrac{1}{m_2}\right)}}$$

Ответ: 1,1 с.

Задание 8. Вариант 1.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 3 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 24 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\ /\ v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \frac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =32.199, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 32.2

Задание 8. Вариант 2.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 6 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 20 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\ / v + (a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a - x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \frac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =21.21, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 21.2

Задание 8. Вариант 3.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 3 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 20 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \frac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =26.83, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 26.8

Задание 8. Вариант 4.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 6 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 25 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \dfrac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =26.52, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 26.5

Задание 8. Вариант 5.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 4 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 15 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \dfrac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =17.32, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 17.3

Задание 8. Вариант 6.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 4 раза меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 18 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \dfrac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}.$$

Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =20.78, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 20.8

Задание 8. Вариант 7.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 5 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 22 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \dfrac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =24.004, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 24.0

Задание 8. Вариант 8.

Расстояние от пункта А до прямолинейной дороги в 5 раз меньше расстояния от этого пункта до пункта В, находящегося на этой дороге. Вездеход должен доставить геологов из А в В, при этом самый быстрый маршрут предполагает не менее половины пути проехать по дороге. Скорость движения вездехода вне дороги составляет 12 км в час. Чему равна минимально возможная при указанных условиях скорость вездехода на дороге? Ответ укажите с точностью до 0.1 км/час.

Решение. Пусть h – расстояние от A до дороги, $h = AO$, O – точка на дороге, отрезок АО перпендикулярен дороге. Далее пусть $OB=a$, тогда если v – скорость вне дороги, kv – скорость на дороге, а точка C на дороге выбрана так, что $OC=x$, то маршрут ACB будет оптимальным, если x – решение задачи $\sqrt{h^2+x^2}\,/\,v+(a-x)/kv \to \min_{x\in[0,a]}$.

По условию задачи решение этой задачи удовлетворяет условию $\sqrt{h^2+x^2} \le a-x$. Следовательно, решение x должно удовлетворять условию $x \le a/2$ и и это решение найдем из условия $\dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \dfrac{1}{k} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{\sqrt{k^2-1}}$. Полученная точка x доставляет минимум суммарного времени для преодоления маршрута ACB. По условию задачи АС≤АВ/2, т.е.

$$\frac{h}{a}\frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \le 0.5\sqrt{1+(\frac{h}{a})^2} \Leftrightarrow k \ge \sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}} \Rightarrow v_{\min} = v\sqrt{1+\frac{4}{(\frac{a}{h})^2-3}}$$

. Подставляя значения параметров задачи, получим $v_{\min}$ =13.09, где $v_{\min}$ - искомая скорость.

Ответ: 13.1

Задание 9. Вариант 1.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 86 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 7 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –50 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –50 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 70 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 9,4 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 91{,}7\ \%$

Задание 9. Вариант 2.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 85 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 6 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –50 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –50 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 70 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 9,4 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 92{,}3\,\%$

Задание 9. Вариант 3.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 85 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 8 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –45 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –45 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 88 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 12,6 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 90{,}5\,\%$

Задание 9. Вариант 4.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 84 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 7 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –45 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –45 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 88 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 12,6 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 90{,}9\ \%$

Задание 9. Вариант 5.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 81 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 9 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –40 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –40 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 109 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 16,7 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 88{,}9\ \%$

Задание 9. Вариант 6.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 83 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 8 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –40 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –40 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 109 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 16,7 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 89{,}5\,\%$

Задание 9. Вариант 7.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 15 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 78 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 9 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –35 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –35 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 134 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 21,8 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 88{,}3\,\%$

Задание 9. Вариант 8.

Природный горючий газ добывается на газовом месторождении при температуре t = 40 °С и давлении p = 10 МПа и содержит метан, этан, пропан, бутан, а также пары воды. Процентное содержание метана в добытом газе составляет α = 76 % от общего количества вещества, процентное содержание этана β = 12 %. Для того чтобы при транспортировке газа по газопроводу не образовывался газовый конденсат, добытый газ перед подачей в газопровод предварительно изохорно охлаждают до температуры t_0 = –35 °С, а образующиеся при этом частицы льда, а также конденсат пропана и бутана в виде жидкой пропан-бутановой смеси отделяют. Определить процентное содержание количества вещества метана в транспортируемом газе. Ответ в процентах привести с точностью до десятых.
При температуре t_0 = –35 °С давление насыщенных паров пропана $p_{\text{нп}}$ = 134 кПа, давление насыщенных паров бутана $p_{\text{нб}}$ = 21,8 кПа, давление паров воды над поверхностью льда при этой температуре пренебрежимо мало.

Решение.
Пусть на месторождении добыт объем газа V при температуре T и давлении p. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева, записанным в виде: $pV = NkT$, где N– полное число молекул в газе и k – постоянная Больцмана, полное число молекул N газа в объеме V можно записать в виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Число молекул метана в объеме V составляет

$$N_{\text{мет}} = \alpha N = \frac{\alpha pV}{kT},$$

число молекул этана в объеме V составляет

$$N_{\text{эт}} = \beta N = \frac{\beta pV}{kT}.$$

При изохорном охлаждении газа в объеме V до температуры T_0 образуется конденсат пропана и бутана, а также частицы льда. При этом парциальные давления паров пропана, бутана и воды в объеме V совпадают с давлениями их насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{нб}}$ и $p_{\text{нв}}$ при температуре T_0. Пренебрегая объемом конденсата пропана, бутана и частиц льда по сравнению с объемом V, видим, что после удаления этого конденсата и частиц льда из объема V в этом объеме при температуре T_0 останется число

$$N'_{\text{пр}} = \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0}$$

молекул пропана, число

$$N'_{\text{б}} = \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0}$$

молекул бутана, число

$$N'_{\text{в}} = \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}$$

молекул воды, так что общее количество молекул разных газов в объеме V станет равным

$$N' = N_{\text{мет}} + N_{\text{эт}} + N'_{\text{пр}} + N'_{\text{б}} + N'_{\text{в}} = \frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}.$$

Поэтому процентное содержание молекул метана в транспортируемом газе составляет

$$\alpha' = \frac{N_{\text{мет}}}{N'} = \frac{\frac{\alpha pV}{kT}}{\frac{\alpha pV}{kT} + \frac{\beta pV}{kT} + \frac{p_{\text{нп}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нб}}V}{kT_0} + \frac{p_{\text{нв}}V}{kT_0}} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}} + p_{\text{нв}}}{p}}.$$

Если пренебречь давлением насыщенных паров воды при температуре T_0, то

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}}$$

Ответ: $\alpha' = \dfrac{\alpha}{\alpha + \beta + \dfrac{T}{T_0} \cdot \dfrac{p_{\text{нп}} + p_{\text{нб}}}{p}} \approx 84{,}4\,\%$

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2017-2018 учебный год

ЗАДАНИЯ ПЕРВОГО ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-9 КЛАССОВ

Вопрос 1.

Что называется воздушной оболочкой Земли?	**Атмосфера**
Геометрической формой Земли является	**Геоид**
Чему равен средний радиус планеты Земля?	**6370 км**
В какой галактике расположена планета Земля?	**Млечный путь**

Вопрос 2.

Кристалл из шести одинаковых граней в форме квадрата называется	**Гексаэдр**
Какого цвета сапфир?	**Синий**
Что является жидким полезным ископаемым?	**Вода**
Как называется канал, через который выбрасывается лава?	**Жерло**

Вопрос 3.

Для какой территории характерен интенсивный современный вулканизм?	**Полуостров Камчатка**
Какая горная порода образовалась при застывании лавы на поверхности Земли?	**Базальт**
Что образуется в результате карстовых процессов?	**Колодец**
Как называются небольшие рыхлые угловатые обломки горных пород?	**Щебень**

Вопрос 4.

Какой термин лишний?	**Шлейф**
Какой термин лишний?	**Морена**
Какой термин лишний?	**Дефляция**
Какой термин лишний?	**Кальдера**

Вопрос 5.

5. На какой фотографии изображены меандры?

6. На какой фотографии изображён агат?

7. На какой фотографии изображен бархан?

8. На какой фотографии изображена брекчия?

Задание 6. Вариант 1.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.1t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 7 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 4%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00366.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.467 до 0.496, т.е. на 6.26%.

Ответ: 6.26%.

Задание 6. Вариант 2.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.15t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 7 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 4%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00564.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.449 до 0.494, т.е. на 10.05%.

Ответ: 10.05%.

Задание 6. Вариант 3.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.12t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 7 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 4%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00445.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.459 до 0.496, т.е. на 7.74%.

Ответ: 7.74%.

Задание 6. Вариант 4.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.1t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 7 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 3%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00385.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.465 до 0.496, т.е. на 6.61%.

Ответ: 6.61%.

Задание 6. Вариант 5.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.1t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 7 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 2%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00404.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.463 до 0.496, т.е. на 6.98%.

Ответ: 6.98%.

Задание 6. Вариант 6.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.1t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 7 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 5%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00347.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.469 до 0.497, т.е. на 5.92%.

Ответ: 5.92%.

Задание 6. Вариант 7.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.1t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 8 до 11 градусов суммарная растворимость возрастает на 5%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00170.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.463 до 0.498, т.е. на 1.03%.

Ответ:1.03%.

Задание 6. Вариант 8.

Растворимость соли натрия в исследуемом растворе в зависимости от температуры t, град., выражается законом $k_1(t)=0.25+0.1t$, а растворимость соли калия $k_2(t)=0.5-a\cdot(t-10)^2$. При возрастании температуры от 6 до 8 градусов суммарная растворимость возрастает на 5%. На сколько процентов изменяется при этом растворимость соли калия? Ответ дайте с точностью до 0.01%.

Решение. Пусть температура возрастает от x до y градусов, растворимость соли натрия в более общем виде выразим как $p+qt$, а соли калия $c-a(t-10)^2$. При возрастании температуре раствора от x до y суммарная растворимость соответственно возрастает от $(p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2$ единиц до $(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2$. По условию

$$(p+c-100a)+y(q+20a)-ay^2=(1+t)((p+c-100a)+x(q+20a)-ax^2)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100ta+20ya-20(1+t)xa-ay^2+(1+t)ax^2=t(p+c)+(1+t)qx-qy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{t(p+c)+(1+t)qx-qy}{100t+20y-20(1+t)x-y^2+(1+t)ax^2}$$

При заданных значениях параметров получаем a=0.00211.

Подставляя это значение в формулу растворимости соли калия, получаем, что растворимость увеличивается от 0.466 до 0.492, т.е. на 5.43%.

Ответ:5.43%.

Задание 7. Вариант 1.

Воду из колодца с глубины h = 10 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сеченияS = 4 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 чвыкачать из колодца на поверхность земли V = 15 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем $N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 15}{3600}\left[10 \cdot 10 + \frac{1}{2}\left(\frac{15}{4 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 643\,\text{Вт}.$$

Ответ: 643

Задание 7. Вариант 2.

Воду из колодца с глубины h = 8 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 5 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 20 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем $N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 20}{3600}\left[10 \cdot 8 + \frac{1}{2}\left(\frac{20}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 787\,\text{Вт}.$$

Ответ: 787

Задание 7. Вариант 3.

Воду из колодца с глубины h = 12 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 3 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 10 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 10}{3600}\left[10 \cdot 12 + \frac{1}{2}\left(\frac{10}{3 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 452\,\text{Вт}.$$

Ответ: 452

Задание 7. Вариант 4.

Воду из колодца с глубины h = 9 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 6 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 12 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем $N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 12}{3600}\left[10 \cdot 9 + \frac{1}{2}\left(\frac{12}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 351\,\text{Вт}.$$

Ответ: 351

Задание 7. Вариант 5.

Воду из колодца с глубины h = 7 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 5 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 12 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 12}{3600}\left[10 \cdot 7 + \frac{1}{2}\left(\frac{12}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 307 \text{ Вт.}$$

Ответ: 307

Задание 7. Вариант 6.

Воду из колодца с глубины h = 8 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 4 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 25 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 25}{3600}\left[10 \cdot 8 + \frac{1}{2}\left(\frac{25}{4 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 1602\,\text{Вт}.$$

Ответ: 1602

Задание 7. Вариант 7.

Воду из колодца с глубины h = 9 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 3 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 16 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 16}{3600}\left[10 \cdot 9 + \frac{1}{2}\left(\frac{16}{3 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 888 \text{ Вт.}$$

Ответ: 888

Задание 7. Вариант 8.

Воду из колодца с глубины h = 10 м откачивают насосом по трубе с площадью поперечного сечения S = 6 см^2. Какова должна быть минимальная полезная мощность насоса, чтобы за t = 1 ч выкачать из колодца на поверхность земли V = 24 м^3 воды? Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ округлите до целых.

Решение.

Вода должна быть выкачана из колодца по трубе конечного поперечного сечения за конечное время. Значит, вода течет по трубе с конечной скоростью v. Определим эту скорость. Объем V представим в виде прямого цилиндра с основанием S и длиной образующей L:$V = SL$. Отрезок длиной L должен пройти через поперечное сечение S за время t. Значит, он должен двигаться со скоростью

$$v = \frac{L}{t} = \frac{V}{St}.$$

Таким образом, за время t насос должен совершить работу $A = Nt$, чтобы сообщить воде кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$ и потенциальную энергию mgh при подъеме на высоту h:$Nt = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где масса воды $m = \rho V$. Отсюда получаем

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right]$$

$$N = \frac{\rho V}{t}\left[gh + \frac{1}{2}\left(\frac{V}{St}\right)^2\right] = \frac{1000 \cdot 24}{3600}\left[10 \cdot 10 + \frac{1}{2}\left(\frac{24}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}\right)^2\right] \approx 1078\,\text{Вт}.$$

Ответ: 1078

Задание 8. Вариант 1.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 3, а расстояние между P и Q равно 6. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

Ответ: $3\sqrt{3}$.

Задание 8. Вариант 2.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 4, а расстояние между P и Q равно 7. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{33}$.

Ответ: $\sqrt{33}$.

Задание 8. Вариант 3.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 5, а расстояние между P и Q равно 8. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{39}$.

Ответ: $\sqrt{39}$.

Задание 8. Вариант 4.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 6, а расстояние между P и Q равно 9. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{45}$.

Ответ: $3\sqrt{5}$.

Задание 8. Вариант 5.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 7, а расстояние между P и Q равно 10. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{51}$.

Ответ: $\sqrt{51}$.

Задание 8. Вариант 6.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 8, а расстояние между P и Q равно 11. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{57}$.

Ответ: $\sqrt{57}$.

Задание 8. Вариант 7.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 9, а расстояние между P и Q равно 12. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{63}$.

Ответ: $\sqrt{63}$.

Задание 8. Вариант 8.

Пункт O находится посередине прямого участка пути между пунктами A и B. Буровые установки C,P и Q находятся по одну сторону от пути AB, при этом угол POQ прямой, а установки P и Q находятся на прямолинейных путях между A и C, а так же B и C соответственно, угол между CB и CA прямой. Расстояние между A и P равно 10, а расстояние между P и Q равно 13. Чему равно расстояние между B и Q?

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, образуемый соответствующими пунктами в задаче. Отрезок OQ продолжим за точку O и на этом продолжении отметим точку R: OR=OQ. В треугольнике QPR отрезок PO является медианой и высотой, следовательно, PR=PQ. Кроме того, треугольники POQ и ROD равны, значит BQ=AR угол RAP прямой. Из треугольника RAP получаем:

$RA = BQ = \sqrt{PQ^2 - AP^2} = \sqrt{69}$.

Ответ: $\sqrt{69}$.

Задание 9. Вариант 1.

В открытом сосуде находится m_1 = 400 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 300 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до t_2 = 30 °С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 30 + \frac{(400 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(30 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 300} \approx 340\,°\text{C}.$$

Ответ: 340

Задание 9. Вариант 2.

В открытом сосуде находится m_1 = 500 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 300 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до t_2 = 30 °С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 30 + \frac{(500 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(30 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 300} \approx 370\,°\text{C}.$$

Ответ: 370

Задание 9. Вариант 3.

В открытом сосуде находится m_1 = 400 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 200 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до t_2 = 30 °С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 30 + \frac{(400 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(30 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 200} \approx 495\,°\text{C}.$$

Ответ: 495

Задание 9. Вариант 4.

В открытом сосуде находится m_1 = 500 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 200 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до t_2 = 30 °С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 30 + \frac{(500 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(30 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 200} \approx 540\,°\text{C}.$$

Ответ: 540

Задание 9. Вариант 5.

В открытом сосуде находится m_1 = 400 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 300 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до $t_2 = 35$°С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 35 + \frac{(400 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(35 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 300} \approx 404\,°\text{C}.$$

Ответ: 404

Задание 9. Вариант 6.

В открытом сосуде находится m_1 = 500 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 300 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до t_2 = 35°С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 35 + \frac{(500 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(35 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 300} \approx 450\,°\text{C}.$$

Ответ: 450

Задание 9. Вариант 7.

В открытом сосуде находится m_1 = 400 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 200 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до t_2 = 35°С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 35 + \frac{(400 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(35 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 200} \approx 589\,°\text{C}.$$

Ответ: 589

Задание 9. Вариант 8.

В открытом сосуде находится m_1 = 500 г воды при температуре t_1 = 20 °С. В воду высыпают раскаленные железные опилки общей массой m_2 = 200 г. При этом часть воды массой m_3 = 10 г выкипает, а температура воды с опилками в сосуде поднимается до $t_2 = 35$°С. Какова первоначальная температура раскаленных опилок? Удельная теплота парообразования воды r = 2300 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплоемкость железа c_2 = 0,46 кДж/(кг·°С). Теплоемкостью сосуда и тепловыми потерями пренебречь. Ответ округлите до целых.

Решение.

Чтобы масса воды m_3 нагрелась до температуры кипения и затем выкипела полностью, необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_3 (100°\text{C} - t_1) + m_3 r.$$

Чтобы остальная масса воды $m_1 - m_3$ нагрелась до температуры t_2, необходимо количество теплоты

$$Q_2 = c_1 (m_1 - m_3)(t_2 - t_1).$$

Железные опилки при остывании до температуры t_2 отдают количество теплоты

$$Q_3 = c_2 m_2 (t - t_2).$$

Уравнение теплового баланса$Q_1 + Q_2 = Q_3$ принимает вид

$$m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1) = c_2 m_2 (t - t_2),$$

откуда

$$t = t_2 + \frac{m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r] + c_1(m_1 - m_3)(t_2 - t_1)}{c_2 m_2}$$

$$t = t_2 + \frac{(m_1 - m_3)c_1(t_2 - t_1) + m_3[c_1(100°\text{C} - t_1) + r]}{c_2 m_2} =$$

$$= 35 + \frac{(500 - 10)\cdot 4{,}2\cdot(35 - 20) + 10\cdot[4{,}2\cdot(100 - 20) + 2300]}{0{,}46\cdot 200} \approx 657\,°\text{C}.$$

Ответ: 657

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2017-2018 учебный год

ЗАДАНИЯ ВТОРОГО ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-9 КЛАССОВ

Вопрос 1.

Что называется водной оболочкой Земли?	Гидросфера
Самой высокой горной точкой России считается	гора Эльбрус
Чему равен возраст Земли?	4,6 млрд.лет
Действующим вулканом России является	Шивелуч

Вопрос 2.

Кристалл из восьми одинаковых граней в форме правильного треугольника называется	Октаэдр
Какого цвета рубин?	Красный
Какой минерал употребляют в пищу?	Галит
Какой минерал самый легкий?	Лёд

Вопрос 3.

Какая территория характеризуется интенсивными тектоническими явлениями?	Полуостров Камчатка
Какая горная порода образовывалась при застывании магмы в недрах Земной коры?	Габбро
Что образуется в результате карстовых процессов?	Карр
Как называются небольшие хорошо окатанные обломки горных пород?	Гравий

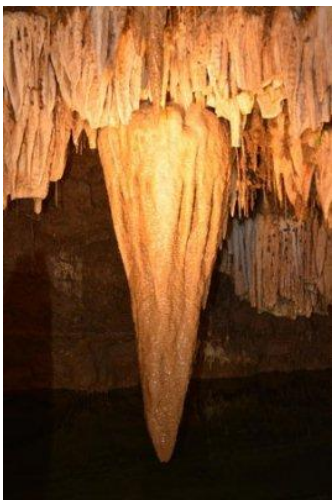
Вопрос 4.

Какой термин лишний?	Трог
Какой термин лишний?	Луна
Какой термин лишний?	Абразия
Какой термин лишний?	Аллювий

Вопрос 5.

На какой фотографии изображен атолл?

На какой фотографии изображен сталактит?



На какой фотографии изображена коса?

На какой фотографии изображена друза?

Задание 6. Вариант 1.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.4, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.1.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.15. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.2. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.55

Задание 6. Вариант 2.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.45, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.11.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.15. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.19. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.6

Задание 6. Вариант 3.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.42, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.12.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.14. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.19. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.58

Задание 6. Вариант 4.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.5, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.08.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.14. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.22. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.66

Задание 6. Вариант 5.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.52, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.08.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.25. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.22. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.57

Задание 6. Вариант 6.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.56, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.18.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.3. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.12. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.56

Задание 6. Вариант 7.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.52, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.16.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.36. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.14. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.46

Задание 6. Вариант 8.

Определение химического состава горных пород осуществляется с помощью аналитических исследований по отдельным образцам. Возникающие различия связаны с рядом случайных факторов. Например, в предлагаемой задаче:

В первом образце осадочной породы ошибка при измерении суммарного содержания фосфата и кремния показала значение, равное 0.48, что отличается от реального суммарного содержания не более чем на 0.12.

Во втором образце подобное измерение показало результат, на 0.3 выше, при этом было измерено содержание фосфата в отдельности, что показало значение 0.26. Сумма погрешностей двух измерений по второму образцу не превосходит 0.18. Какое может быть максимальное содержание кремния в породе? Ответ дать с точностью до сотых.

Решение. Пусть x,y – содержание кремния и фосфата соответственно. Далее, пусть a – измеренное значение суммы x+y в первом образце, тогда a+0.3 - измеренное значение суммы x+y во втором образце. Если p – погрешность измерения в первом образце, то условие задачи по первому образцу имеет вид $|x+y-a|\le p$, тогда если измерение величины y во втором образце показало значение c, то по второму образцу условие примет вид $|x+y-(a+3)|+|y-c|\le q$, где q – сумма погрешностей измерений по второму образцу. Сложим эти два неравенства, получим

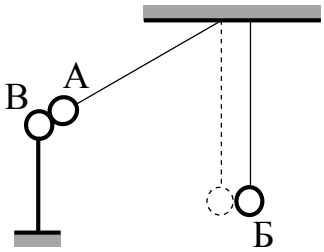
$$|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\le p+q-|y-c|$$

Поскольку $|x+y-a|+|x+y-(a+0.3)|\ge 0.3$, а $p+q=0.3$, отсюда следует y=c, x+y∈[a,a+0.3], это означает x∈[a-c,a-c+0.3].

Ответ: 0.52

Задание 7. Вариант 1.

Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 16$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}25$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б.



Какой заряд будет на шарике А в момент $t = 2{,}5$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение.

В момент $t_1 = 0{,}25$ с шарики А и Б абсолютно упруго сталкиваются друг с другом. При этом шарик А останавливается, а шарик Б начинает движение со скоростью, которая была у шарика А перед ударом. За время столкновения одинаковых проводящих шариков А и Б их суммарный заряд поровну делится между ними, поэтому после столкновения

$$q_{2\text{А}} = q_{1\text{Б}} = 8 \text{ нКл}.$$

В момент $t_2 = 0{,}5$ с шарик Б приходит в крайнее правое положение и начинает двигаться влево. В момент $t_3 = 0{,}75$ с шарики А и Б абсолютно упруго сталкиваются друг с другом. При этом шарик Б останавливается, а шарик А начинает движение со скоростью, которая была у шарика Б перед ударом. Поскольку заряды шариков одинаковы, при столкновении они не изменяются.

В момент $t_4 = 1{,}0$ с шарики А и В касаются друг друга, их суммарный заряд поровну делится между ними, поэтому после столкновения

$$q_{3\text{А}} = q_{2\text{В}} = \frac{1}{2}(8 \text{ нКл} + 16 \text{ нКл}) = 12 \text{ нКл}.$$

Начиная с этого момента, цикл движения шариков А и Б повторяется с периодом $T = 1{,}0$ с. Поэтому в момент $t_5 = 1{,}25$ с при столкновении шариков А и Б они приобретают заряд

$$q_{4\text{А}} = q_{2\text{Б}} = \frac{1}{2}(12 \text{ нКл} + 8 \text{ нКл}) = 10 \text{ нКл}.$$

В момент $t_6 = 1{,}75$ с при столкновении шариков А и Б изменения их заряда не происходит. В момент $t_7 = 2{,}0$ с шарики А и В касаются друг друга, поэтому после столкновения их заряды

$$q_{5\text{А}} = q_{3\text{В}} = \frac{1}{2}(10 \text{ нКл} + 12 \text{ нКл}) = 11 \text{ нКл}.$$

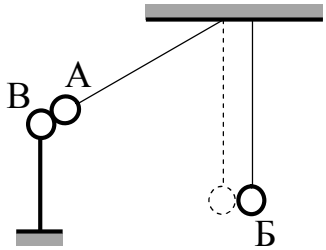
Наконец, в момент $t_8 = 2{,}25$ с при столкновении шариков А и Б они приобретают заряд

$$q_{6\text{А}} = q_{3\text{Б}} = \frac{1}{2}(11 \text{ нКл} + 10 \text{ нКл}) = 10{,}5 \text{ нКл}.$$

Поскольку за время от 2,25 с до 2,5 с шарик А висит неподвижно на непроводящей нити и не касается других предметов, его заряд в момент $t_9 = 2{,}5$ с остается равным 10,5 нКл.

Ответ: $q_{\text{А}} = 10{,}5$ нКл.

Задание 7. Вариант 2.

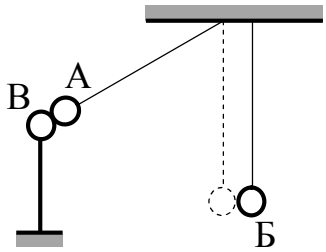


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 20$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике Б в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{Б}} = 12{,}5$ нКл.

Задание 7. Вариант 3.

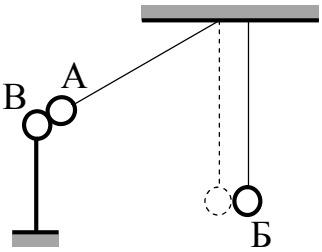


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 12$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}2$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике В в момент $t = 1{,}4$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{В}} = 9$ нКл.

Задание 7. Вариант 4.



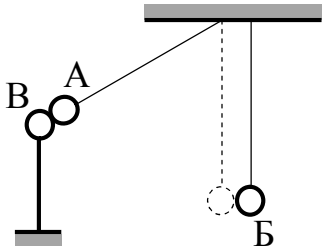
Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 12\,\text{нКл}$. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3\,\text{с}$ он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике А в момент $t = 2\,\text{с}$? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{А}} = 7{,}5\,\text{нКл}$.

Задание 7. Вариант 5.

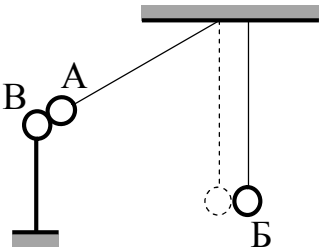
Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 24$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}25$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике Б в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.



Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{Б}} = 15$ нКл.

Задание 7. Вариант 6.

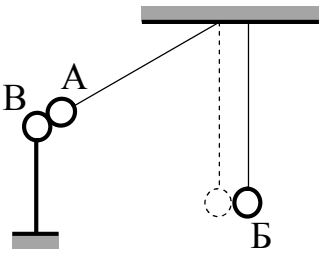


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 16$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}2$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике В в момент $t = 2$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{В}} = 11$ нКл.

Задание 7. Вариант 7.

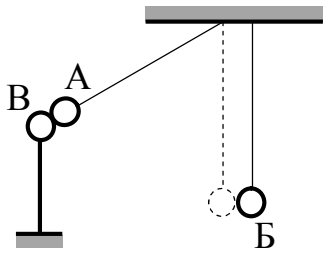


Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 8$ нКл. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3$ с он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике А в момент $t = 2{,}5$ с? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{А}} = 5{,}5$ нКл.

Задание 7. Вариант 8.



Два одинаковых стальных незаряженных шарика А и Б висят на шёлковых нитях одинаковой длины, почти касаясь друг друга (похоже на известную занимательную игрушку). Шарик А отвели за ниточку в сторону до соприкосновения с таким же заряженным шариком В, стоящим на изолирующей подставке (см. рисунок). При этом заряды шариков $q_{\text{А}} = q_{\text{В}} = 16\,\text{нКл}$. В момент $t = 0$ шарик А отпустили, и через $\tau = 0{,}3\,\text{с}$ он абсолютно упруго столкнулся с шариком Б. Какой заряд будет на шарике Б в момент $t = 1{,}8\,\text{с}$? Считать, что при сближении шариков А и В они каждый раз касаются друг друга, а времени соприкосновения достаточно для перехода заряда с шарика на шарик. Заряды шариков практически не влияют на их движение.

Решение аналогично варианту-1.

Ответ: $q_{\text{Б}} = 10\,\text{нКл}$.

Задание 8. Вариант 1.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 40 мин, а от точки B до точки M - за 20 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Рассмотрим треугольник ABC, сторона AB=2/3v, отрезок BM=1/3v, AM перпендикулярно BM, v – скорость распространения воды. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный: BA=NA=2/3v, MB=MN=1/3v. Далее,

$$MA = \sqrt{BA^2 - BM^2} = \frac{v}{3}\sqrt{3},\ MA \cdot MB = AN \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{v}{3}\sqrt{3} \Rightarrow AC = \frac{v}{3}.$$

Ответ: 20 мин.

Задание 8. Вариант 2.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 30 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 5 мин.

Ответ: 5 мин.

Задание 8. Вариант 3.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 25 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 17 мин.

Ответ: 17 мин.

Задание 8. Вариант 4.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 40 мин, а от точки B до точки M - за 25 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 9 мин.

Ответ: 9 мин.

Задание 8. Вариант 5.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 10 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора

$$AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}.$$

Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 41 мин.

Ответ: 41 мин.

Задание 8. Вариант 6.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 45 мин, а от точки B до точки M - за 15 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 35 мин.

Ответ: 35 мин.

Задание 8. Вариант 7.

При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 30 мин, а от точки B до точки M - за 10 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 23 мин.

Ответ: 23 мин.

Задание 8. Вариант 8.

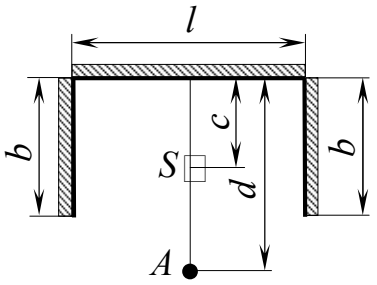
При исследовании перемещения подземных вод в небольшой области закарстованной породы было замечено, что вода движется с одинаковой скоростью по всем каналам данной области. Прямолинейные каналы соединяют точки A,B, и C, при этом каналы CA и CB перпендикулярны. Расстояние от точки A до точки B вода преодолевает за 30 мин, а от точки B до точки M - за 20 мин. Точка M лежит на биссектрисе угла BAC и канал BM перпендикулярен ей. За сколько минут вода преодолеет путь из A в C? Ответ округлите до целых.

Решение. Пусть v - скорость течения воды, по условиям задачи AB=kv, BM=tv, тогда $AM = v\sqrt{k^2 - t^2}$. Продолжим BM за точку M до пересечения ее с прямой AC в точке N, тогда MB=MN, в треугольнике BAN отрезок AM – биссектриса и высота, следовательно, этот треугольник равнобедренный. Из равенства $BN \cdot MA = AN \cdot BC$ находим $BC = v\frac{2t}{k}\sqrt{k^2 - t^2}$, по теореме Пифагора $AC = v\sqrt{k^2 - 4t^2 + \frac{4t^4}{k^2}} = \frac{v}{k}\sqrt{(k^2 - 2t^2)^2} = v\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$. Искомая величина $\frac{|k^2 - 2t^2|}{k}$ при заданных величинах равна 3 мин.

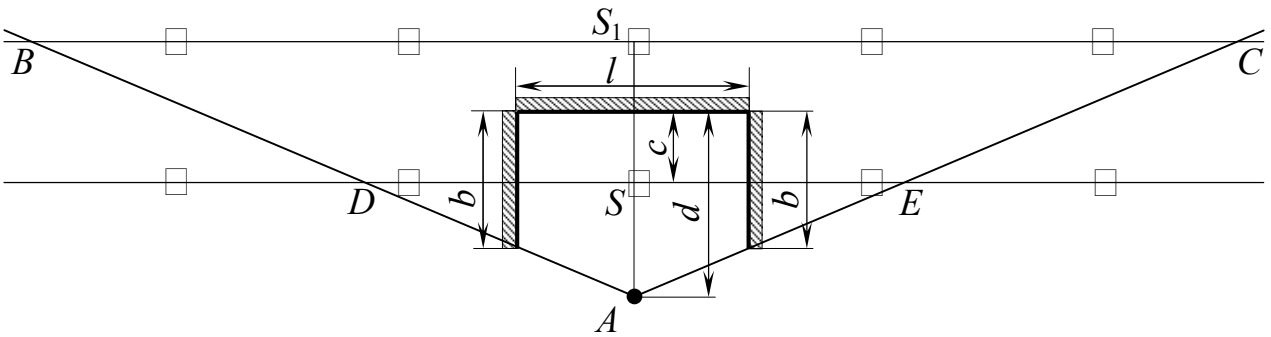
Ответ: 3 мин.

Задание 9. Вариант 1.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}6$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}3$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}8$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1 = 2\left[\frac{0{,}8+0{,}3}{2(0{,}8-0{,}6)}\right] + 1 = 2\left[\frac{1{,}1}{0{,}4}\right] + 1 = 5,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

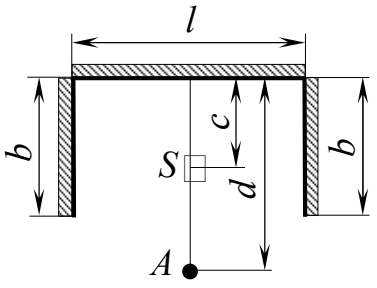
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right] = 2\left[\frac{0{,}8-0{,}3}{2(0{,}8-0{,}6)}\right] = 2\left[\frac{0{,}5}{0{,}4}\right] = 2.$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 7.

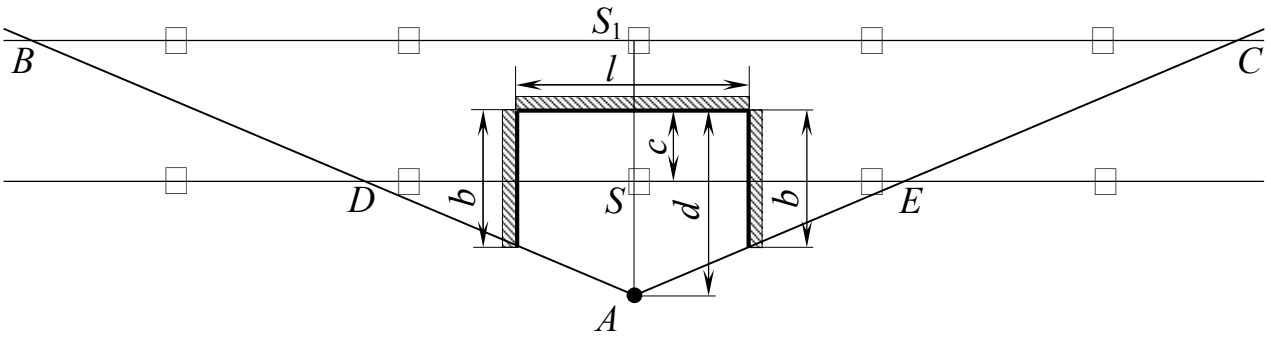
Задание 9. Вариант 2.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}6$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}4$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}9$ м от центрального зеркала?



Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

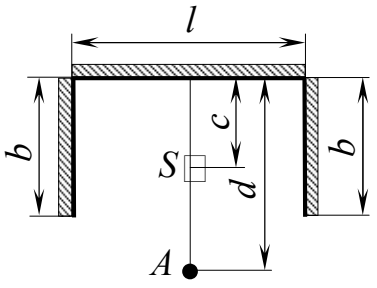
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

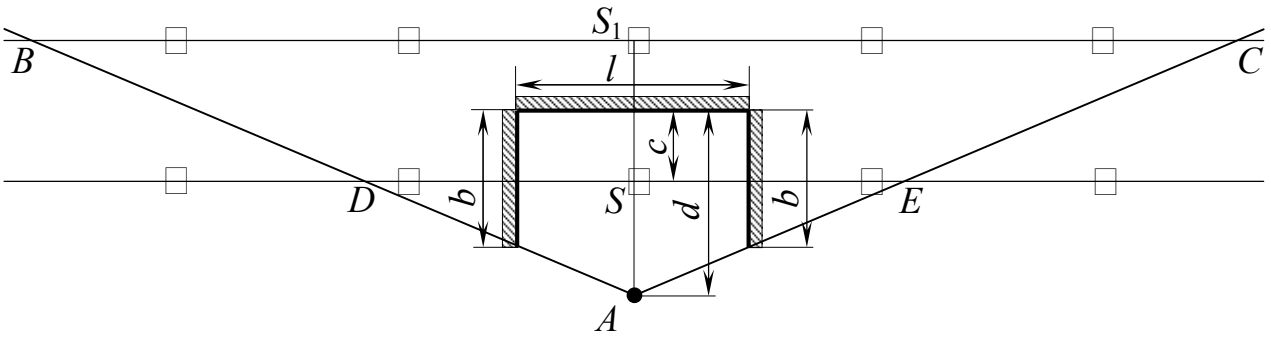
Ответ: 5.

Задание 9. Вариант 3.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}7$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}4$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}9$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

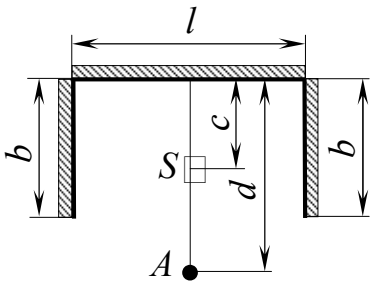
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 9.

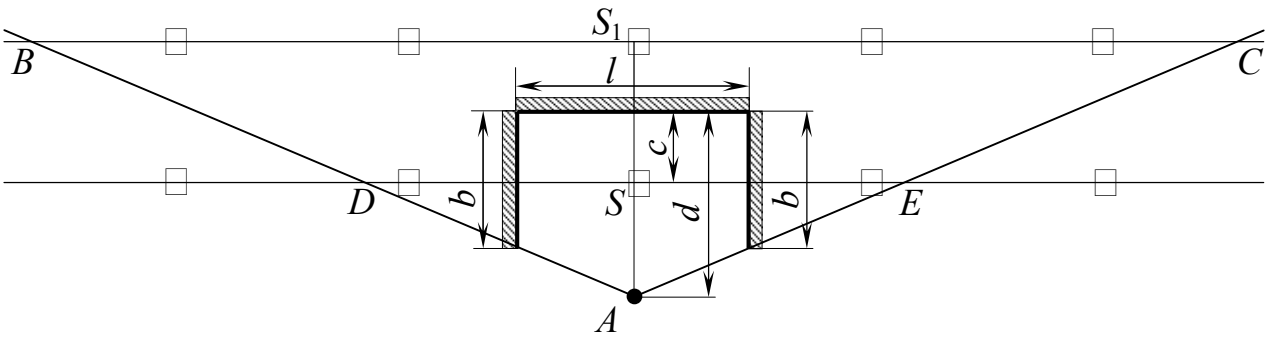
Задание 9. Вариант 4.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}9$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}2$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 1{,}1$ м от центрального зеркала?



Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

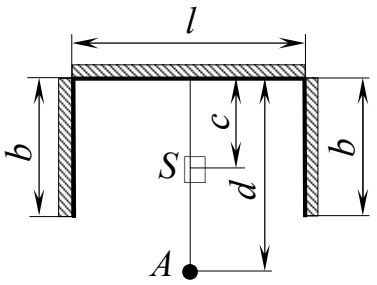
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

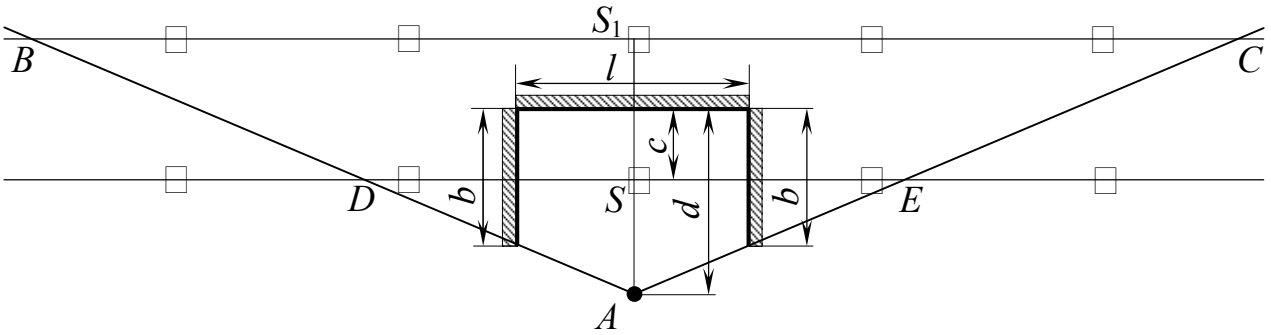
Ответ: 11.

Задание 9. Вариант 5.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}5$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}1$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}8$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

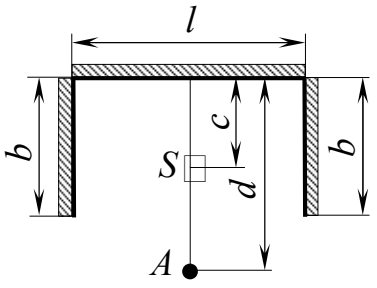
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 5.

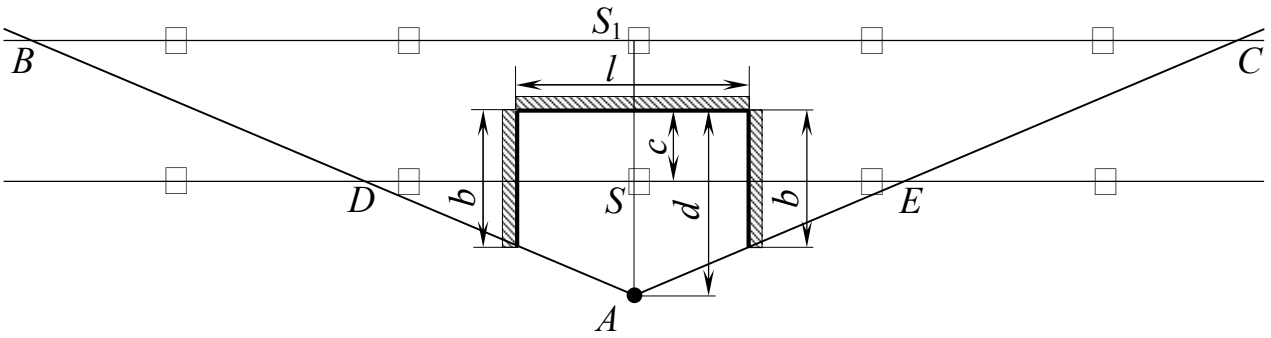
Задание 9. Вариант 6.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}6$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}5$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 0{,}8$ м от центрального зеркала?



Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

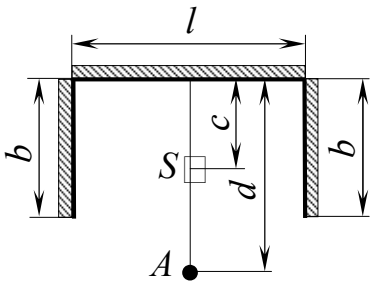
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

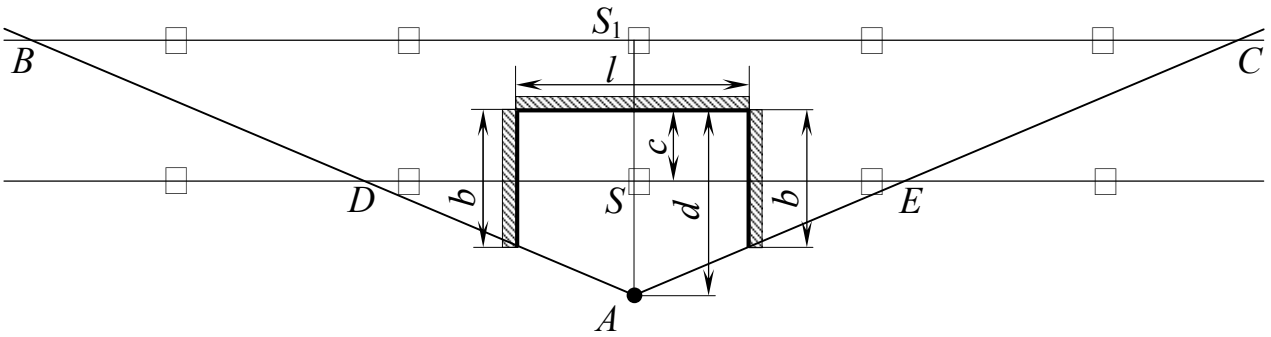
Ответ: 7.

Задание 9. Вариант 7.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}8$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}1$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 1$ м от центрального зеркала?



Решение.
Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.
Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

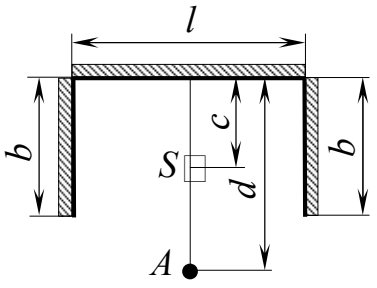
$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 9.

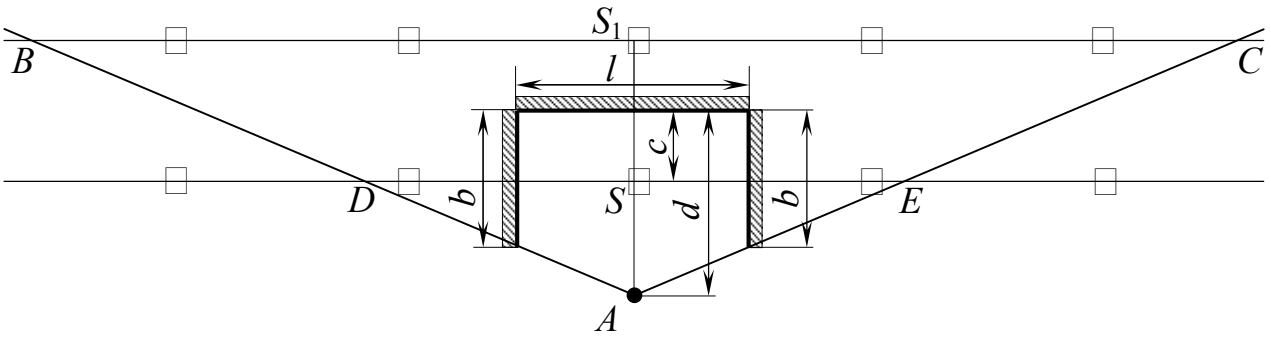
Задание 9. Вариант 8.

На столе перпендикулярно друг другу установлены три вертикальных плоских зеркала: центральное шириной $l = 1$ м и два боковых шириной по $b = 0{,}9$ м. Посередине между боковыми зеркалами на расстоянии $c = 0{,}6$ м от центрального зеркала находится точечный источник света S – горящая свеча (см. рисунок, вид сверху). Сколько изображений свечи в системе зеркал видно из точки A, которая находится на равном расстоянии от боковых зеркал и на расстоянии $d = 1{,}1$ м от центрального зеркала?



Решение.

Построение изображений свечи в системе зеркал показано на рисунке.



Боковые зеркала дают цепочку мнимых изображений, лежащих на прямой, параллельной центральному зеркалу и проходящей через источник S. Расстояния между изображениями равны l.Благодаря центральному зеркалу возникает еще одна цепочка изображений на прямой, находящейся за центральным зеркалом на расстоянии c от него. Из точки A видны только те изображения источника, которые попадают в сектор BAC.

Из подобия треугольников следует, во-первых, что количество изображений, лежащих на прямой BC и видимых из точки A,

$$N_1 = 2\left[\frac{BS_1}{l}\right] + 1 = 2\left[\frac{d+c}{2(d-b)}\right] + 1,$$

где $[x]$ – целая часть x. Во-вторых, количество изображений, лежащих на прямой DE и видимых из точки A,

$$N_2 = 2\left[\frac{DS}{l}\right] = 2\left[\frac{d-c}{2(d-b)}\right].$$

Таким образом, из точки A видно $N_1 + N_2$ изображений свечи S.

Ответ: 11.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2017-2018 учебный год

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

2018 г.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 1 - Решения

Задание 1. (20 баллов)

Процесс формирования угольного пласта зависит от времени (для определенного исторического интервала) в соответствии с законом

$$V = \log_a(a + (t-a)_+) + 2\cdot\log_{a^2}(a^2 + (t-a^2)_+),$$

t – переменная времени, V – объем (в куб. м.), a – параметр структуры грунта, a>1, $(c)_+ = \max(c,0) = \begin{cases} 0, c \le 0, \\ c, c \ge 0 \end{cases}$. При каких значениях a объем пласта находится в пределах от 4 до 7 куб. м при изменении t от 2 до 3?

Решение.

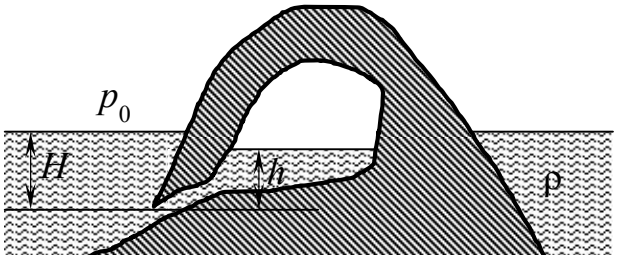
При a>1 значение $V = \log_a(a + (t-a)_+) + 2\log_{a^2}(a^2 + (t-a^2)_+) = \begin{cases} 3, t \le a, \\ \log_a t + 2, a \le t \le a^2, \\ 2\log_a t, t \ge a^2 \end{cases}$

последнее выражение является монотонно возрастающей функцией переменного t. Условие задачи выполнено, если выполняются неравенства

$$V(2) \ge 4, V(3) \le 7 \Leftrightarrow V(2) \ge V(a^2), V(3) \le 7 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow a^2 \le 2, 2\log_a 3 \le 7 \Leftrightarrow a^2 \le 2, 3 \le a^{7/2} \Leftrightarrow a \in [3^{2/7}, 2^{1/2}].$$

Ответ: $a \in [3^{2/7}, 2^{1/2}]$

Задание 2. (15 баллов)



Внутри скалы, выступающей из моря, находится обширная пещера. Ее единственный узкий вход во время прилива затапливается и оказывается на глубине $H = 2$ м под поверхностью воды. При этом внутрь пещеры поступает объем V_0 = 5 м^3 морской воды, а уровень воды в пещере поднимается на высоту h = 1,8 м над входом.

Чему равен полный объем V пещеры? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2. Температуру воздуха в пещере считать постоянной.

Решение. В момент максимального подъема воды при приливе разность уровней воды вне пещеры и внутри нее равна $(H - h)$. В этом случае атмосферное давление над поверхностью моря p_0 и давление воздуха в пещере p связаны равенством:

$$p = p_0 + \rho g(H - h). \qquad (1)$$

Перед началом сжатия воздуха в пещере его давление равно p_0. Поэтому при изотермическом сжатии воздуха в пещере при приливе из закона Бойля–Мариотта получаем:

$$p_0 V = p(V - V_0). \qquad (2)$$

Исключая из соотношений (1) – (2) величину p, окончательно получим:

$$V = V_0\left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)}\right] = 5 \cdot \left[1 + \frac{10^5}{1000 \cdot 10 \cdot (2-1{,}8)}\right] = 255 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = V_0\left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)}\right] = 255$ м^3

Задание 3. (20 баллов)

Зонд для исследования плотности флюида представляет собой цилиндр, который крепится к вертикальной стенке шахты цилиндрической формы. На поверхности зонда находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, в сечении, перпендикулярном оси шахты, имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K, отношение радиусов окружностей равно 3:5. Точка A(отверстие в приборе) лежит на малой окружности, точка B – ближайшая к A точка на большей окружности. Расстояние от точки A до точки B равно 2/5 радиуса большей окружности. Чему равно отношение длины минимальной дуги KB большей окружности к радиусу большей окружности?

Решение.

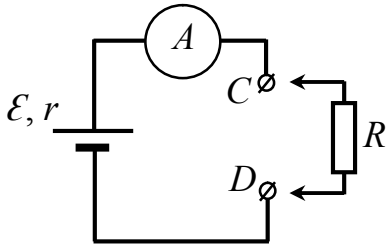
Обозначим угол KOA через α, из отношения радиусов r=3/5R, расстояние от точки A до большей окружности равно 2/5R. Соединим точки O и A прямой, которая пересекают большую окружность в точке B, эта точка – ближайшая к A на большей окружности. В треугольнике O_1OA: O_1O=2/5R, O_1A=3/5R, OA=3/5R . По теореме косинусов $O_1A^2 = O_1A^2 + O_1O^2 - 2O_1A \cdot O_1O \cdot \cos\alpha$, откуда $\cos\alpha$ =1/3. Длина Дуги KB равна $R\alpha$, искомое отношение равно величине угла α .

Ответ: $\arccos(\frac{1}{3})$.

Задание 4. (15 баллов)

В геологии широко применяются методы электроразведки полезных ископаемых, основанные на том, что Земля является проводником электрического тока, и сопротивление между двумя

точками земной поверхности зависит от наличия в толще земли рудных тел, имеющих электрические свойства, отличные от электрических свойств прилегающих земных пород.



Прибор, служащий для измерения сопротивления проводников, называется омметром. На рисунке приведена схема простейшего омметра, состоящего из источника постоянного тока и амперметра с конечным сопротивлением. К клеммам C и D омметра подключается резистор, сопротивление R которого требуется определить. Найти R, если при подключении резистора к клеммам C и D через амперметр течет ток $I = 0{,}01$ А и известно, что при закорачивании клемм C и D проводником с нулевым сопротивлением сила тока через амперметр равна $I_0 = 0{,}5$ А, а при подключении к клеммам C и D резистора сопротивлением $R_1 = 100$ Ом через амперметр течет ток $I_1 = 0{,}25$ А.

Решение. Применяя закон Ома для замкнутой (полной) цепи в случаях, когда а) клеммы C и D закорочены; б) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R; в) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R_1, запишем уравнения:

$$I_0(r + r_A) = \varepsilon,$$
$$I(r + r_A + R) = \varepsilon,$$
$$I_1(r + r_A + R_1) = \varepsilon,$$

где $\mathcal{E}$ и r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника, r_A – сопротивление амперметра.
Исключая из последних двух уравнений величину $r + r_A = \frac{\varepsilon}{I_0}$, получим:

$$R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}$$

и

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}.$$

Поделив эти выражения одно на другое, получим:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}}{\frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}},$$

откуда

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 100 \cdot \frac{\frac{0{,}5}{0{,}01} - 1}{\frac{0{,}5}{0{,}25} - 1} = 4900 \text{ Ом}.$$

Ответ:

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 4900 \text{ Ом}$$

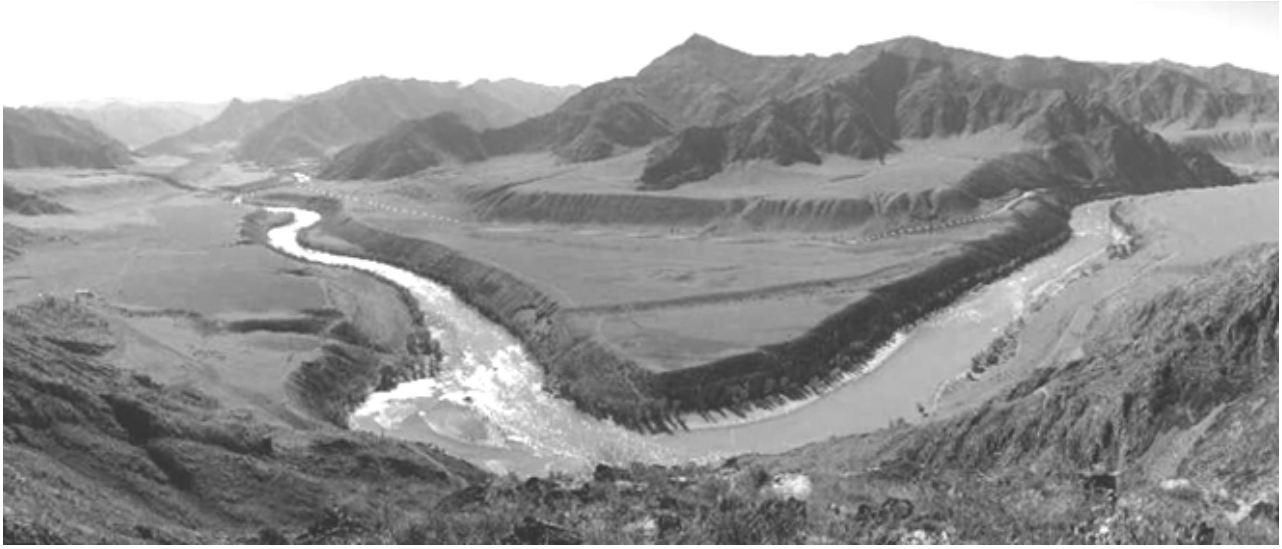
Задание 5. (15 баллов)

Дайте развернутый ответ на вопрос: «От чего зависит состав речной воды?»

В состав речной воды помимо ионов кислорода и водорода входит большое количество неорганических и органических химических соединений, а также твердые взвешенные частицы, микроорганизмы и растворенные газы. Количественное содержание в воде растворенных минеральных веществ называется минерализацией.

Основное влияние на состав речной воды оказывают: 1) источник воды (ледниковые, снеговые, атмосферные, подземные воды изначально обладают разным составом) и время года (в разные периоды года реки питаются за счет разных источников), 2) взаимодействие с горными породами русла реки (легкорастворимые породы легче растворяются, выщелачиваются, увеличивая минерализацию), 3) смешение с другими водами (разрузка высокоминерализованных вод, антропогенное загрязнение, приток соленых морских вод в дельтах и эстуариях, впадение притоков, протекающих в других географических и геологических условиях), 4) скорость течения (быстро текущие горные реки содержат больше твердых взвешенных частиц), 5) температура (с её увеличением растет растворимость минеральных веществ, а также увеличивается количество микроорганизмов).

Задание 6. (15 баллов)
На фотографии изображен фрагмент русла реки.
Как называются характерные элементы русла реки, как они образовывались? Какие геологические процессы развиты на данной территории? Ответ обоснуйте.



На данной фотографии можно увидеть следующие элементы русла реки:

1) *пойма* – низкий участок долины, заливаемый водой в половодье, сложенный рыхлыми речными наносами (аллювием). Поскольку река протекает в горной местности, пойма в настоящий момент выражена слабо, т.к. быстрое течение не позволяет наносам накапливаться; 2) *надпойменные террасы* – выровненные возвышенные горизонтальные или слабо наклонные площадки на склоне речной долины, сложенные чаще аллювием, возникающие при опускании базиса эрозии и формировании рекой нового профиля равновесия (русло опускается, прорезая пойму, которая становится террасой); 3) *меандры* – петлеобразные изгибы русла, возникающие при неравномерном подмывании рекой своих берегов.

На данной территории интенсивней всего проявлена геологическая работа реки, выраженная в 1) разрушении (размыве, растворении) горных пород и формировании русла, 2) переносе рыхлых твердых и растворенных веществ и 3) их отложении (аккумуляции) в пойме и на террасах. На заднем плане видны не высокие горы, в которых проявлены выветривание (механическое измельчение, химическое разложение) пород, геологическая работа ветра (выдувание частиц и механическое истирание), деятельность временных горных потоков и гравитационные процессы (осыпи, оползни и обвалы). Судя по всему, горы довольно древние и процессы их разрушения преобладают над воздыманием (ростом).

2018г.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 2 - Решения

Задание 1. (20 баллов)

Процесс формирования угольного пласта зависит от времени (для определенного исторического интервала) в соответствии с законом

$$V = \log_a(a + (t-a)_+) + 2\cdot\log_{a^2}(a^2 + (t-a^2)_+),$$

t – переменная времени, V – объем (в куб. м.), a – параметр структуры грунта, a>1, $(c)_+ = \max(c,0) = \begin{cases} 0, c \le 0, \\ c, c \ge 0 \end{cases}$. При каких значениях a объем пласта находится в пределах от 4 до 6.5 куб. м при изменении t от 2 до 3?

Решение.

При a>1 значение $V = \log_a(a + (t-a)_+) + 2\log_{a^2}(a^2 + (t-a^2)_+) = \begin{cases} 3, t \le a, \\ \log_a t + 2, a \le t \le a^2, \\ 2\log_a t, t \ge a^2 \end{cases}$

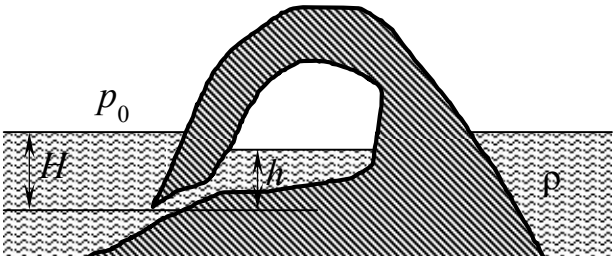
последнее выражение является монотонно возрастающей функцией переменного t. Условие задачи выполнено, если выполняются неравенства

$$V(2) \ge 4, V(3) \le 6.5 \Leftrightarrow V(2) \ge V(a^2), V(3) \le 13/2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow a^2 \le 2, 2\log_a 3 \le 13/2 \Leftrightarrow a^2 \le 2, 3 \le a^{13/4} \Leftrightarrow a \in [3^{4/13}, 2^{1/2}]$$

Ответ: $a \in [3^{4/13}, 2^{1/2}]$

Задание 2. (15 баллов)

Внутри скалы, выступающей из моря, находится обширная пещера. Ее единственный узкий вход во время прилива затапливается и оказывается на глубине H = 2 м под поверхностью воды. При этом внутрь пещеры поступает объем V_0 = 10 м^3 морской воды, а уровень воды в пещере поднимается на высоту h = 1,5 м над входом.



Чему равен полный объем V пещеры? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2. Температуру воздуха в пещере считать постоянной.

Решение. В момент максимального подъема воды при приливе разность уровней воды вне пещеры и внутри нее равна $(H - h)$. В этом случае атмосферное давление над поверхностью моря p_0 и давление воздуха в пещере p связаны равенством:

$$p = p_0 + \rho g(H - h). \qquad (1)$$

Перед началом сжатия воздуха в пещере его давление равно p_0. Поэтому при изотермическом сжатии воздуха в пещере при приливе из закона Бойля–Мариотта получаем:

$$p_0 V = p(V - V_0). \qquad (2)$$

Исключая из соотношений (1) – (2) величину p, окончательно получим:

$$V = V_0\left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)}\right] = 10 \cdot \left[1 + \frac{10^5}{1000 \cdot 10 \cdot (2-1{,}5)}\right] = 210 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = V_0\left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)}\right] = 210$ м^3

Задание 3. (20 баллов)

Зонд для исследования плотности флюида представляет собой цилиндр, который крепится к вертикальной стенке шахты цилиндрической формы. На поверхности зонда находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, в сечении, перпендикулярном оси шахты, имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K, отношение радиусов окружностей равно 3:5. Точка A(отверстие в приборе) лежит на малой окружности, точка B – ближайшая к A точка на большей окружности. Расстояние от точки A до точки B равно 1/5 радиуса большей окружности. Чему равно отношение длины минимальной дуги KB большей окружности к радиусу большей окружности?

Решение.

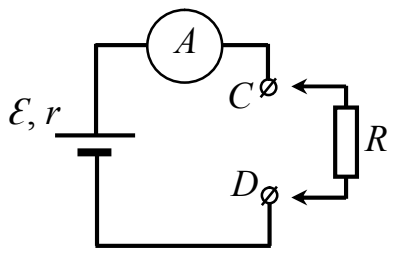
Обозначим угол KOA через α, из отношения радиусов r=3/5R, расстояние от точки A до большей окружности равно 1/5R. Соединим точки O и A прямой, которая пересекают большую окружность в точке B, эта точка – ближайшая к A на большей окружности. В треугольнике O_1OA: O_1O=2/5R, O_1A=3/5R, OA=4/5R . По теореме косинусов $O_1A^2 = O_1A^2 + O_1O^2 - 2O_1A \cdot O_1O \cdot \cos\alpha$, откуда $\cos\alpha$ =11/16. Длина Дуги KB равна $R\alpha$, искомое отношение равно величине угла α.

Ответ: $\arccos(\frac{11}{16})$.

Задание 4. (15 баллов)

В геологии широко применяются методы электроразведки полезных ископаемых, основанные на том, что Земля является проводником электрического тока, и сопротивление между двумя точками земной поверхности зависит от наличия в толще земли рудных тел, имеющих электрические свойства, отличные от электрических свойств прилегающих земных пород.

Прибор, служащий для измерения сопротивления проводников, называется омметром. На рисунке приведена схема простейшего омметра, состоящего из источника постоянного тока и амперметра с конечным сопротивлением. К клеммам C и D омметра подключается резистор, сопротивление R которого требуется определить. Найти R, если при подключении резистора к клеммам C и D через амперметр течет ток I = 0,02 А и известно, что при закорачивании клемм C и D проводником с нулевым сопротивлением сила тока через амперметр равна I_0 = 0,4 А, а при подключении к клеммам C и D резистора сопротивлением R_1 = 50 Ом через амперметр течет ток I_1 = 0,2 А.



Решение. Применяя закон Ома для замкнутой (полной) цепи в случаях, когда а) клеммы C и D закорочены; б) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R; в) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R_1, запишем уравнения:

$$I_0(r + r_A) = \varepsilon,$$
$$I(r + r_A + R) = \varepsilon,$$
$$I_1(r + r_A + R_1) = \varepsilon,$$

где $\mathcal{E}$ и r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника, r_A – сопротивление амперметра.
Исключая из последних двух уравнений величину $r + r_A = \frac{\varepsilon}{I_0}$, получим:

$$R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}$$

и

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}.$$

Поделив эти выражения одно на другое, получим:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}}{\frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}},$$

откуда

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 50 \cdot \frac{\frac{0{,}4}{0{,}02} - 1}{\frac{0{,}4}{0{,}2} - 1} = 950 \text{ Ом}.$$

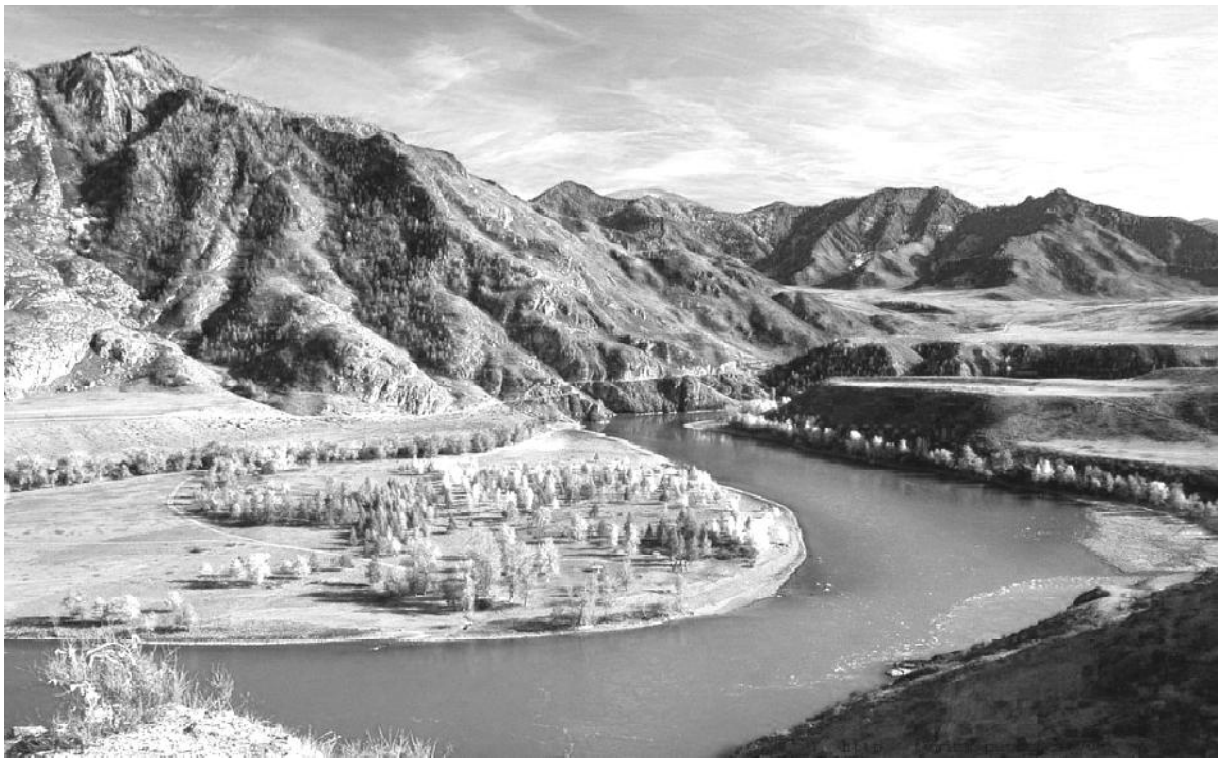
Ответ:

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 950 \text{ Ом}$$

Задание 5. (15 баллов)
Дайте развернутый ответ на вопрос: «От чего зависит состав подземных вод?»
В состав подземных вод помимо ионов кислорода и водорода входит большое количество неорганических и органических химических соединений, а также твердые взвешенные частицы, микроорганизмы и растворенные газы. Количественное содержание в воде растворенных минеральных веществ называется минерализацией. Состав подземных вод определяется:
1) взаимодействием с горными породами водоносного горизонта (растворение, выщелачивание, гидролиз), которое определяет минерализацию подземных вод (легкорастворимые породы

легче растворяются, увеличивая минерализацию); 2) источником питания (атмосферные воды, речные, болотные, подземные воды (например, минерализованные) и временем года, так как в разные периоды некоторые источники питания отсутствуют); 3) антропогенным загрязнением (например, поступлением удобрений с полей), 4) глубиной залегания подземных вод, температурой и давлением.

Задание 6. (15 баллов)
На фотографии изображен фрагмент русла реки.
Как называются характерные элементы русла реки, как они образовывались? Какие геологические процессы развиты на данной территории? Ответ обоснуйте.



На данной фотографии можно увидеть следующие элементы русла реки:

1) *пойма* – низкий участок долины, заливаемый водой в половодье, сложенный рыхлыми речными наносами (аллювием). Поскольку река протекает в горной местности, пойма в настоящий момент выражена слабо, т.к. быстрое течение не позволяет наносам накапливаться; 2) *надпойменные террасы* – выровненные возвышенные горизонтальные или слабо наклонные площадки на склоне речной долины, сложенные чаще аллювием, возникающие при опускании базиса эрозии и формировании рекой нового профиля равновесия (русло опускается, прорезая пойму, которая становится террасой); 3) *меандры* – петлеобразные изгибы русла, возникающие при неравномерном подмывании рекой своих берегов.

На данной территории интенсивней всего проявлена геологическая работа реки, выраженная в 1) разрушении (размыве, растворении) горных пород и формировании русла, 2) переносе рыхлых твердых и растворенных веществ и 3) их отложении (аккумуляции) в пойме и на террасах. На заднем плане видны не высокие горы, в которых проявлены выветривание (механическое измельчение, химическое разложение) пород, геологическая работа ветра (выдувание частиц и механическое истирание), деятельность временных горных потоков и гравитационные процессы (осыпи, оползни и обвалы). Судя по всему, горы довольно древние и процессы их разрушения преобладают над воздыманием (ростом).

Критерии оценки решений

Критерии оценки	Баллы					
	Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**	**Задание 5**	**Задание 6**
Задание выполнено правильно: ответ верен, в работе есть полное обоснование полученного ответа (для заданий 1-4); в работе дан исчерпывающий ответ на поставленное геологическое задание (для заданий 5 и 6)	20	15	20	15	15	15
Задание выполнено с небольшими недочетами: - арифметическая ошибка на завершающем этапе при полностью правильном алгоритме решения, что повлекло за собой неверный ответ; - правильный ответ при недостаточно полном обосновании, как он получен; - недостаточно полное обоснование ответов на геологические задания.	10	10	10	10	10	10
Задание выполнено с существенными недочетами: - решение было начато правильно, но не доведено до ответа из-за принципиальной ошибки в рассуждениях; - ответы на геологические задания даны крайне поверхностно и неполно.	5	5	5	5	5	5
Задание не выполнено: - решение с самого начала велось неверным путем; - отсутствие выполненного задания в работе.	0	0	0	0	0	0

При правильном решении, но небрежном оформлении решений задания 1 или задания 3 жюри вправе снизить оценку на 5 баллов.

2018 г.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (5-9 классы)

Задания с решениями и ответами

Задание 1. (20 баллов)

Три буровые установки расположены не на одной прямой, но соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от первой буровой установки до третьей через вторую вчетверо длиннее прямолинейного пути между ними. Расстояние от второй буровой установки до третьей через первую равно 85 км. На сколько км расстояние от первой буровой установки до второй через третью может превышать при указанных условиях длину соответствующего прямолинейного пути?

Решение.

Пусть x – расстояние между первой буровой установкой и второй, y - расстояние между второй буровой установкой и третьей, z - расстояние между первой буровой установкой и третьей, тогда имеем $x + y = 4z, z + y = x + a, a > 0, x + z = 85$

Из третьего уравнения получаем $z=85-x$.

Подставляя в первое и второе уравнение, получим $5x+y=340$,$2x-y=85-a$.

Отсюда $x=(425-a)/7$,$y=(255+5a)/7$,$z=(170+a)/7$. Так как $y>z$ и $x<y+z$, то расположение возможно тогда и только тогда, когда $y<x+z$, откуда $0<a<68$.

Ответ: Менее 68 км

Задание 2. (15 баллов)

В теплоизолированный бак положили кусок льда массой m_1 = 1 кг с температурой t_1 = –10 °C и залили лед водой с температурой t_2 = 20 °C. Масса воды m_2 = 2 кг. Какая температура установится в баке при тепловом равновесии? Теплоемкостью бака пренебречь. Удельная теплоемкость льда $c_1 = 2100$ Дж/(кг · °C), удельная теплоемкость воды $c_2 = 4200$ Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.

Решение.

Конечная температура может быть равна температуре плавления льда, то есть 0 °C, а может быть выше или ниже нуля. Всё зависит от чисел в условии. Общий вид решения тоже зависит от этих чисел. Поэтому решение строится на анализе числовых данных.

При нагревании льда от –10 °C до 0 °C лед получает количество теплоты

$$Q_1 = c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta t_1 = 2100 \cdot 1 \cdot 10 \text{ Дж} = 21000 \text{ Дж} = 21 \text{ кДж}.$$

Для плавления льда требуется количество теплоты $Q_2 = m_1\,\lambda = 1 \cdot 330 = 330$ кДж.

Вода при остывании от 20 °C до 0 °C отдает количество теплоты

$$Q_3 = c_2 \cdot m_2 \cdot \Delta t_2 = 4200 \cdot 2 \cdot 20 \text{ Дж} = 168000 \text{ Дж} = 168 \text{ кДж}.$$

Сравнивая эти величины, получаем:

$$Q_1 < Q_3 < Q_1 + Q_2.$$

Значит, при остывании воды до 0 °C выделившегося количества теплоты хватит, чтобы нагреть весь лед до температуры плавления и растопить только часть льда, но не весь лед. Поэтому в конечном состоянии при тепловом равновесии в баке будут вода и лед при температуре 0 °C.

Ответ: $t = 0$ °C

Задание 3. (20 баллов)

Найденный образец ценной породы необходимо разрезать на 2 части таким образом, чтобы суммарная их стоимость составляла не менее 82% от стоимости исходного образца. Считается, что стоимость образца данной породы пропорциональна квадрату его массы. Какое может быть соотношение масс этих двух частей породы?

Решение.

Пусть масса образца равна m, отделяется x, тогда суммарная стоимость двух частей

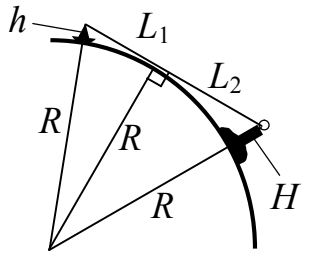
$$kx^2 + k(m-x)^2 \geq 0.82km^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2mx + 0.18m^2 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 0.1m \\ x \geq 0.9m \end{array}\right.. \text{ Отсюда } \frac{m-x}{x} \geq 9.$$

Ответ: отношение массы большей части к массе меньшей части не менее 9.

Задание 4. (15 баллов)

На высоком морском берегу расположен маяк. Прожектор маяка находится на высоте $H = 150$ м над уровнем моря. Найдите максимальное расстояние L, на котором свет от маяка виден с верхушки мачты корабля в открытом море, если верхушка мачты находится на высоте $h = 40$ м над поверхностью воды. Распространение света в воздухе считать прямолинейным. Принять радиус Земли $R = 6400$ км.

Решение.



Расстояние между маяком и кораблём максимально, когда свет маяка виден только с верхушки мачты корабля. В этом случае луч света от прожектора маяка к верхушке мачты проходит по касательной к поверхности воды (см. рисунок). Из рассмотрения рисунка следует, что $L = L_1 + L_2$. Величины L_1 и L_2 определяются по теореме Пифагора для двух прямоугольных треугольников на рисунке:

$$L_1 = \sqrt{(R+h)^2 - R^2},\ L_2 = \sqrt{(R+H)^2 - R^2}.$$

Тогда

$$L = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} + \sqrt{(R+H)^2 - R^2} =$$
$$= \sqrt{(2R+h)\cdot h} + \sqrt{(2R+H)\cdot H}.$$

Учитывая, что $R \gg h$ и $R \gg H$, упростим выражение для L: $L \approx \sqrt{2Rh} + \sqrt{2RH}$. Подставляя числовые значения из условия, получим

$$L \approx \sqrt{2\cdot 6400\cdot 0{,}04} + \sqrt{2\cdot 6400\cdot 0{,}15} \approx 66 \text{ км}.$$

Ответ: $L \approx \sqrt{2Rh} + \sqrt{2RH} \approx 66$ км

Задание 5. (15 баллов)

Дайте развернутые ответы на вопросы: «*Как геологическая деятельность поверхностных вод суши меняет рельеф планеты? Какие формы рельефа при этом образуются?*»

Ответ:
Поверхностные воды суши включают в себя временные и постоянные водные потоки, а также озёра и болота. Влияние последних на рельеф незначительно. Геологическая деятельность водных потоков заключается в 1) разрушении горных пород, 2) переносе рыхлых твердых и растворенных веществ и 3) их отложении (аккумуляции).
Дождевые и талые снеговые поверхностные воды переносят вниз по склонам мелкий обломочный материал – песчинки, формируя у подножия склонов пологие накопления – *делювий*. Временные водные и грязекаменные потоки (сели) формируют в склонах углубления – *рытвины, овраги*, а у подножия склонов характерные по форме *конусы выноса*, сложенные *пролювием* (слабо сортированным рыхлым обломочным материалом). Мощные постоянные потоки – *реки* проводят интенсивную разрушительную боковую и донную *эрозию* и формируют *речные долины.* В их строении выделяют *пойму* – низкий участок долины, заливаемый в половодье, сложенный рыхлыми отложениями (*аллювием*) и *террасы* – возвышающиеся над поймой выровненные горизонтальные или слабо наклонные площадки на склонах речных долин. При неравномерном подмывании рекой берегов возникают характерные изгибы – *меандры*.
В месте впадения реки в море формируются конусы выноса обломочного материала, приносимого рекой – *дельты* или воронкообразные заливы, глубоко вдающиеся в долину реки – *эстуарии*.

Задание 6. (15 баллов)
Что изображено на фотографии? Как называются отдельные элементы этого геологического объекта? Как происходило их образование?

Ответ:
На фотографии изображена конусовидная вулканическая постройка. Данный *вулкан* относится к *центральному типу*, т.к. имеет единый центральный подводящий трубообразный канал (*жерло*), уходящий на глубину к *магматическому очагу*. По жерлу магма из очага движется к поверхности, теряет летучие вещества, превращаясь в лаву. На фотографии хорошо видна верхняя часть жерла – *кратер*. Это чашеобразное или воронкообразное углубление на вершине вулканического конуса, диаметром и глубиной десятки и сотни метров. Изливаясь из кратера, лава стекает по конусу вулкана, наращивая его вверх. В строении вулканической постройки помимо лавовых потоков участвуют рыхлые продукты извержений - *туфы*. Склоны вулкана покрыты глубокими оврагами, называемыми *барранкосами*.
Слева от конуса видна выровненная площадка, окаймленная валом. Вероятно, это остатки *кальдеры* – крупного округлого провала, сформировавшегося на месте более древнего вулканического конуса. Впоследствии во время новых извержений в центре кальдеры вырос молодой конус, которые мы наблюдаем сейчас. По всей вероятности данный вулкан ещё недавно (десятки или сотни лет назад) проявлял свою активность, т.к. его центральная верхняя часть практически лишена растительности.

<u>Критерии оценки решений</u>

Критерии оценки	**Баллы**					
	Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**	**Задание 5**	**Задание 6**
Задание выполнено правильно: ответ верен, в работе есть полное обоснование полученного ответа (для заданий 1-4); в работе дан исчерпывающий ответ на поставленное геологическое задание (для заданий 5 и 6)	20	15	20	15	15	15
Задание выполнено с небольшими недочетами: - арифметическая ошибка на завершающем этапе при полностью правильном алгоритме решения, что повлекло за собой неверный ответ; - правильный ответ при	10	10	10	10	10	10

недостаточно полном обосновании, как он получен; - недостаточно полное обоснование ответов на геологические задания.						
Задание выполнено с существенными недочетами: - решение было начато правильно, но не доведено до ответа из-за принципиальной ошибки в рассуждениях; - ответы на геологические задания даны крайне поверхностно и неполно.	5	5	5	5	5	5
Задание не выполнено: - решение с самого начала велось неверным путем; - отсутствие выполненного задания в работе.	0	0	0	0	0	0