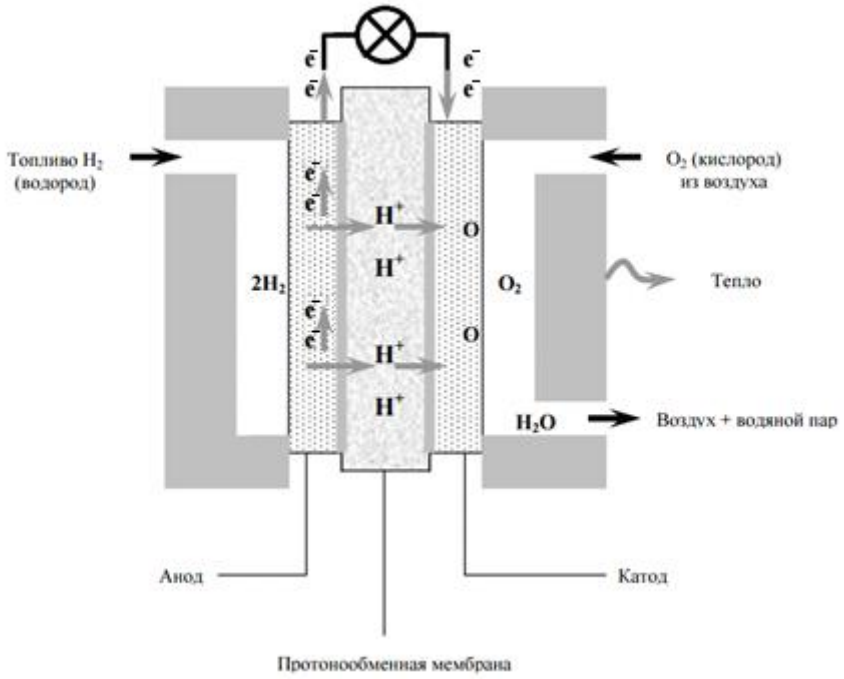
# Решения заданий первого тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019 10-11 классы

**Задача 1 (20 баллов).**

В последние десятилетия активно развивается альтернативная энергетика. Одно из ее направлений – водородная энергетика, основная идея которой состоит в использовании водорода в качестве топлива с помощью так называемых водородных топливных элементов.

Химические реакции в водородных топливных элементах идут на пористых электродах (аноде и катоде). На аноде водород разделяется на ионы ($H^+$) и электроны в соответствии с реакцией $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$ (см. рис.). Ионы водорода (протоны) мигрируют через мембрану к катоду, где происходит образование молекул воды из протонов, электронов и кислорода (из воздуха) в соответствии с реакцией $0{,}5\ O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2O + Q$. Поток электронов при замыкании внешнего контура дает электрический ток, который используется различными потребителями.




Рассмотрим батарею из 10 соединенных последовательно водородных топливных элементов, которая используется для энергоснабжения лампочки. Известно, что при этом расход водорода составляет 9 л/час (при н.у.). Пусть батарея топливных элементов создает ЭДС 12 В и обладает внутренним сопротивлением 1 Ом. Оцените мощность, выделяющуюся на лампочке. Воздух поступает в водородный топливный элемент в избытке.

***Решение:***

**По условию задачи за один час батарея топливных элементов расходует $V$ = 9 л водорода при н.у. Найдем соответствующее количество вещества водорода, расходуемого в течение одного часа в одном топливном элементе:**

$$\nu_1 = \frac{1}{10} \cdot \frac{V}{V_m}$$

**Количество электронов, которые протекут через цепь за 1 час, равно**

$N_e = 2\nu_1 N_A$**, где** $N_A$ **- число Авогадро.**

**Сила тока** $I$ **по определению равна отношению заряда** $Q$**, который протек через участок цепи, к времени** $t$ **(в нашем случае – 1 час):**

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{q_e N_e}{t} = \frac{2q_e \nu_1 N_A}{t},$$

**где** $q_e$ **- заряд одного электрона, а умножение на два возникает из-за того, что при разложении каждой молекулы водорода высвобождается 2 электрона.**

**Запишем закон Ома для цепи, состоящей из батареи топливных элементов и лампочки:**

$\varepsilon = (R_Л + r_{ТЭ})I$ **, где** $\varepsilon$ **– ЭДС батареи топливных элементов, а** $r_{ТЭ}$ **– внутреннее сопротивление батареи топливных элементов.**

**Найдем из этого выражения сопротивление лампочки** $R_Л$ **:**

$$R_Л = \frac{\varepsilon}{I} - r_{ТЭ}$$

**Мощность, выделяющаяся на лампочке, равна**

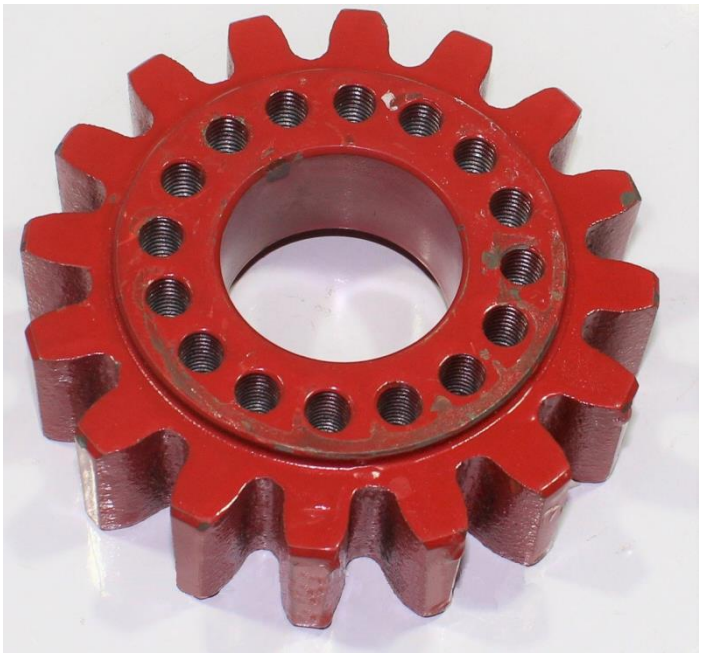
$P_Л = I^2 R_Л = I^2(\frac{\varepsilon}{I} - r_{ТЭ}) = I\varepsilon - I^2 r_{ТЭ} = I\,(\varepsilon - I r_{ТЭ})$, где $I = \frac{2q_e \nu_1 N_A}{t} = \frac{2q_e V N_A}{10 V_m t} \approx 2,15\ A$

**Тогда** $P_Л \approx 21{,}18\ Вт$

***Ответ: 21,18 Вт.***

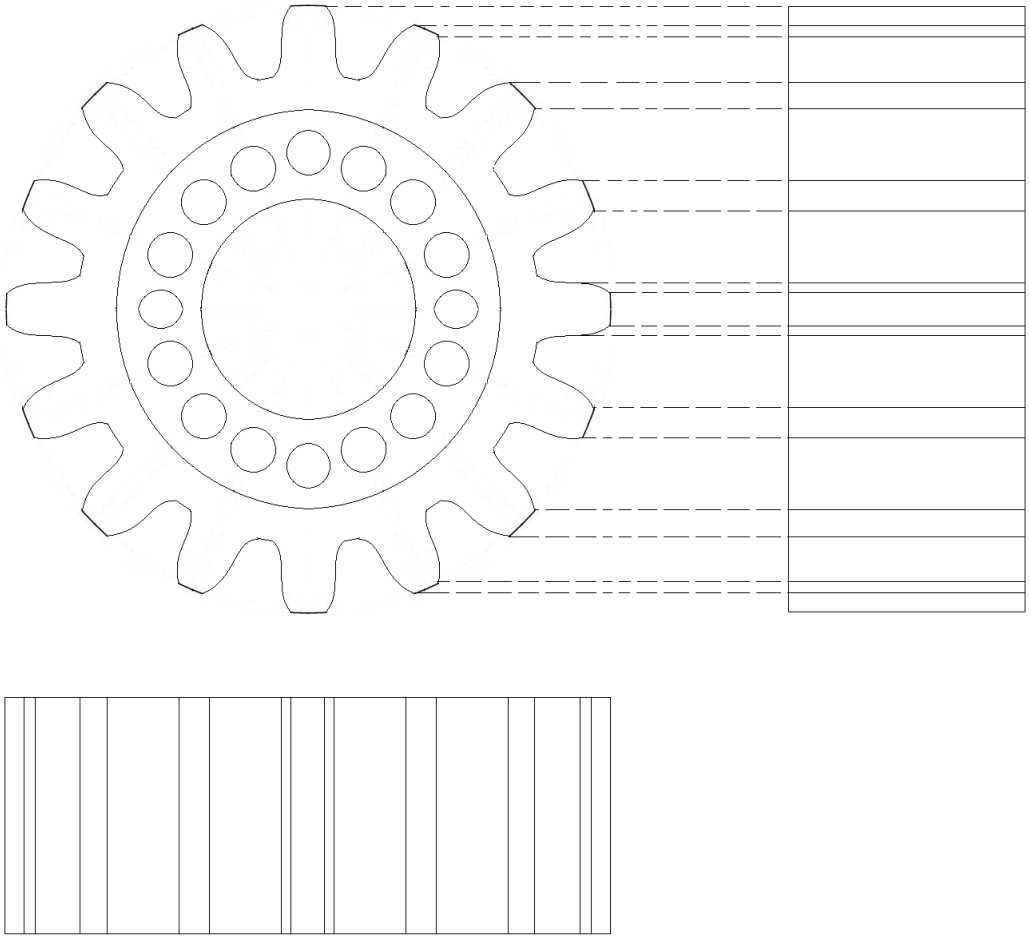
**Задача 2 (15 баллов).**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций детали, изображенной на рисунке.



***Решение:***

**Одно из возможных решений задачи:**



**Задача 3 (15 баллов).**

При реакции электролиза амфотерного металла А со своим четырехвалентным оксидом и купоросным маслом выделилось 0,90 г воды и 15,15 г двухвалентной соли. Определите металл А. Проведите необходимые вычисления. Запишите уравнение электролиза. В каком широко распространенном устройстве применяется данная реакция?

***Решение:***

**Уравнение электролиза амфотерного металла А со своим четырехвалентным оксидом и купоросным маслом в общем виде:**

**$A + AO_2 + 2\ H_2SO_4 = 2\ ASO_4 + 2\ H_2O$ (1)**

**Рассчитаем количество выделившейся воды:**

**$\nu(H_2O) = m(H_2O): \mu\ (H_2O) = 0{,}90$ г : 18 г/моль = 0,05 моль**

**Из уравнения (1) $\nu(ASO_4) : \nu(H_2O) = 1 : 1 \Rightarrow \nu(ASO_4) = 0{,}05$ моль $\Rightarrow \mu(ASO_4) = m(ASO_4) : \nu(ASO_4) = 15{,}15$ г : 0,05 моль = 303 г/моль $\Rightarrow \mu(A) = 207$ г/моль, таким образом, А – свинец.**

**Уравнение электролиза:**

**$Pb + PbO_2 + 2\ H_2SO_4 = 2\ PbSO_4 + 2\ H_2O$ (2)**

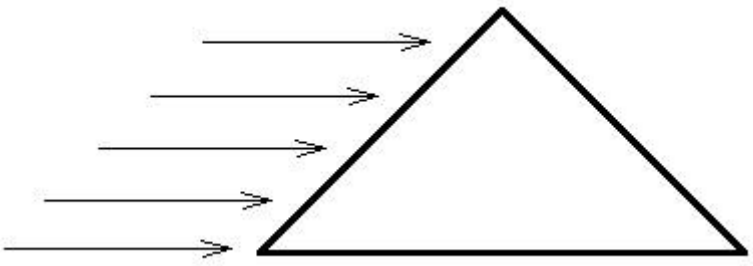
**На реакции (2) основана работа широко применяемого свинцово-кислотного аккумулятора.**

**Задача 4 (15 баллов).**

Поверхность двускатной симметричной крыши дома полностью покрыта солнечными батареями. Угол между скатами составляет 90°, причем конек крыши направлен с юга на север. Владелец дома Саша узнал, что грядущий день будет ясным, солнце встанет строго на востоке и в наивысшей точке траектории будет находиться прямо над головой. Сразу после восхода солнца вырабатываемая солнечными батареями мощность составляет 2 кВт. К энергосети дома, единственным источником питания которой служат солнечные батареи, подключен накопительный водонагреватель. При каком положении солнца Саша быстрее всего сможет нагреть 60 л воды на 20°C? Оцените время, которое потребуется на нагрев. Отражением солнечных лучей и теплопотерями пренебрегите. Ответ поясните.

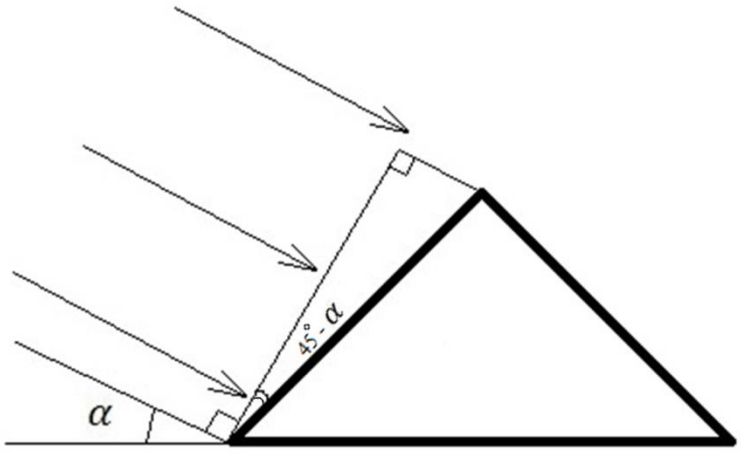
***Решение:***

**Пусть $S$ – площадь одного ската крыши. Сразу после восхода солнечные лучи падают на крышу параллельно поверхности земли, то есть под углом в 45° к восточному скату крыши:**



**Площадь перпендикулярного сечения светового потока (сечения плоскостью, перпендикулярной направлению лучей светового потока), попадающего на крышу, составляет при этом $S\cos 45° = \frac{S}{\sqrt{2}}$.**

**В момент, когда угол между видимым положением солнца и горизонтом равен $\alpha \leq 45°$, солнечные лучи попадают только на один скат крыши, угол падения равен $45° - \alpha$:**




**Площадь перпендикулярного сечения светового потока, попадающего на крышу, составляет при этом $S\cos(45^\circ - \alpha) \le S$.**

**В момент, когда угол между видимым положением солнца и горизонтом равен $45^\circ < \alpha \le 90^\circ$, солнечные лучи попадают на оба ската крыши, углы падения равны $\alpha - 45^\circ$ и $135^\circ - \alpha$. Площадь перпендикулярного сечения светового потока, попадающего на крышу, составляет при этом**

$$S\cos(\alpha - 45^\circ) + S\cos(135^\circ - \alpha) = 2S\cos 45^\circ \cos(90^\circ - \alpha) = \sqrt{2}S\sin\alpha \le \sqrt{2}S.$$

**Так как вырабатываемая солнечными батареями мощность пропорциональна площади перпендикулярного сечения светового потока, попадающего на крышу, ее максимальное значение приходится на $\alpha = 90^\circ$, то есть на положение солнца в наивысшей точке траектории. При этом вырабатываемая мощность в два раза больше, чем сразу после рассвета, то есть равна 4 кВт.**

**Предположим, что за время нагрева воды солнце сдвинется незначительно; тогда за это время незначительно изменится и мощность, вырабатываемая солнечными батареями. Время, требующееся на нагрев 60 л воды на 20 градусов при мощности 4 кВт, составляет $t = \frac{Cm\Delta T}{P} = \frac{4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}\cdot 60\text{кг}\cdot 20^\circ\text{C}}{4000\text{Вт}} = 21$ мин.**

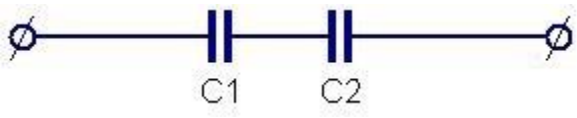
**Положение солнца за это время, действительно, почти не изменится (при 12-часовом световом дне солнце за 21 минуту сдвинется всего на $\frac{180^\circ\cdot 21}{12\cdot 60} = 5,25^\circ$). Поэтому для оценки времени нагрева мы действительно можем принять постоянной мощность, вырабатываемую батареями.**

***Ответ: Саша быстрее всего нагреет воду, когда солнце находится в зените. Время нагрева составит 21 мин.***

**Задача 5 (15 баллов).**

Инженеру Васе нужно измерить электрическую прочность некоторого диэлектрика (максимальную напряженность электрического поля, которую данный материал выдерживает без пробоя). У Васи есть неразборный электрический модуль, схема которого показана на рисунке. На этой схеме $C_1$ и $C_2$ – плоские конденсаторы известной емкости $C_1 \neq C_2$, в которых расстояние между электродами

заполнено исследуемым диэлектриком. В обоих конденсаторах расстояние между электродами равно $d$. Подсоединив модуль к источнику тока с регулируемой ЭДС Ɛ и повышая постепенно Ɛ, Вася обнаружил, что пробой модуля наступает при $\mathcal{E} = U$. Чему равна электрическая прочность диэлектрика, которым заполнены конденсаторы?




***Решение:***

**При последовательном соединении напряжения на конденсаторах распределяются обратно пропорционально их ёмкостям, т.е. в момент возникновения пробоя на конденсаторе с ёмкостью $C_1$ было напряжение $U_1 = \frac{C_2}{C_1+C_2}U$, а на конденсаторе $C_2$ – напряжение $U_2 = \frac{C_1}{C_1+C_2}U$. Поскольку расстояние между пластинами в обоих конденсаторах одинаковое, сначала пробой произошёл в том из них, на котором было бóльшее напряжение, т.е. в конденсаторе с меньшей ёмкостью. Если $C = \max(C_1, C_2)$, то пробой начинается в конденсаторе, напряжение на котором равно $\frac{C}{C_1+C_2}U$. Следовательно, искомая электрическая прочность равна $E_{max} = \frac{C}{C_1+C_2}\cdot\frac{U}{d}$.**

***Ответ:*** $E_{max} = \frac{\max(C_1,C_2)}{C_1+C_2}\cdot\frac{U}{d}$

**Задача 6 (20 баллов).**

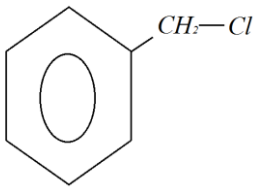
При реакции вещества А, являющегося монохлорпроизводной углеводорода, с металлом В IIA группы, имеющим плотность при н.у. 1,738 г/см$^3$, получилось вещество С, плотность которого по воздуху равна 5,19. При добавлении к веществу С вещества D (где D – бесцветная жидкость с характерным запахом горького миндаля или яблочных косточек) получилось вещество Е, имеющее в своем составе 2 бензольных кольца. Определите вещества А, В, С, D, Е. Напишите уравнения реакций описанных выше процессов.

***Решение:***

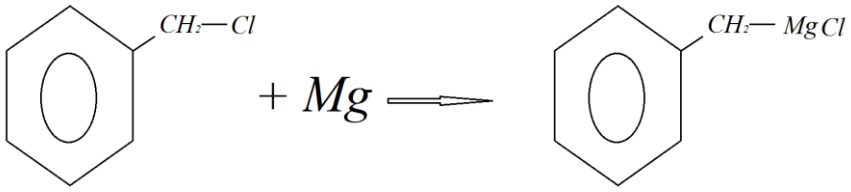
**Из условия задачи очевидно, что В – магний (элемент IIA группы, имеющий плотность при н.у. 1,738 г/см$^3$).**

**$C_xH_yCl + Mg = C_xH_yMgCl$**

**μ(С) = 5,19 · μ(воздуха)= 5,19 · 29 г/моль ≈150,5 г/моль => μ($C_xH_y$) = 91г/моль => $C_xH_y$ – это $C_7H_7$, откуда А – это**

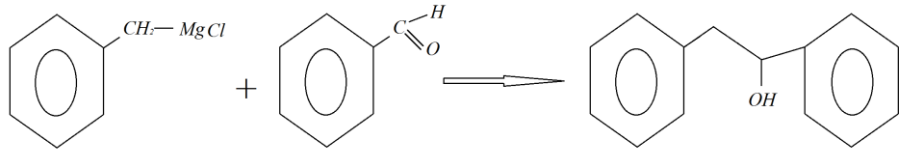


**1 реакция:**




***вещество A*** ***вещество B*** ***вещество C***

**2 реакция:**



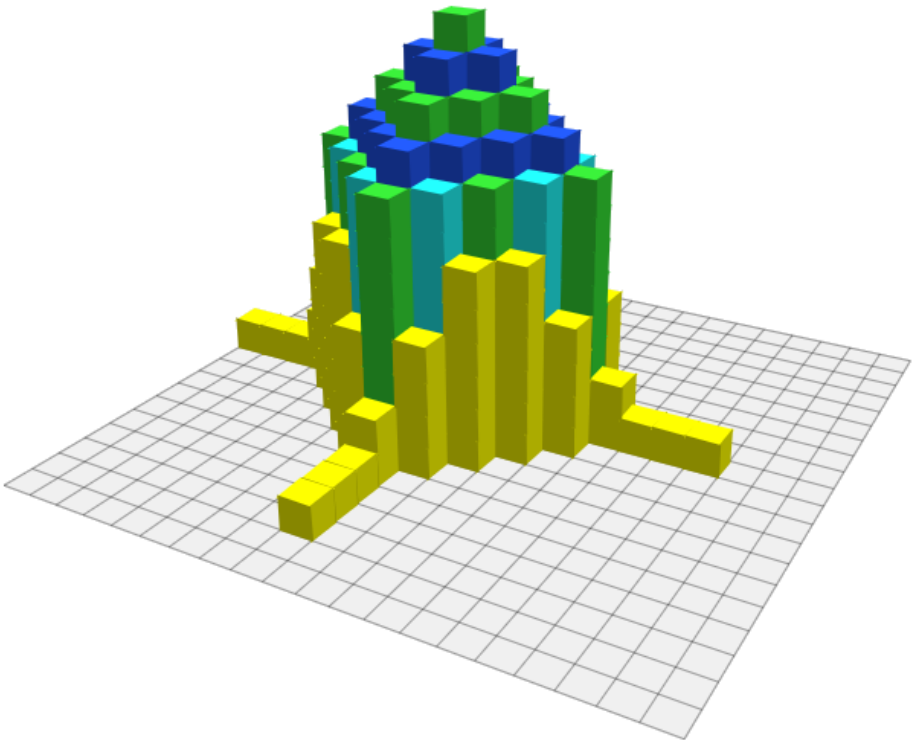

**$H_2O$ +** **+ MgOHCl**

***вещество D*** ***вещество E***

# Решения заданий второго тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019
# 10-11 классы

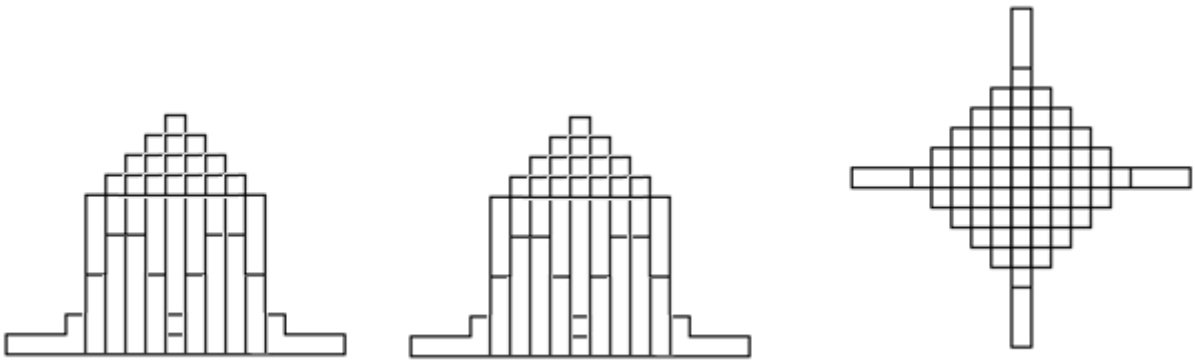
**Задача 1 (15 баллов).**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций фигуры, изображенной на рисунке.



***Решение:***

**Одно из возможных решений задачи:**



**Задача 2 (15 баллов).**

В процессе нагревания воды до закипания в обычной (негерметичной) кастрюле некоторое количество воды испаряется. Из скороварки (герметично закрытой кастрюли) вода не испаряется, но кипение начинается при более высокой температуре, так как с ростом давления температура кипения повышается. Какая минимальная часть воды (массовая доля) должна испариться из обычной кастрюли в процессе нагревания воды до кипения, чтобы вода в скороварке закипела быстрее, чем в кастрюле? Считать, что в скороварке вода закипает при $t = 110$ °C, а масса воды в скороварке равна массе воды в обычной кастрюле.

***Решение:***

**Пусть $c \approx 4,2$ кДж/(кг·К) – удельная теплоемкость воды, а $\lambda \approx 2,25$ МДж/кг – удельная теплота парообразования. Пусть масса воды, налитой и в кастрюлю, и в скороварку, равна $M$, а при нагревании обычной кастрюли испарилась вода массой $m$. Тогда на испарение этой воды пошла тепловая энергия $Q_1 = \lambda m$. В то же время на дополнительное (по сравнению с обычной кастрюлей) нагревание воды в скороварке была затрачена энергия $Q_2 = cM(t - t_к)$, где $t_к = 100$ °C – температура кипения воды при атмосферном давлении. Вода в скороварке закипит быстрее, если $Q_2 < Q_1$, т.е. если $\frac{m}{M} > \frac{c(t-t_к)}{\lambda} \approx 2\%$.**

***Ответ: 2%.***

**Задача 3 (15 баллов).**

Материаловед Коля разработал три новых очень легких, но оказавшихся довольно непрочными, материала А, Б и В, которые он хочет использовать для хранения питьевой воды при температурах в диапазоне от $-10$ °C до комнатной. Оказалось, что максимальное относительное линейное растяжение, которое эти материалы выдерживают под нагрузкой без разрушения, составляет 1%, 2% и 4% соответственно. Останутся ли целыми при охлаждении до $-5$ °C целиком заполненные водой при комнатной температуре тонкостенные кубы, изготовленные из этих материалов? Считать, что кубы деформируются с сохранением формы.

***Решение:***

**При замерзании объем воды увеличивается приблизительно на 9%. Это означает, что сторона куба, занятого водой, при охлаждении до $-5$ °C удлиняется приблизительно на 3% (так как $\sqrt[3]{1,09} - 1 \approx 1,03$ ). Следовательно, емкости, изготовленные из материалов А и Б, разрушатся, а куб, сделанный из материала В, останется целым.**

**Задача 4 (20 баллов).**

При добавлении к органическому веществу А муравьиной кислоты и долгом нагревании при пониженном давлении получили вещество В, которое затем прореагировало с гидроксидом натрия. При этом получилось вещество С, через которое пропустили раствор брома и сернистого газа в воде. В результате получилось вещество D, широко используемое в качестве алкилирующего агента при синтезе различных органических соединений.

Определите вещества A, B, C, D. Напишите уравнения соответствующих химических реакций, если известно, что при сжигании 32,2 г вещества А образуется 25,25 л углекислого газа (объем измерен при 20 °С и 1 атм) и 25,2 г воды.

***Решение:***

**1. Определим вещество А:**

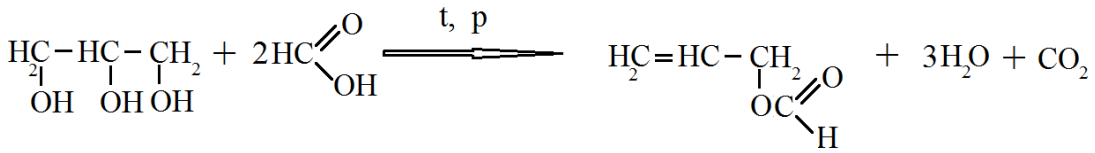
$\mathbf{C_xH_yO_z + \frac{2x+0,5y-z}{2} O_2 = x\,CO_2 + 0,5y\,H_2O}$

**$\nu(CO_2) = PV/RT = 1,05$ моль => $\nu(C) = 1,05$ моль, $m(C) = 12,6$ г**

**$\nu(H_2O) = m/\mu = 1,4$ моль => $\nu(H) = 2,8$ моль, $m(H) = 2,8$ г**

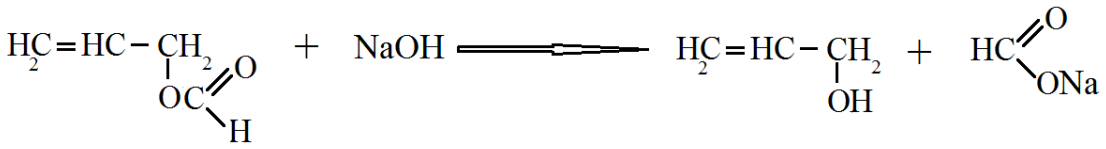
**$m(O) = m(C_xH_yO_z) - m(H) - m(C) = 16,8$ г => $\nu(O) = 1,05$ моль**

**$C_{1,05}H_{2,8}O_{1,05}$ => $C_3H_8O_3$ - глицерин.**

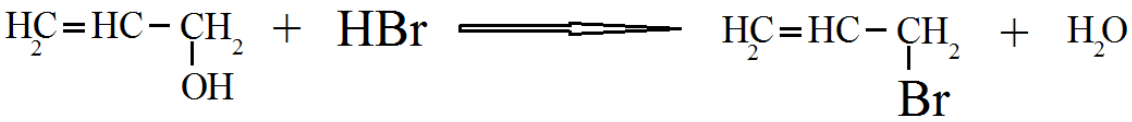



**2.**

**A** **B**



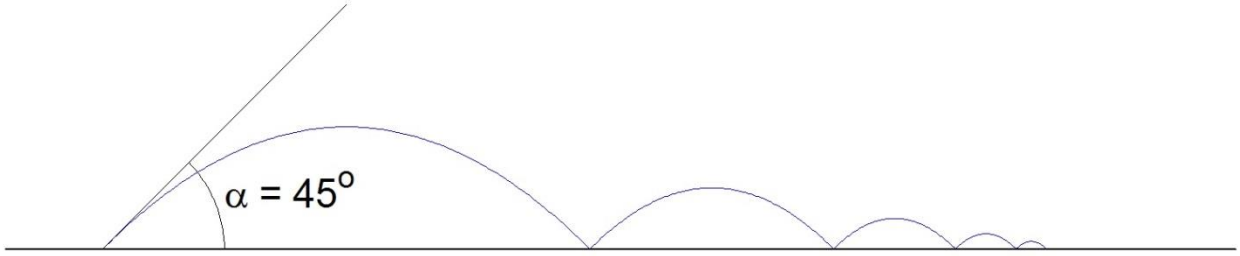
**C**



**D**

**Задача 5 (20 баллов).**

Инженер Вася создал новый полимерный материал и изготовил из него небольшой упругий мячик массой 50 г. После долгих наблюдений за отскоками мячика от пола Вася выдвинул гипотезу о том, что отношение кинетической энергии мячика после отскока к кинетической энергии мячика до отскока – постоянная величина. Кроме того, Вася заметил, что мячик отскакивает от пола под тем же углом, под которым падает на него. Вася сделал пружинную пушку в виде трубки с закрепленной внутри пружиной с жесткостью 500 Н/м и механизмом для взведения пружины, показывающим величину ее деформации. Пушка выбрасывает мячик под углом 45° к ровной горизонтальной поверхности, причем при сжатии пружины на 7 см мячик после большого количества отскоков останавливается в 50 м от пушки. Какую часть кинетической энергии теряет мячик при каждом отскоке, если гипотеза Васи верна?




***Решение:***

Пусть $\alpha = 45°$ – угол, под которым вылетает мячик, $v$ – скорость мячика после вылета из пушки, тогда $v\sin\alpha$ и $v\cos\alpha$ – вертикальная и горизонтальная составляющие скорости соответственно. Пусть $t$ – время, прошедшее до первого отскока, тогда $v\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$, откуда $t = \frac{2v\sin\alpha}{g}$, где $g = 9{,}8$ м/с$^2$ – ускорение свободного падения. Расстояние от пушки до точки первого отскока мячика от пола составляет $v\cos\alpha \cdot t = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g}$. Пусть отношение кинетической энергии мячика после отскока к кинетической энергии мячика до отскока равно η. Так как кинетическая энергия мячика пропорциональна квадрату его скорости, расстояние от точки первого отскока до точки второго отскока равно $\frac{\eta v^2\sin 2\alpha}{g}$, расстояние от точки второго отскока до точки третьего отскока равно $\frac{\eta^2 v^2\sin 2\alpha}{g}$ и так далее. Расстояние от пушки до точки остановки мячика составляет

$S = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g}(1 + \eta + \eta^2 + \eta^3 + \cdots) = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g(1-\eta)}$. Поэтому $1 - \eta = \frac{v^2\sin 2\alpha}{gS}$.

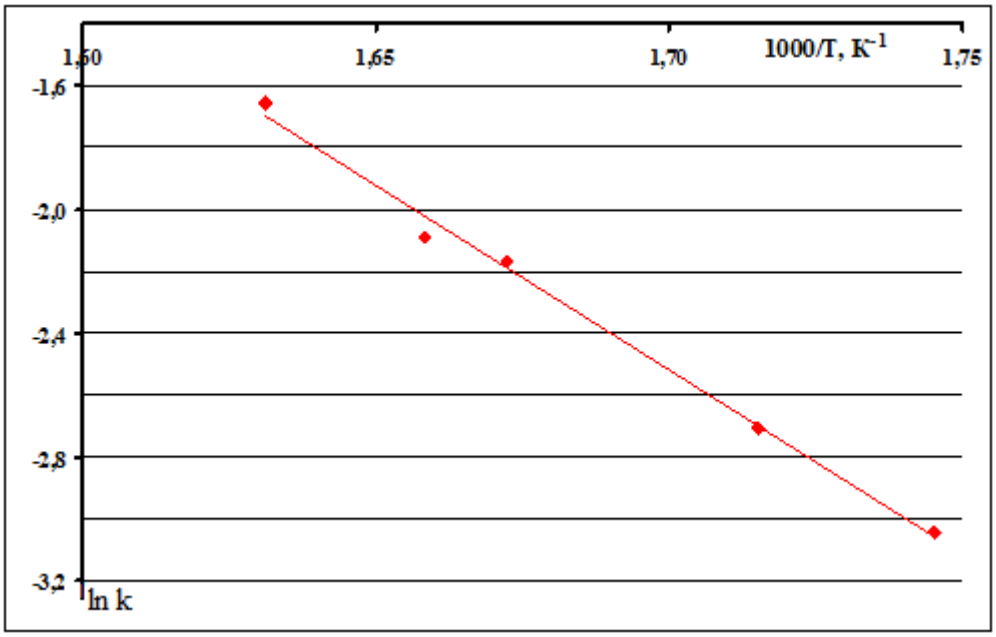
При этом начальная кинетическая энергия мячика равна потенциальной энергии взведенной пружины, то есть $\frac{mv^2}{2} = \frac{kl^2}{2}$, откуда $v^2 = \frac{kl^2}{m}$, где $k = 500$ Н/м – жесткость пружины, $l = 0{,}07$ м – сжатие пружины, $m = 0{,}05$ кг – масса мячика.

Тогда $1 - \eta = \frac{kl^2\sin 2\alpha}{mgS}$. Подставляя известные значения величин, получаем, что $1 - \eta = 0{,}1$. Таким образом, при отскоке мячик теряет 10% кинетической энергии.

***Ответ: 10%.***

**Задача 6 (20 баллов).**

В 1889 году Сванте Августом Аррениусом был введен термин «энергия активации», обозначающий минимальное количество энергии, которое требуется сообщить системе, чтобы произошла реакция. Перед вами аррениусовская зависимость конверсии пропана при окислении пропана в смеси с азотом ($[O_2]$ = 4,6%, $[C_3H_8]$ = 10,5%, остальное – азот). Определите энергию активации данного процесса.




***Решение:***

**Уравнение Аррениуса:**

$$k = A \cdot e^{\frac{-E_a}{RT}}$$

**Прологарифмировав это уравнение, получаем**

$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT}$$

**Данное уравнение является уравнением прямой в координатах ($\ln k$, $1/T$). Тогда коэффициенту $a$ в уравнении прямой вида $y = b - ax$ будет соответствовать выражение $E_a/R$, а коэффициенту $b$ – величина $\ln A$.**

**Запишем уравнение данной прямой в виде $y = b - ax$.**

$y \approx 22,2 - 11,6x$ ($x_1 \approx 1,7$; $y_1 \approx -2,5$; $x_2 \approx 1,65$; $y_2 \approx -1,92$)

**Из уравнения зависимости видно, что $E_a/R$ = 11,6 · 1000 К (т.к. график дан в координатах ($\ln k$, 1000/T)), отсюда $E_a \approx$ 99,4 кДж/моль ≈ 23,8 ккал/моль.**

***Ответ: 23,8 ккал/моль.***

# Решения заданий первого тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019
# 8-9 классы

**Задача 1 (15 баллов).**

Почему древесина, выброшенная волнами океана или моря на берег, является источником очень красивого пламени?

***Решение:***

**Вода в океанах содержит различные соли: NaCl, KCl, $CaCl_2$ и т.д. Древесина, выброшенная волнами океана или моря на берег, пропитана морской водой. Когда древесина высыхает, соли остаются в ней, и при сгорании такие дрова окрашивают пламя в разные цвета благодаря наличию катионов металлов: $Na^+$, $K^+$, $Ca^{2+}$. $Na^+$ окрашивает пламя в желтый цвет, $K^+$ – в фиолетовый цвет, $Ca^{2+}$ – в кирпично-красный цвет.**

**Задача 2 (15 баллов).**

Рассчитайте, сколько нейтронов содержится в 1 л серной кислоты плотностью 1836 г/дм$^3$.

***Решение:***

**а) $m(H_2SO_4) = V(H_2SO_4)\cdot\rho(H_2SO_4) = 1л \cdot 1836 г/л = 1836 г.$**

**б) $\nu(H_2SO_4) = m(H_2SO_4) : \mu(H_2SO_4) = 1836 г : 98 г/моль = 18,7 моль.$**

**в) Каждый моль серной кислоты содержит $48N_A$ нейтронов.**

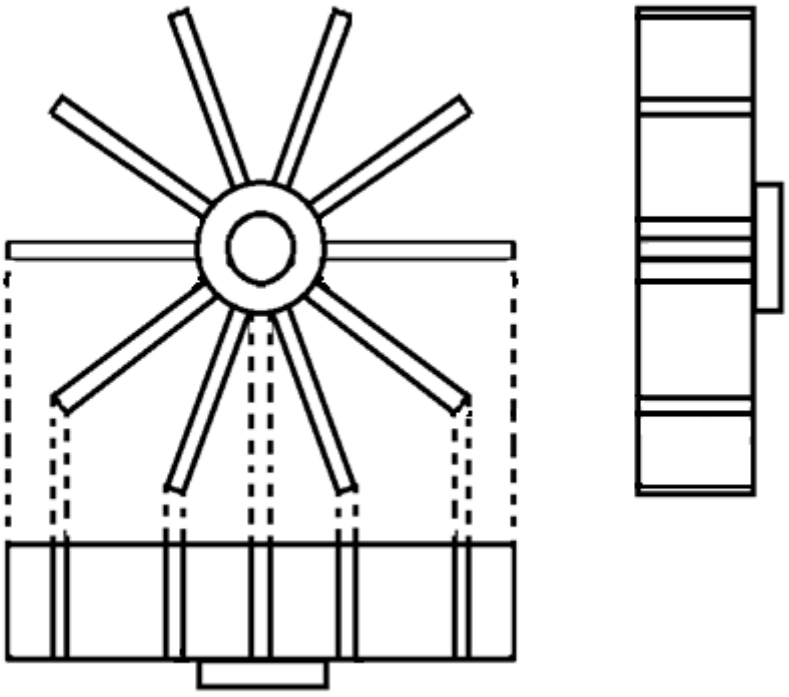
**г) $N(n) = \nu(H_2SO_4) \cdot 48N_A = 18,7 моль \cdot 48 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}$ частиц/моль $= 5,4 \cdot 10^{26}$ частиц.**

***Ответ: $5,4 \cdot 10^{26}$.***

**Задача 3 (20 баллов).**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций детали, изображенной на рисунке.

***Решение:***



**Задача 4 (15 баллов).**

Почему в скороварке (герметически закрытой кастрюле) вскипятить воду можно быстрее, чем в обычной кастрюле?

***Решение:***

**В отличие от скороварки, в обычной кастрюле по мере нагревания вода частично испаряется, и пар уносит заметную часть подводимой тепловой энергии. Поэтому в обычной кастрюле воду до момента закипания приходится греть дольше.**

**Задача 5 (20 баллов).**

Для демонстрации свойств щелочных металлов, а именно реакции щелочных металлов с водой, берут небольшой кусок натрия (≪ 3 гр.) (рис. 1).

Рис. 1. Взаимодействие натрия с водой, в которую добавлен индикатор фенолфталеин.

Что будет, если взять значительно бóльший кусок натрия? Свой ответ подтвердите химическими реакциями.

***Решение:***

**Натрий – активный металл. Если взять значительно бóльший кусок натрия, то взаимодействие натрия с водой будет происходить очень бурно, с выделением большого количества теплоты, свечением и интенсивным выбросом кусочков расплавленного натрия.**

**При реакции натрия с водой начинает активно выделяться водород:**

**$2Na + 2H_2O = 2NaOH + H_2\uparrow$**

**От выделяющегося тепла натрий разогревается и приобретает форму шара, но он остается на поверхности, так как плотность Na меньше плотности воды ($\rho_{Na}$=0,971 г/см³). При этом Na дополнительно взаимодействует с кислородом воздуха, вследствие чего образуется пероксид натрия ($Na_2O_2$):**

**$2Na + O_2 = Na_2O_2$**

**Образовавшийся пероксид натрия ($Na_2O_2$) взаимодействует с водой, вследствие чего образуется перекись водорода ($H_2O_2$):**

**$Na_2O_2 + 2H_2O = 2NaOH + H_2O_2$**

**В свою очередь перекись водорода взаимодействует с выделяющимся водородом (см. первую реакцию). Реакция сильно экзотермична:**

**$H_2O_2 + H_2 = 2H_2O + 340$ кДж/моль или 9,4 кДж/г.**

**Задача 6 (15 баллов).**

Манометр, установленный на паровом котле, показывает 10 бар. Сработает ли аварийный клапан площадью 2 см$^2$, который должен открываться для сброса давления, когда сила давящего на него пара превышает 210 Н?

***Решение:***

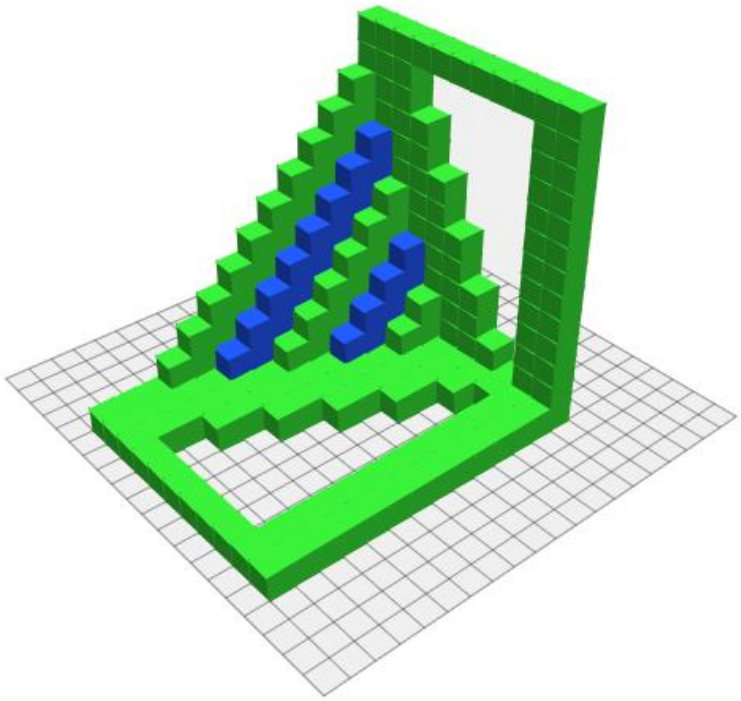
**Шкалы промышленных манометров обычно градуируют так, что они показывают не само давление, а его превышение над нормальным атмосферным давлением (приблизительно равным 1 бар). Поэтому при показании манометра, равном 10 бар, действительное давление пара составляет 11 бар, так что сила давления пара на клапан равна 11 бар · 2 см$^2$ = 220 Н. Следовательно, клапан сработает.**

***Ответ: да, сработает.***

# Решения заданий второго тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019
# 8-9 классы

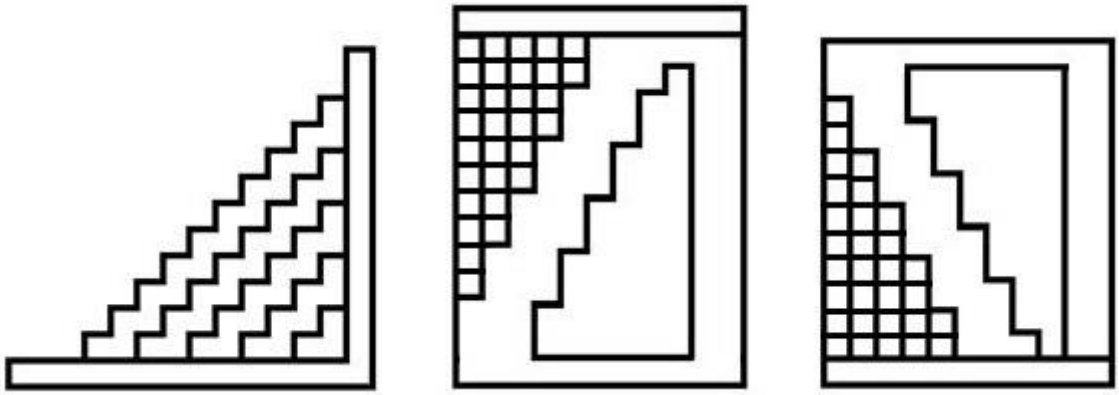
**Задача 1 (15 баллов).**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций фигуры, изображенной на рисунке.



***Решение:***

**Одно из возможных решений задачи:**



**Задача 2 (15 баллов).**

К 256 г раствора сульфата натрия добавили глауберову соль, содержащую $12{,}64 \cdot 10^{23}$ атомов кислорода, в результате чего получили 20% раствор соли. Определите концентрацию изначального раствора.

***Решение:***

1. **Глауберова соль – $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$**
2. **Найдем количество кислорода: $\nu(O) = \frac{N(O)}{N_A} \approx 2{,}1$ моль**
3. **$\nu(Na_2SO_4 \cdot 10H_2O) : \nu(O) = 1 : 14$ $\nu(Na_2SO_4 \cdot 10H_2O) = 0{,}15$ моль**
4. **Найдем массу сульфата натрия, который добавили в составе кристаллогидрата:**
   **$\nu(Na_2SO_4) : \nu(Na_2SO_4 \cdot 10H_2O) = 1 : 1 \Rightarrow \nu(Na_2SO_4) = 0{,}15$ моль $\Rightarrow$**
   **$m_{доб}(Na_2SO_4) = \nu(Na_2SO_4) \cdot \mu(Na_2SO_4) = 21{,}3$ г**
5. **Найдем массу глауберовой соли:**
   **$m_{глауберовой\ соли} = \nu(Na_2SO_4 \cdot 10H_2O) \cdot \mu(Na_2SO_4 \cdot 10H_2O) = 48{,}3$ г**
6. **Найдем массу конечного раствора:**
   **$m_{раствора} = m_{начального\ раствора} + m_{глауберовой\ соли} = 304{,}3$ г**
7. **Найдем массу сульфата натрия, содержащуюся в начальном растворе:**
   **$\omega_{конечного\ раствора}(Na_2SO_4)\% = \frac{m(Na_2SO_4)}{m_{раствора}} \cdot 100\% \Rightarrow$**
   **$m(Na_2SO_4) = \omega_{конечного\ раствора}(Na_2SO_4)\% \cdot m_{раствора} : 100\% = 60{,}86$ г, значит,**
   **$m(Na_2SO_4)_{начальная} = m(Na_2SO_4) - m_{доб}(Na_2SO_4) = 39{,}56$ г.**
8. **Найдем концентрацию начального раствора:**
   **$\omega_{начального\ раствора}(Na_2SO_4)\% = \frac{m(Na_2SO_4)_{начальная}}{m_{раствора}} \cdot 100\% \approx 15{,}45\%.$**

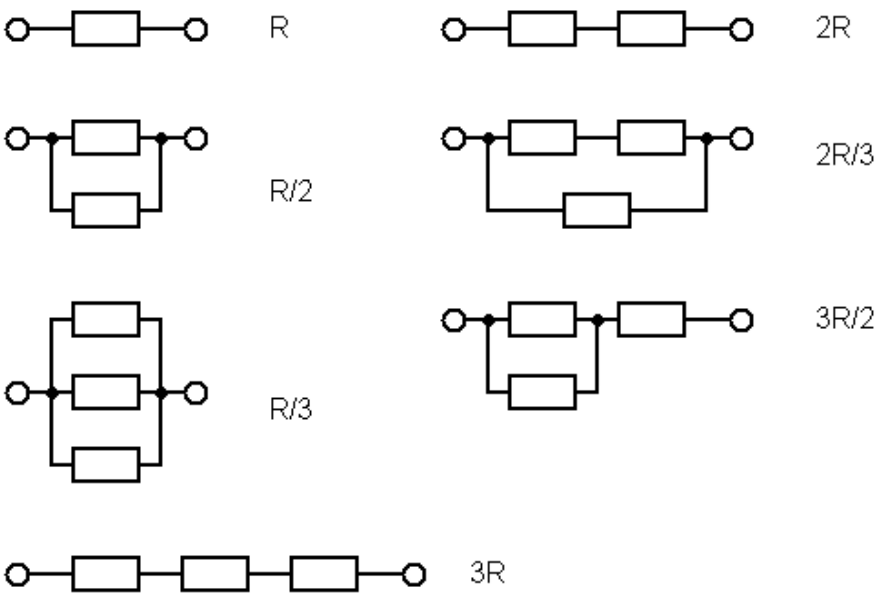
***Ответ: 15,45%.***

**Задача 3 (15 баллов).**

Конфорка электроплиты содержит три одинаковых нагревательных элемента, каждый из которых имеет сопротивление R. Сколько различных уровней мощности можно получить, подключая их к электросети с заданным напряжением? Ответ обоснуйте.

***Решение:***

**Три элемента можно подключить к сети семью различными по выделяемой тепловой мощности способами (справа от схемы соединения указано получающееся сопротивление):**




***Ответ: семь.***

**Задача 4 (15 баллов).**

Сколько воды при температуре +10 °С нужно налить в литровую бутылку, чтобы при охлаждении воды до -10 °С давление воздуха в бутылке не изменилось? Перед охлаждением бутылку плотно закрыли.

***Решение:***

**Пусть $V$ – объем бутылки, $V_{\text{воды}}$ – объем налитой в нее воды, $T_0$ – начальная температура, $T_1$ – конечная температура. Тогда начальный объем воздуха равен $V_0 = V - V_{\text{воды}}$. При замерзании объем воды увеличивается в $\eta \approx 1,09$ раза, поэтому объем, занятый воздухом, станет равным $V_1 = V - \eta V_{\text{воды}}$. Тогда давление воздуха станет равным $p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1}\frac{T_1}{T_0} = p_0 \frac{V - V_{\text{воды}}}{V - \eta V_{\text{воды}}}\frac{T_1}{T_0}$. Из требования $\frac{V - V_{\text{воды}}}{V - \eta V_{\text{воды}}}\frac{T_1}{T_0} = 1$ получаем $V_{\text{воды}} = \frac{T_0 - T_1}{\eta T_0 - T_1} V \approx 0{,}44$ л.**

***Ответ: 0,44 л.***

**Задача 5 (20 баллов).**

Лаборантка, разбираясь на полке, обнаружила плохо закрытую склянку с надписью «KI». Еще со школьных практикумов она помнила, что KI должен быть белого цвета. Каково же было ее удивление, когда она открыла склянку и увидела коричневый порошок. «Наверное, испортился!» – подумала она.

Что произошло с KI? Напишите уравнения химических реакций. Как правильно хранить данную соль? Ответ поясните.

***Решение:***

**Со временем на воздухе йодид калия сыреет с разложением и выделением йода:**
**$5KI + 2H_2O + O_2 \rightarrow 4KOH + I_2 + K[II_2]$**
**Гидроксид калия в свою очередь реагирует с углекислым газом, содержащимся в воздухе:**
**$2KOH + CO_2 \rightarrow K_2CO_3 + H_2O$**
**Хранить KI необходимо в плотно закрытом сосуде без доступа кислорода воздуха и водяных паров.**

**Задача 6 (20 баллов).**

Взрослый бурый медведь Винни-Пух массой 250 кг решил организовать стартап по добыче меда из высоко висящих ульев диких пчел. Винни-Пух собирается подниматься к каждому улью на наполненных легким газом воздушных шариках. Руководитель компании по производству шариков Сова согласилась бесплатно поставлять ему незаполненные воздушные шарики массой 3 г, вмещающие до 50 л газа, в обмен на исправление Винни-Пухом грамматических ошибок в рекламе ее фирмы. Добывать мед наш герой собирается при температуре около 0 °С, когда пчелы не такие злые. После каждого подъема Винни-Пуха спускает на землю Пятачок, и они вместе идут к следующему улью. В качестве возможного наполнителя шариков Винни-Пух рассматривает водород (стоимость 345 руб./м$^3$, плотность при н.у. 0,09 кг/м$^3$), гелий (стоимость 1900 руб./м$^3$, плотность при н.у. 0,18 кг/м$^3$) или аммиак (стоимость 160 руб./кг, плотность при н.у. 0,73 кг/м$^3$).
а) Оцените наименьшее количество шариков, которое потребуется для поднятия Винни-Пуха в воздух.
б) Оцените наименьшую стоимость добычи одного килограмма меда, если Винни-Пух в среднем добывает из улья 5 кг меда, а после каждого подъема ему приходится заново надувать 10% используемых для подъема шариков.
в) Какой газ стоит использовать Винни-Пуху с точки зрения безопасности? Ответ поясните.

***Решение:***

**а) Из закона Архимеда следует, что чем меньше плотность используемого газа, тем больший груз может поднять каждый шарик при фиксированном объеме. Отсюда Винни-Пуху понадобится меньше всего шариков для подъема в воздух, если он будет использовать в качестве наполнителя водород. На каждый шарик при этом действует выталкивающая сила $F_А = \rho_{возд} V_ш g$, где $\rho_{возд} = 1,29$ кг/м$^3$ – плотность воздуха, $V_ш = 0,05$ м$^3$ – объем одного надутого шарика. Для поднятия Винни-Пуха суммарная выталкивающая сила, действующая на шарики, должна превосходить силу тяжести, действующую на Винни-Пуха и шарики, то есть**
**$N\rho_{возд} V_ш g > \left(m_{медв} + N(m_{об} + \rho_в V_ш)\right) g$, где $N$ – количество шариков, $m_{медв} = 250$ кг – масса Винни-Пуха, $m_{об} = 0,003$ кг – масса оболочки шарика, $\rho_в = 0,09$ кг/м$^3$ – плотность водорода. Отсюда $N > \frac{m_{медв}}{(\rho_{возд} - \rho_в)V_ш - m_{об}}$. Подставляя в это неравенство известные значения величин, получаем, что наименьшее количество шариков равно 4386.**
**б) Из условия получаем, что на добычу 5 кг меда уходит в среднем 10% газа, используемого Винни-Пухом для подъема (затратами газа на первый подъем пренебрегаем, так как при большом числе подъемов они дают незначительный вклад в среднюю стоимость добычи меда).**

**По формуле, аналогичной выведенной в пункте (а), необходимое для подъема Винни-Пуха количество шариков $N \approx \frac{m_{\text{медв}}}{(\rho_{\text{возд}}-\rho)V_{\text{ш}}-m_{\text{об}}}$, где $\rho$ – плотность используемого газа. Тогда используемый Винни-Пухом для подъема объем газа равен $NV_{\text{ш}}$, а стоимость 10% этого объема составляет $0,1NV_{\text{ш}}p$, где $p$ – стоимость 1 м$^3$ соответствующего газа. Средняя стоимость добычи одного килограмма меда равна $\frac{0,1NV_{\text{ш}}p}{5} \approx \frac{0,02m_{\text{медв}}V_{\text{ш}}p}{(\rho_{\text{возд}}-\rho)V_{\text{ш}}-m_{\text{об}}}$. Подставляя в это выражение значения плотности и стоимости одного кубометра каждого наполнителя (стоимость аммиака равна 160 руб./кг · 0,73 кг/м$^3$ = 116,8 руб./м$^3$), получаем, что средние затраты на добычу одного килограмма меда составляют:**

**1513 рублей, если использовать водород;**

**9048 рублей, если использовать гелий;**

**1168 рублей, если использовать аммиак.**

**Таким образом, наименьшая стоимость добычи 1 кг меда составляет 1168 рублей.**

**в) Так как аммиак ядовит, а водород в смеси с воздухом горюч, единственным безопасным наполнителем является гелий.**

***Ответ: а) 4386 шариков; б) 1168 рублей; в) гелий.***

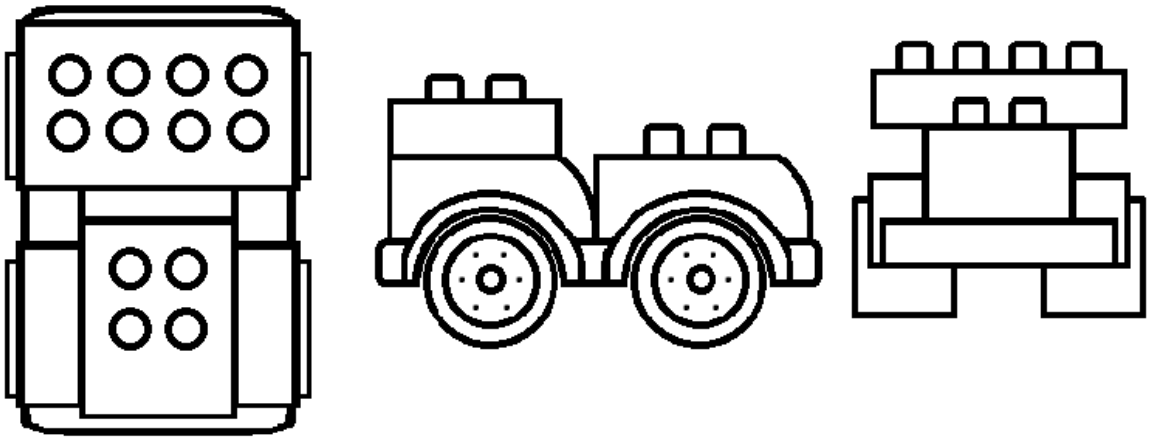
# Решения заданий первого тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019
# 5-7 классы

**Задача 1 (20 баллов).**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций фигуры, изображенной на рисунке.

***Решение:***

**Одно из возможных решений задачи:**



**Задача 2 (15 баллов).**

Водный раствор кислоты содержал 70% воды. После того, как в него добавили 100 мл воды, он стал содержать 15% кислоты. Во сколько раз изменилась масса раствора?

***Решение:***

**а) Исходный раствор содержал 100%-70%=30% кислоты**
**б) Так как полученный раствор содержит 15% кислоты, исходный раствор был разбавлен в 2 раза, т.е. его масса увеличилась вдвое.**

***Ответ: увеличилась в 2 раза.***

**Задача 3 (15 баллов).**

Эти два металла из знаменитой триады названы в честь горных духов. Один из этих духов мешал искателям меди, а другой – ювелирам при переплавке серебра. Назовите эти металлы.

***Решение:***

**Кобальт и никель.**

**Кобальт (*Kobold – нем. яз.*) – дух-хранитель подземных богатств в мифологии Северной Европы, мешал при переплавке серебра.**

**Никель (*Nickel – нем. яз.*) – в переводе с немецкого языка «озорник», мешал искателям меди.**

**Задача 4 (20 баллов).**

По автомагистрали едут автомобили со скоростью 90 км/ч. Их начинает обгонять автомобиль, который едет со скоростью 110 км/ч. В течение часа он обгоняет 30 автомобилей. Какое среднее расстояние между автомобилями, которые едут со скоростью 90 км/ч?

***Решение:***

**Более быстрый автомобиль движется со скоростью $v = 20$ км/ч относительно более медленных. При этом у него уходит в среднем $T = 1/30$ ч на обгон очередного автомобиля. Поэтому среднее расстояние между обгоняемыми автомобилями равно $s = vT = 2/3$ км $\approx$ 667 м.**

***Ответ: 667 м.***

**Задача 5 (15 баллов).**

Плотность пеностекла (вспененного оконного стекла) составляет 200 кг/м$^3$. Какую часть его объема занимают пустоты?

***Решение:***

**Плотность оконного стекла $\rho_0$ составляет приблизительно 2500 кг/м$^3$. Эта плотность в тысячи раз превышает плотность газа, которым заполнены пустоты во вспененном стекле; поэтому при вычислении плотности пеностекла массой газа можно пренебречь. Пусть $x$ – доля объема, занятая пустотами; тогда доля объема, занятая собственно стеклом, равна $1 - x$, а плотность вспененного стекла равна $\rho_0(1 - x) = \rho_{\text{пеност}} = 200$ кг/м$^3$. Отсюда $x = 1 - \frac{\rho_{\text{пеност}}}{\rho_0} = 0,92$, т.е. 92%.**

***Ответ: 92%.***

**Задача 6 (15 баллов).**

Почему мощный, но легкий трактор не может сдвинуть тяжелый прицеп?

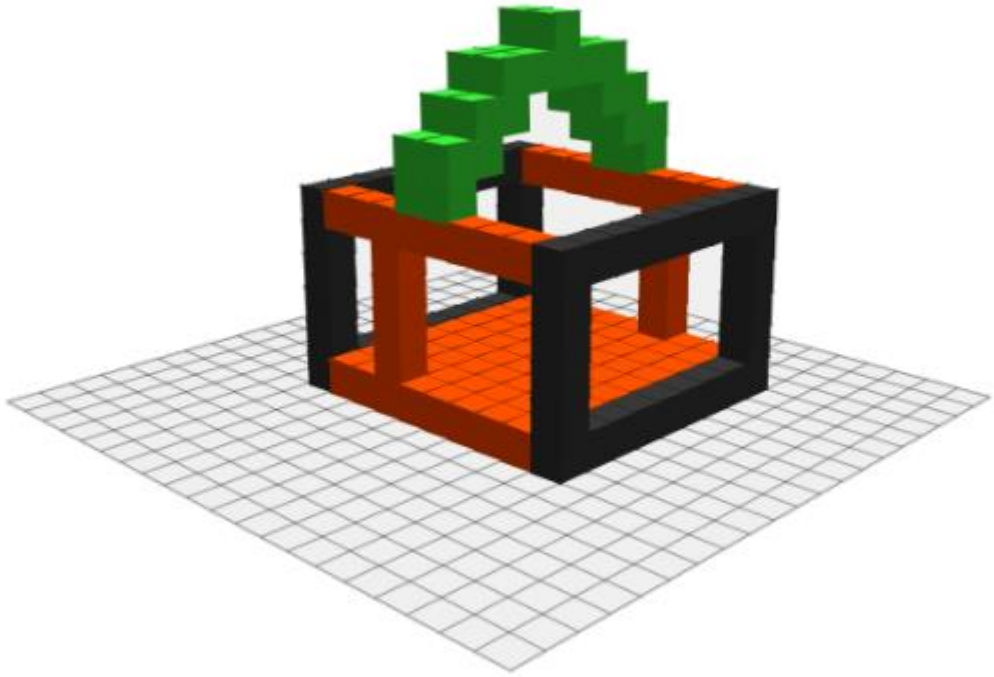
***Решение:***

**Чтобы сдвинуть тяжелый прицеп, нужно тянуть его с большой силой. Но сила, с которой трактор тянет прицеп, не может превышать силу сцепления его колес (гусениц) с дорогой. В свою очередь, сила сцепления с дорогой тем больше, чем больше вес трактора, и максимальна тогда, когда колеса находятся на грани проскальзывания. Поэтому у легкого трактора даже при большой мощности, развиваемой двигателем, колеса будут проскальзывать (буксовать), но не смогут обеспечить нужной силы сцепления с дорогой.**

# Решения заданий второго тура отборочного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019
# 5-7 классы

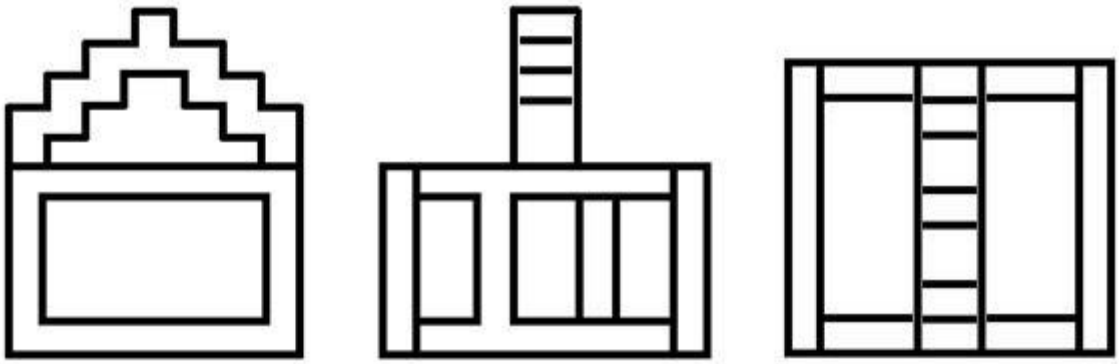
**Задача 1 (15 баллов).**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций фигуры, изображенной на рисунке.



***Решение:***

**Одно из возможных решений задачи:**



**Задача 2 (20 баллов).**

В химической лаборатории были обнаружены 3 прозрачные склянки: с водой, с раствором щелочи и с раствором кислоты. При добавлении различных индикаторов (лакмуса, метилоранжа и фенолфталеина) в эти склянки выяснилось, что в первой склянке цвет содержимого всегда менялся, во второй склянке цвет содержимого не был ни желтым, ни синим, а цвет содержимого в третьей склянке не был ни малиновым, ни красным. Определите, что находилось в каждой из склянок. Приведите пример веществ, которые могли бы там находиться. Назовите их.

***Решение:***

**Запишем, как изменяется цвет раствора в зависимости от кислотности среды.**

| **Название индикатора** | **В нейтральной среде** | **В щелочной среде** | **В кислотной среде** |
|---|---|---|---|
| **Лакмус** | **Фиолетовый** | **Синий** | **Красный** |
| **Метилоранж** | **Оранжевый** | **Желтый** | **Красно-розовый** |
| **Фенолфталеин** | **Бесцветный** | **Малиновый** | **Бесцветный** |

**Так как в первой склянке цвет содержимого всегда менялся, там не могло быть воды и кислоты. Значит, в первой склянке – щелочь.**
**В третьей склянке цвет не был ни малиновым, ни красным. Значит, там не могли находиться щелочь или кислота, поэтому в третьей склянке – вода.**
**Следовательно, во второй склянке была кислота.**

**Вода – $H_2O$.**
**Кислота – например, HCl – соляная кислота.**
**Щелочь – например, NaOH – гидроксид натрия.**

**Задача 3 (15 баллов).**

11 декабря 2018 года ровно в 10 утра Петя обратил внимание на то, что его настенные часы показывают точное время. Продолжая наблюдать за ними, Петя заметил, что его часы идут странным образом: когда секундная стрелка попала на значение 18 секунд, она в течение одной секунды сделала шаг назад и три шага вперед. Петя показал это странное поведение часов своему другу Мише, а Миша по своим правильным часам заметил, что такой сбой происходит каждые 18 секунд. «Нужно купить новые часы, а то мы так наступление Нового года пропустим», – сказал Петя своему другу Мише. Однако Миша сказал, что в момент наступления Нового года часы снова будут показывать правильное время. Прав ли Миша? Если нет, то когда часы будут показывать верное время? Ответ поясните.

***Решение:***
**Заметим, что каждые 18 секунд реального времени разница между точным временем и временем, которое показывают часы Пети, увеличивается на 1 секунду. Часы Пети снова будут показывать правильное время, когда эта разница достигнет 12 часов. Это произойдет через** $\mathbf{18}$ секунд $\cdot \frac{\mathbf{12}\text{ часов}}{\mathbf{1}\text{ секунда}} = \mathbf{18 \cdot 12}$ часов $= \mathbf{9}$ суток**. Таким образом, через каждые 9 суток, начиная с 20 декабря, ровно в 10 утра часы Пети будут показывать точное время. Поэтому Миша неправ.**

***Ответ: Миша неправ; часы будут показывать точное время ровно через каждые 9 суток, начиная с 10 утра 20 декабря.***

**Задача 4 (15 баллов).**

Название химического элемента лютеция образовано от слова Lutetia – латинского названия поселения, существовавшего в древности на месте современного Парижа. Название какого небольшого городка отражено в названии сразу четырех химических элементов?

***Решение:***

**Эти элементы – иттрий, иттербий, тербий и эрбий, названия которых образованы от названия городка Иттербю, расположенного на одном из шведских островов.**

**Задача 5 (20 баллов).**

При изготовлении алюминиевой отливки в нее по недосмотру попала латунная стружка. Температура плавления латуни на 200 °C выше, чем у алюминия, так что стружка не расплавилась. Оказалось, что объем отливки равен $V = 2$ дм$^3$, а ее масса $M = 5{,}6$ кг. Чему равна массовая доля латуни в этой отливке? Считать, что пустот в отливке нет. Принять, что плотность латуни $\rho_л = 8{,}5$ кг/дм$^3$, а плотность алюминия $\rho_а = 2{,}7$ кг/дм$^3$.

***Решение:***

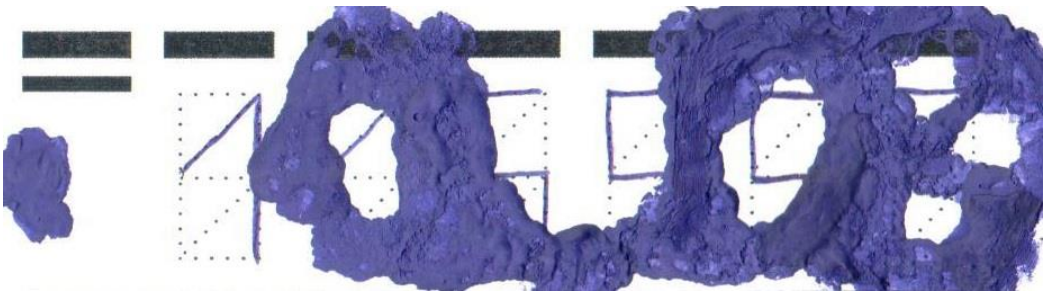
**Пусть массовая доля латуни в отливке равна $x$; тогда массовая доля алюминия равна $1 - x$. Полный объем слитка $V$ складывается из объема $V_а = \frac{m_а}{\rho_а} = \frac{(1-x)M}{\rho_а}$, занятого алюминием, и объема $V_л = \frac{m_л}{\rho_л} = \frac{xM}{\rho_л}$, занятого латунью, так что $V = V_а + V_л$. Поэтому для $x$ получаем уравнение $V = \frac{(1-x)M}{\rho_а} + \frac{xM}{\rho_л}$. Решая это уравнение, находим**

$x = \frac{\rho_л}{\rho_л - \rho_а}\left(1 - \frac{\rho_а V}{M}\right) \approx 0{,}05$**, т.е. массовая доля латуни в отливке равна приблизительно 5%.**

***Ответ: 5%.***

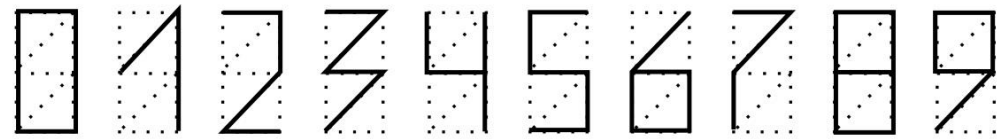
**Задача 6 (15 баллов).**

Сотрудник почтового сортировочного центра Печкин получил изображение конверта, на котором поставлено несколько клякс. Почтовый индекс выглядит следующим образом:



Образец написания цифр индекса:

*Образец написания цифр индекса*



По сохранившейся на конверте информации Печкин определил, что письмо должно быть доставлено в одно из зданий, находящихся с нулевого по сороковой километр МКАД (Московской кольцевой автомобильной дороги). Печкин помнит, что первые три цифры почтового индекса этих зданий образуют трехзначное число в пределах от 105 до 129, а последние три цифры различны и образуют трехзначное число, меньшее, чем 700. Сможет ли Печкин определить, какой почтовый индекс был написан на конверте? Ответ поясните.

***Решение:***

**Сначала запишем, какими могут быть цифры, исходя из нарисованных и отсутствующих линий:**
**первая цифра – 1;**
**вторая – 1 или 7;**
**третья – 5;**
**четвертая – 5 или 9;**
**пятая – 5 или 9;**
**шестая – 5 или 7.**
**По условию второй цифрой может быть 0, 1 или 2, поэтому вторая цифра – 1. Четвертая цифра находится в пределах от 0 до 6, поэтому это 5. Так как последние три цифры различны, пятая цифра – 9, а шестая цифра – 7. Почтовый индекс 115597 соответствует 22 и 23 километрам МКАД.**

***Ответ: да, сможет.***

# Решения заданий заключительного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019 10-11 классы

**Задача 1.3 (25 баллов)**

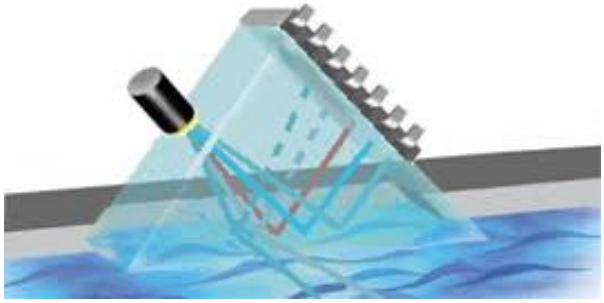


Рисунок 1

В упрощенном виде схему рефрактометра можно представить так, как показано на рисунках (рис. 1 и 2). Свет от источника, находящегося на левой грани призмы, через призму, изготовленную из стекла с показателем преломления $n_{ст} = 2$, попадает на поверхность исследуемого раствора и, в зависимости от того, достигнут ли угол полного внутреннего отражения или нет, либо полностью отражается от поверхности, либо частично попадает в раствор. Положение границы света и тени зависит от показателя преломления раствора.

В качестве исследуемого раствора взяли раствор, содержащий 56,8 г воды и 14,2 г хлорида кальция, и зафиксировали положение границы света и тени. Затем в раствор добавили гексагидрат хлорида кальция, содержащий 0,53 г водорода. Оцените, на какое расстояние сместится граница света и тени. Зависимость показателя преломления водного раствора хлорида кальция от его концентрации представлена на графике (рис. 3).

Данные, необходимые для решения задачи, указаны на рисунке 2: $a = 3$ см, $b = 4$ см, $\alpha = 45^{\circ}$.

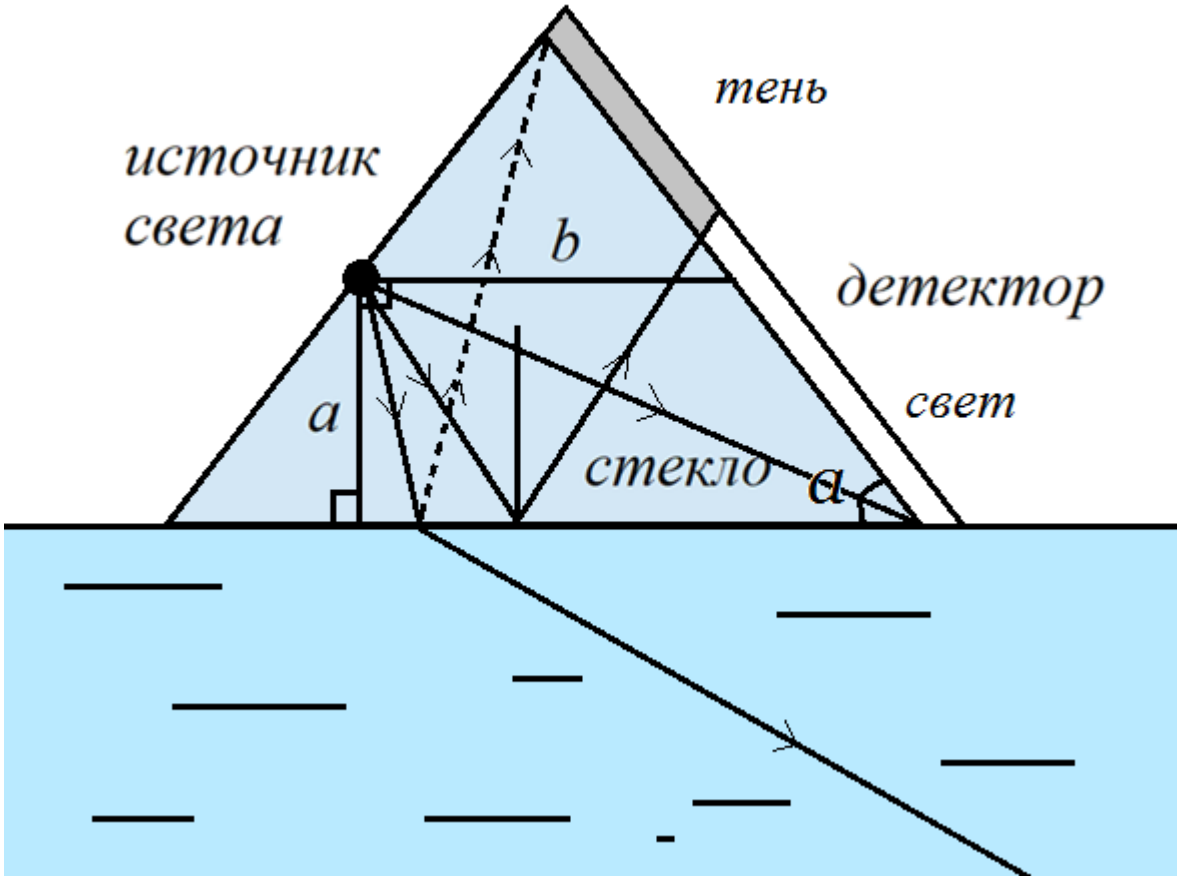



Рисунок 2

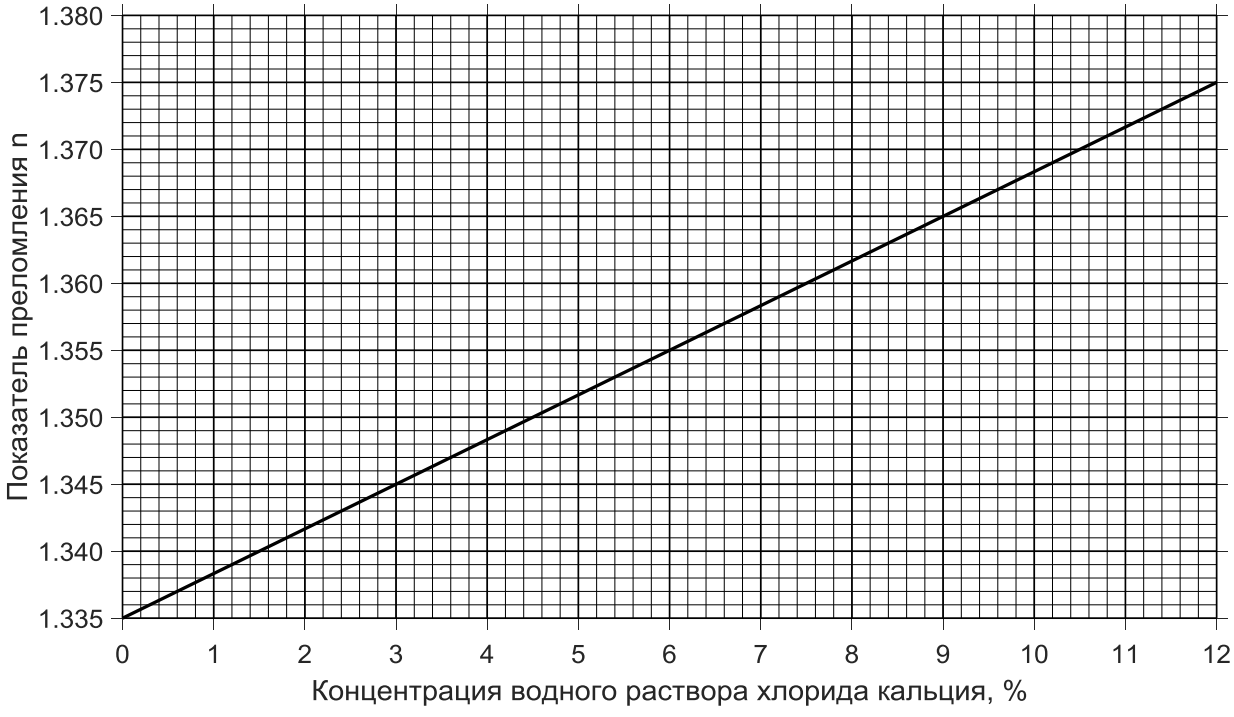



Рисунок 3

***Решение:***

1. Найдем концентрацию первоначального раствора:

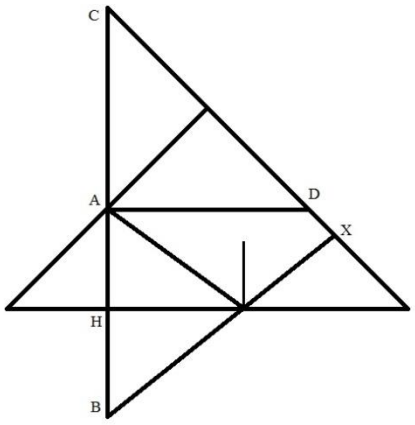
$\omega$ % ($CaCl_2$) = $\frac{m\,(CaCl_2)}{m\,(CaCl_2)+\,m\,(H_2O)} \cdot 100\% \approx\ 20\%$

Найдем массу добавленного кристаллогидрата:
$\nu(H) = \frac{m\,(H)}{\mu(н)} = \frac{0{,}53\ г}{1\ г/моль}\ \approx 0{,}53$ моль
из формулы $CaCl_2 \cdot 6H_2O$ следует, что $\nu\,(CaCl_2 \cdot 6H_2O) : \nu\,(H) = 1: 12 \Rightarrow \nu\,(CaCl_2 \cdot 6H_2O) = \frac{0{,}53\ моль}{12} \approx 0{,}044$ моль
$m\,(CaCl_2 \cdot 6H_2O) = \nu\,(CaCl_2 \cdot 6H_2O) \cdot \mu\,(CaCl_2 \cdot 6H_2O) = 0{,}044$ моль $\cdot$ 219 г/моль = 9,639 г

Найдем массу $CaCl_2$ в кристаллогидрате:
$\nu(CaCl_2) : \nu(CaCl_2 \cdot 6H_2O) = 1 : 1 \Rightarrow \nu(CaCl_2) = 0{,}044$ моль, тогда $m_{доб}(CaCl_2) = \nu(CaCl_2) \cdot \mu(CaCl_2) = 0{,}044$ моль $\cdot$ 111 г/моль = 4, 884 г

Найдем концентрацию конечного раствора:
$\omega$ % ($CaCl_2$) = $\frac{m\,(CaCl_2)+\,m_{доб}\,(CaCl_2)}{m\,(CaCl_2)+\,m\,(H_2O)+\,m(CaCl_2 \cdot 6H_2O)} \cdot 100\% = \frac{19{,}084\ г}{80{,}639\ г} \cdot 100\%\ \approx 23{,}67\ \%$

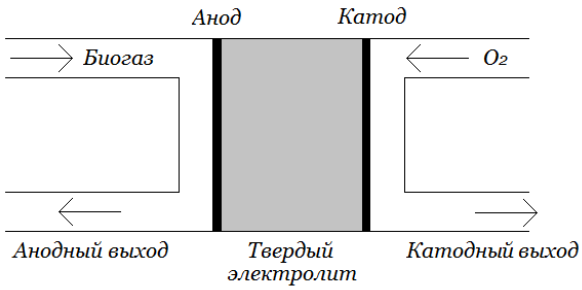
2. Теперь найдем начальное и конечное значения показателя преломления. Нетрудно заметить, что зависимость показателя преломления раствора от его концентрации является линейной. Взяв точки (0; 1,335) и (12; 1,375), находим, что $n = \frac{\omega}{300} + 1{,}335$. Поэтому начальное и конечное значение показателя преломления равны соответственно 1,402 и 1,414.
Далее, пусть источник света находится в точке A, AH = $a$ и AD = $b$ , а граница света и тени находится в точке X, зависящей от концентрации раствора (см. рисунок). Вместо рассмотрения отражения от поверхности раствора заменим источник света в точке A на источник света в точке B, симметричной A относительно поверхности раствора. Так как прямая AB параллельна нормали к поверхности раствора, величина угла ABX будет равна величине угла полного отражения. Продлим луч HA до пересечения с прямой DX в точке C. Пусть CX = $f(n)$, где $n$ – показатель преломления раствора.




$\angle ADC = \alpha$, так как прямая AD параллельна поверхности раствора, поэтому AC = $AD\operatorname{tg}\alpha$.
BC = AC + AH + BH = $2a + b\operatorname{tg}\alpha$
$\angle CBX = \varphi$ – угол полного отражения, для которого $\sin\varphi = \frac{n}{n_{ст}}$.
$\angle CXB = 180° - \angle CBX - \angle BCX = 180° - \varphi - (90° - \alpha) = 90° - \varphi + \alpha$
По теореме синусов для треугольника BCX:
$\frac{BC}{\sin\angle CXB} = \frac{CX}{\sin\angle CBX}$, то есть $\frac{2a+b\operatorname{tg}\alpha}{\cos(\varphi-\alpha)} = \frac{f(n)}{\sin\varphi}$.
Отсюда $f(n) = \frac{(2a+b\operatorname{tg}\alpha)\sin\varphi}{\cos(\varphi-\alpha)} = \frac{(2a+b\operatorname{tg}\alpha)\frac{n}{n_{ст}}}{\cos\varphi\cos\alpha+\sin\varphi\sin\alpha} = \frac{(2a+b\operatorname{tg}\alpha)n}{\sqrt{n_{ст}^2-n^2}\cos\alpha+n\sin\alpha}$.
Тогда $f(1{,}414) - f(1{,}402) \approx 7{,}071 - 7{,}011 = 0{,}06$ см = 0,6 мм.

***<u>Ответ: на 0,6 мм.</u>***

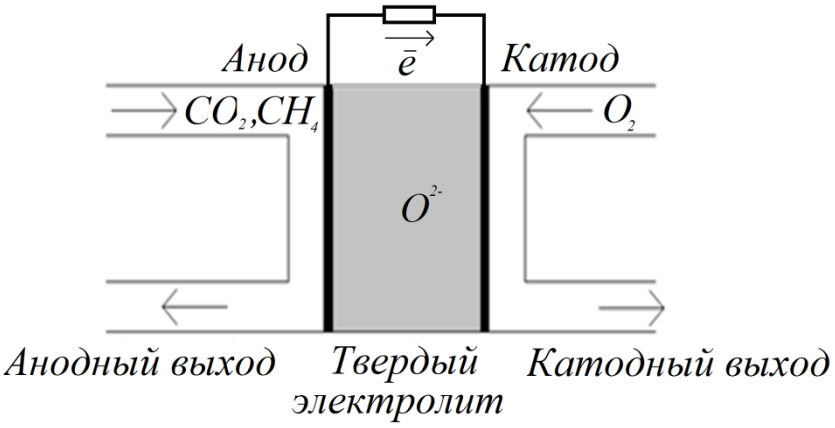
**Задача 2.1 (25 баллов)**




При работе твердооксидного топливного элемента в нем происходит процесс полного окисления биогаза (87% метана и 13% углекислого газа по массе). Средняя рабочая температура топливного элемента составляет 800 ºС. Реакции в твердооксидном топливном элементе идут на пористых электродах (аноде и катоде), разделенных слоем твердого электролита, через который могут проходить только двухвалентные ионы кислорода. На анод поступает биогаз, а на катод – кислород. Выход реакции на аноде составляет 85%. Запишите уравнение реакции, которая идет в топливном элементе. Запишите уравнения процессов, протекающих на аноде и катоде. Определите состав газовой смеси на анодном выходе топливного элемента.

***Решение:***

Отобразим на схеме топливного элемента то, что дано в условии задачи:




Из приведенной схемы видно, что реакция, происходящая на катоде, описывается уравнением

$O_2 + 4\bar{e} \rightarrow 2O^{2-}$.

В условии задачи сказано, что на аноде происходит процесс полного окисления биогаза, т.е. реакция окисления метана идёт до образования $CO_2$. Углекислый газ, содержащийся в исходном биогазе, при этом в реакции не участвует. Запишем соответствующее уравнение процесса:

$$CH_4 + 4O^{2-} \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 8\bar{e}$$

Поэтому уравнение итоговой реакции можно записать следующим образом:

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

По условию задачи реакция полного окисления идёт с выходом η = 0,85, т.е. 85% метана превращается в диоксид углерода и воду, которых получается один и два моль соответственно на один моль исходного метана. Пусть x – масса поступившего на анод биогаза, а $\omega(CH_4) = 0,87$ – массовая доля метана в биогазе.

Тогда

$m_0(CH_4) = M \cdot \omega(CH_4) = 0,87x$

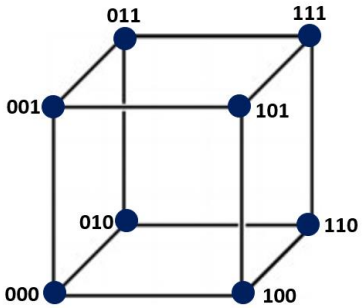
$\nu_0(CH_4) = \frac{m_0(CH_4)}{\mu(CH_4)} = \frac{0,87x \text{ г}}{16 \text{ г/моль}} \approx 0,054x$ моль

$m_0(CO_2) = M \cdot \omega(CO_2) = 0,13x$

| | Было | | | Стало | | ω% на выходе |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | m | ν | | m | ν | |
| $CH_4$ | 0,87x | 0,054x | Прореагировало<br>$\nu_0(CH_4)\cdot\eta = 0{,}046x$ | 0,131x | 0,054x-0,046x = 0,008x | $\frac{0{,}131x}{3{,}959x}\cdot 100\% \approx 3{,}3\%$ |
| $CO_2$ | 0,13x | 0,003x | Образовалось<br>$\nu_0(CO_2)\cdot\eta = 0{,}046x$ | 2,164x | 0,003x + 0,046x = 0,049x | $\frac{2{,}164x}{3{,}959x}\cdot 100\% \approx 54{,}7\%$ |
| $H_2O$ | | | | 1,664x | $2\nu_0(CH_4)\cdot\eta =$<br>$2\cdot 0{,}054x\cdot 0{,}85 = 0{,}092x$ | $\frac{1{,}664x}{3{,}959x}\cdot 100\% \approx 42{,}0\%$ |
| | | | | Всего: 3,959x | | |

**Задача 3.1 (25 баллов)**

Кристаллические вещества состоят из правильно уложенных в пространстве одинаковых параллелепипедов, называемых элементарными ячейками. Все элементарные ячейки устроены абсолютно одинаково: каждая из них содержит одинаковое число одинаково расположенных атомов (ионов) каждого вида и может быть получена из какой-либо одной элементарной ячейки путём некоторого набора параллельных переносов вдоль трёх направлений, задаваемых сторонами параллелепипеда, на расстояния, кратные длинам этих сторон. Совокупность всех точек, в которых находятся атомы кристалла, называется кристаллической решёткой данного вещества. Будем называть кристаллы, у которых элементарная ячейка имеет форму куба, кубическими. Для таких кристаллов удобно выбрать систему прямоугольных координат с началом в вершине одного из кубов, представляющих элементарную ячейку, и взять в качестве единицы длины сторону $a$ куба. Тогда описывать положение того или иного атома кристалла можно с помощью трёх безразмерных координат $(x, y, z)$ атома. Ясно, что получить полное представление об атомной структуре кристалла можно, указав положения всех атомов, входящих в одну из элементарных ячеек, например, всех атомов с координатами, удовлетворяющими условиям $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $0 \le z \le 1$. Элементарная ячейка простейшего кубического кристалла, содержащего один атом на элементарную ячейку, приведена на рисунке: атомы находятся в вершинах куба и для каждой вершины указаны её координаты. В такую структуру кристаллизуется полоний. Если условно представлять себе атомы как шары, то внутри куба лежит одна восьмая часть каждого из шаров, расположенных во всех восьми вершинах куба, как показано на рисунке.



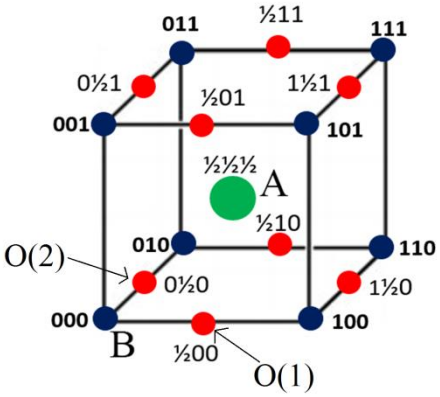

Пусть вещество X является кубическим кристаллом, состав элементарной ячейки которого описывается формулой $ABO_2$, где A и B – атомы металлов со степенями окисления +1 и +3 соответственно, а O – кислород. Допустим, что атомы в кристаллической решётке X имеют следующие координаты: A: (½, ½, ½), B: (0, 0, 0); O(1): (½, 0, 0); O(2): (0, ½, 0)

(здесь O(1) и O(2) – атомы кислорода, занимающие два различных положения внутри элементарной ячейки).

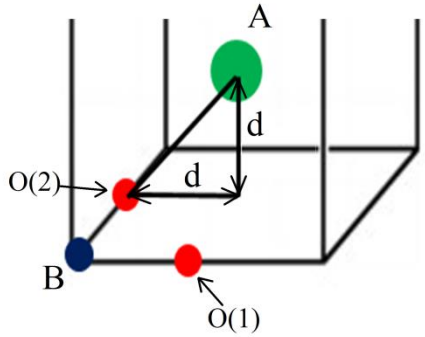
- Изобразите графически элементарную ячейку кристаллической решётки вещества X.
- Определите расстояния A–O, A–B, если известно, что расстояние B–O = $2 \cdot 10^{-10}$ м.
- Какое координационное число (количество ближайших атомов кислорода, окружающих атом металла) будет иметь металл B? Какую геометрию (форму) будет иметь это окружение?
- Какую степень окисления будет иметь металл B, если 5% атомов кислорода в X заменить на фторид-анион $F^-$ (считать, что степень окисления A неизменна).

***Решение:***

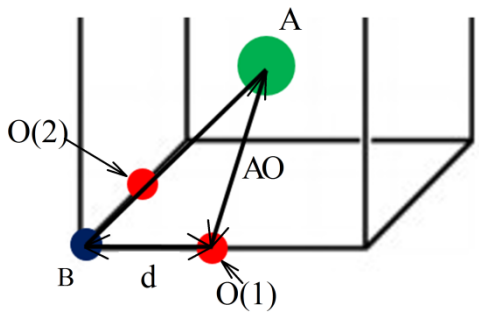
Металл A может иметь только одно положение в элементарной ячейке – в центре куба. Атомы кислорода будут размещаться на серединах его горизонтальных ребер, вдоль которых направлены оси $x$ и $y$. Атомы металла B будут расположены в вершинах куба, показанного на рисунке в условии задачи (для упрощения на рисунке, расположенном ниже, подписан только атом B, находящийся в начале координат). Поэтому элементарная ячейка может быть изображена следующим образом:




Пусть расстояние B-O(1), совпадающее с B-O(2), равно $d$; тогда расстояние A-O(1), совпадающее с расстоянием A-O(2), можно найти по теореме Пифагора (см. рисунок): $AO = \sqrt{2}\,d \approx 0{,}282$ нм.




Применив теорему Пифагора ещё раз (см. рисунок), можно найти расстояние $AB = \sqrt{3}\,d = 0{,}346$ нм.

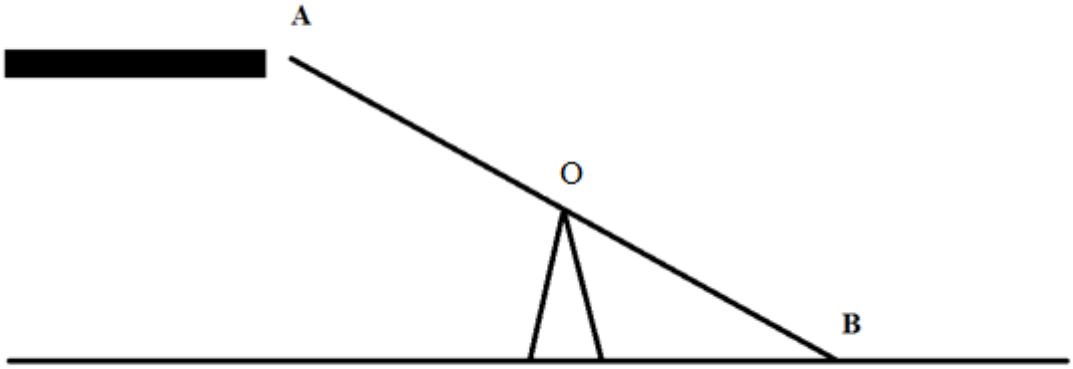



Из рисунка видно, что ближайшими соседями атомов B будут 4 атома кислорода. Например, атом B с координатами (0,0,0) будет находиться в окружении атомов кислороды с координатами $(0, ½, 0), (0, -½, 0), (½, 0,0)$ и $(-½, 0,0)$. Нетрудно заметить, что они образуют квадрат.

Степень окисления $q$ металла B после замены части кислорода на фтор может быть найдена из условия электронейтральности кристалла в целом. Если атомами фтора (которые в соединении приобретут степень окисления $-1$ и превратятся во фторид-анионы) заместить 5% атомов кислорода, то новая формула вещества будет $ABO_{1,9}F_{0,1}$; поэтому должно выполняться соотношение $1 + q + 1{,}9 \cdot (-2) + 0{,}1 \cdot (-1) = 0$ (степени окисления металла A, кислорода и фтора равны $+1, -2$ и $-1$ соответственно). Отсюда $q = +2{,}9$.

**Задача 4.2 (25 баллов)**

Акробаты Роман и Элина показывают трюк на качелях. В начальный момент времени Элина стоит правом конце качелей, касающемся земли в точке B, а Роман заходит на качели в точке A с длинного помоста, расположенного на той же высоте, что и левый конец качелей (см. рисунок). После этого конец A качелей опускается и ударяется о землю, Элину при этом подбрасывает в воздух, после чего она приземляется на помосте, с которого сошел Роман. При каком начальном значении угла наклона качелей Элина приземлится на наибольшем расстоянии от точки отрыва от качелей? Длину качелей считайте фиксированной, массой качелей пренебрегите, |AO| = |OB|.




***Решение:***

Пусть масса Романа M, а масса Элины m. В начальный момент энергия системы «Роман + Элина» составляла $M \cdot g \cdot L \cdot \sin\alpha$, где $\alpha$ – угол наклона качелей, а L – длина качелей. В момент времени непосредственно перед ударом левого конца качелей о землю энергия системы равна $m \cdot g \cdot L \cdot \sin\alpha + \frac{(M+m)v^2}{2}$, где v – скорость Элины перед прыжком. Эти две энергии равны, то есть:

$\frac{(M+m)v^2}{2} = (M-m) \cdot g \cdot L \cdot \sin\alpha.$ (1)

Скорость Элины в начале прыжка направлена по нормали к качелям, поэтому ее горизонтальная составляющая равна $v \cdot \sin\alpha$, а вертикальная – $v \cdot \cos\alpha$. Пусть время полета Элины составляло t, а по горизонтали она пролетела расстояние $d$, тогда:

$v \cdot t \cdot \sin\alpha = d,$

$v \cdot t \cdot \cos\alpha - \frac{gt^2}{2} = 0.$

Тогда $t = \frac{2v\cos\alpha}{g}$,

$d = \frac{2v^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$.

Подставляя значение $v^2$ из (1), получаем:

$d = \frac{4(M-m)L\sin^2\alpha\cos\alpha}{M+m}$.

Таким образом, нужно найти, при каком значении $\alpha$ достигается максимум выражения $\sin^2\alpha\cos\alpha = \cos\alpha - \cos^3\alpha$. Нетрудно понять (например, вычислив производную этого выражения), что максимум достигается при $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, при этом $\alpha \approx 55°$.

***Ответ: 55°.***

# Решения заданий заключительного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019 8-9 классы

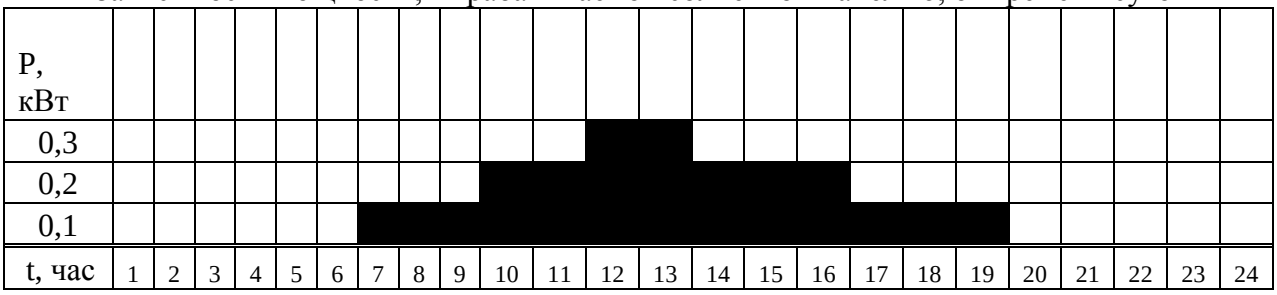
**Задача 1.3 (25 баллов)**

Работу научной установки обеспечивают одна приливная миниэлектростанция, две солнечные панели и один аккумулятор. Научная установка работает круглосуточно и непрерывно и потребляет 0,7 кВт электроэнергии. Какое минимальное количество энергии $E_0$ должен быть способен запасать аккумулятор, для того чтобы научная установка работала без перебоев?

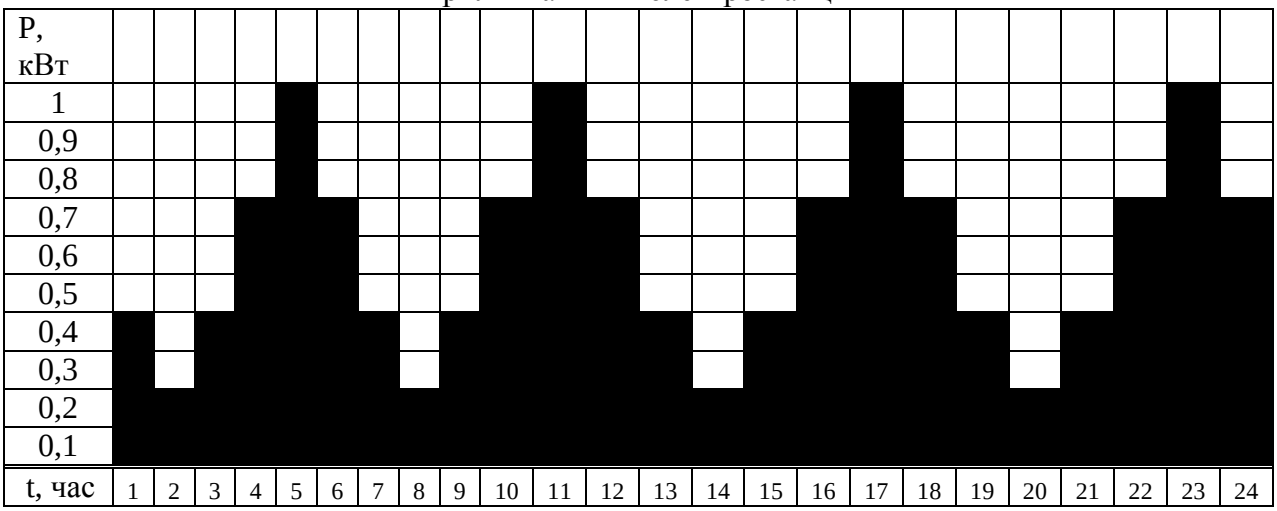
Мощности выработки электроэнергии солнечной панелью и приливной миниэлектростанцией показаны на соответствующих графиках.

Можно ли дополнить описанную выше научную установку (с аккумулятором энергоемкостью $E_0$) передатчиком информации, который будет раз в сутки включаться на один час и потреблять 1 кВт электроэнергии? Если да, то укажите возможные значения времени, когда его можно включать (с точностью до часа).

Зависимость мощности, вырабатываемой солнечной панелью, от времени суток




Приливная миниэлектростанция




***Решение:***

Составим таблицу, куда внесем полную мощность, вырабатываемую двумя солнечными панелями и приливной миниэлектростанцией.

| P, кВт | 0,4 | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 1 | 0,7 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 1,1 | 1,4 | 1,3 | 1 | 0,6 | 0,8 | 1,1 | 1,2 | 0,9 | 0,6 | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 1 | 0,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t, час | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |

Теперь вычтем из полной мощности мощность, потребляемую научной установкой – 0,7 кВт.

| P, кВт | -0,3 | -0,5 | -0,3 | 0 | 0,3 | 0 | -0,1 | -0,3 | -0,1 | 0,4 | 0,7 | 0,6 | 0,3 | -0,1 | 0,1 | 0,4 | 0,5 | 0,2 | -0,1 | -0,5 | -0,3 | 0 | 0,3 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t, час | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |

Значения со знаком «-» означают, что в соответствующий час научной установке не хватает вырабатываемой электроэнергии, и она должна использовать электроэнергию, запасенную в аккумуляторе.

Из таблицы видно, что сутки делятся на два крупных блока. С начала 10-го часа до конца 18-го, когда у нас преобладают положительные значения мощности (т.е. аккумулятор заряжается), и с начала 19-го до конца 9-го, когда преобладают отрицательные значения (т.е. аккумулятор разряжается).

Предположим, что перед началом серии положительных значений аккумулятор полностью разрядился, т.е. к началу 10-го часа в нем запасено 0 кВт·ч. Дальше будут следовать в основном положительные значения мощности, поэтому он будет заряжаться.

Для того чтобы аккумулятор полностью разрядился к концу 9-го часа, к началу 9-го часа в нем должно оставаться 0,1 кВт·ч электроэнергии, к началу 8-го часа – 0.4 кВт·ч и т.д. Продолжая эти рассуждения, можно получить следующую таблицу, в которой указано количество электроэнергии, запасенное в аккумуляторе к началу соответствующего часа:

| P, кВт | 1,9 | 1,8 | 1,3 | 1,0 | 1,0 | 1,3 | 1,3 | 1,0 | 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 0,4 | 0,1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t, час | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

До начала 19-го часа аккумулятор заряжался, поэтому, как видно из получившихся в таблице значений, для стабильной работы установки необходимо, чтобы он мог запасать не менее 1,9 кВт·ч электроэнергии (если бы мы взяли меньшее значение, то аккумулятор полностью разрядился бы до начала десятого часа и установка перестала бы непрерывно работать).

Проверим, что он будет успевать запасти такое количество электроэнергии в промежутке времени между началом 10-го и концом 18-го часа. Для этого сложим все значения избытка производимой мощности с начала 10-го до конца 18-го часов (с учетом отрицательного значения в течение 14-го часа)

0,4+0,7+0,6+0,3-0,1+0,1+0,4+0,5+0,2 = 3,1 кВт·ч, чего с запасом достаточно для зарядки аккумулятора.

Теперь перейдем ко второму вопросу задачи, связанному с передатчиком.

Из проверки значения 1,9 кВт·ч видно, что у нас есть избыток электроэнергии, который можно использовать для работы передатчика. Из данных таблиц и с учетом того, что

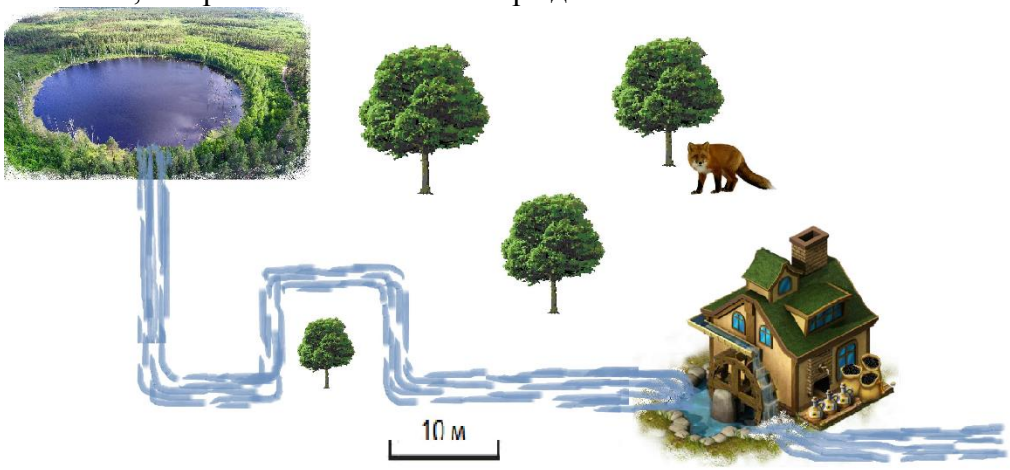
1) для работы передатчика необходимо, чтобы аккумулятор (с учетом степени его зарядки) вместе с текущей генерацией электроэнергии позволял поддерживать потребляемую мощность в 1 кВт на протяжении часа,
2) после выключения передатчика аккумулятор должен успеть зарядиться до 1,9 кВт·ч к началу 19-го часа,

можно получить, что включать передатчик можно между началом 11-го часа и концом 16-го.

***Ответ: $E_0$ = 1,9 кВт·ч. Передатчик можно включать между началом 11-го часа и концом 16-го.***

**Задача 2.2 (25 баллов)**

Минигидроэлектростанция (мини-ГЭС) на водяном колесе находится на реке, русло которой устроено так, как показано на рисунке. Перепад высот между истоком реки и мини-ГЭС составляет 10 метров. Мини-ГЭС обладает КПД, равным 15 %. Это означает, что количество электроэнергии, вырабатываемое на электростанции, равно 15 % от кинетической энергии, которой обладает вода при входе в мини-ГЭС. При течении воды вдоль русла реки часть ее механической энергии теряется (по многим причинам, но основная из них – это наличие сил трения). Пусть при протекании 1 тонны воды теряется $10^3$ Дж ее механической энергии на каждые 10 метров длины реки. Оцените мощность, вырабатываемую на мини-ГЭС. Расход воды на мини-ГЭС составляет 2 тонны за секунду. Считайте, что река начинается из озера достаточно большого объема.




***Решение:***

Используя рисунок, оценим длину русла реки. Получаем $l \approx 100$ м. Пусть $Q = 0{,}1$ Дж/(кг·м) – механическая энергия, теряемая одним килограммом воды при протекании вдоль русла реки расстояния в один метр (по условию одна тонна воды теряет 1 кДж при протекании 10-метрового участка русла), $g \approx 10$ м/с$^2$ – ускорение свободного падения, $h$ – перепад высот между истоком реки и мини-ГЭС, а $\mu = 2000$ кг/с – расход воды на мини-ГЭС. Тогда кинетическая энергия $E$ единицы массы воды на входе в мини-ГЭС равна изменению ее потенциальной энергии (равной $gh$) за вычетом потерь, о которых шла речь выше, т.е. $E = gh - Ql$. Учитывая, что КПД мини-ГЭС $\eta$ по условию задачи равен 0,15, находим мощность мини-ГЭС $P = \eta\mu E = \eta\mu(gh - Ql) \approx 27$ кВт.

***Ответ: 27 кВт.***

**Задача 3.1 (25 баллов)**

В начале девятнадцатого века двадцатилетний студент медицинского отделения Гейдельбергского университета Фридрих Велер провел эксперимент, повлиявший на дальнейший выбор его профессии. Он отфильтровал раствор, оставшийся после одного из опытов, и высушил осадок, который содержал по массе 63,4% ртути, 8,8% азота, 20,2% серы и углерод.

После этого он поджег полученный осадок, который не загорелся, но видоизменился. Объем смеси увеличился во много раз относительно первоначального, при этом смесь разматывалась как несколько змей одновременно, образуя очень легкий материал цвета графита.

Объясните, что приводит к значительному увеличению объема реакционной смеси и заставляет «змей» двигаться. Определите молекулярную формулу полученного осадка.

Запишите уравнения реакций. Необходимы ли специальные условия для их протекания? Ответ поясните.

***Решение:***

Пусть масса неизвестного вещества x грамм. Тогда:
m(N) = ω(N) · m(в-ва) = 8,8x г
m(Hg) = ω(Hg) · m(в-ва) = 63,4x г
m(S) = ω(S) · m(в-ва) = 20,2x г
m(C) = ω(C) · m(в-ва) = 7,6x г
Тогда:
ν(N) = m(N) / μ(N) = 8,8x/14 ≈ 0,63x моль
ν(Hg) = m(Hg) / μ(Hg) = 63,4x/201≈ 0,315x моль
ν(S) = m(S) / μ(S) = 20,2x/32 ≈ 0,63x моль
ν(C) = m(C) / μ(C) = 7,6x/12 ≈ 0,63x моль
Составим мольное соотношение:
ν (N) : ν(Hg) : ν(S) : ν(C) = 0,63x : 0,315x : 0,63x : 0,63x = 2 : 1 : 2 : 2
Тогда формула неизвестного вещества: $HgS_2C_2N_2$, или $Hg(SCN)_2$.

**Уравнения реакций:**

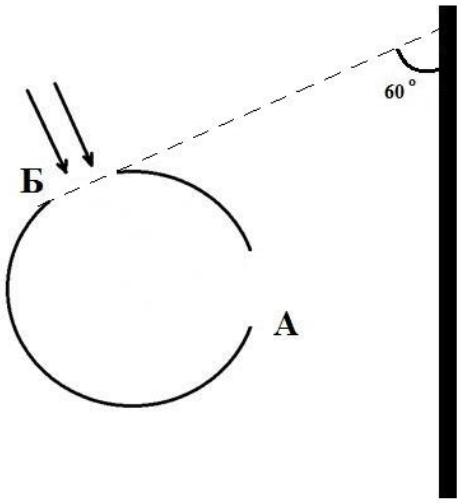
1. $2Hg(SCN)_2 \overset{t}{\Rightarrow} 2HgS + CS_2 + C_3N_4$
2. $C_3N_4 \overset{t}{\Rightarrow} 3(CN)_2 + N_2$
3. $HgS + O_2 \overset{t}{\Rightarrow} Hg + SO_2$
4. $CS_2 + 3O_2 \overset{t}{\Rightarrow} CO_2 + 2SO_2$

Образующийся нитрид углерода вспучивается выделяющимися газами и при движении захватывает черный сульфид ртути, что приводит к образованию пористой массы цвета графита.

**Специальные условия:** пары ртути ядовиты, реакцию следует проводить в вытяжном шкафу.

**Задача 4.2 (25 баллов)**

Дан экран и полый тонкостенный непрозрачный шар диаметром 3 м, центр которого находится на расстоянии 3 м от экрана. В шаре проделали два круглых отверстия диаметром 60 см так, как показано на рисунке: плоскость отверстия А параллельна плоскости экрана, плоскость отверстия Б составляет угол 60° с плоскостью экрана. Через отверстие Б перпендикулярно его плоскости в шар падает солнечный свет. В шар поместили непрозрачный шарик диаметром 10 см и некую систему из тонких линз и плоских зеркал. Приведите пример расположения и ориентации шарика, линз и зеркал, если на экране видны тени в виде двух кругов диаметрами 10 см и 5 см. Ответ обоснуйте. Закреплять шарик, зеркала и линзы можно в любых точках внутри шара и в любых ориентациях.

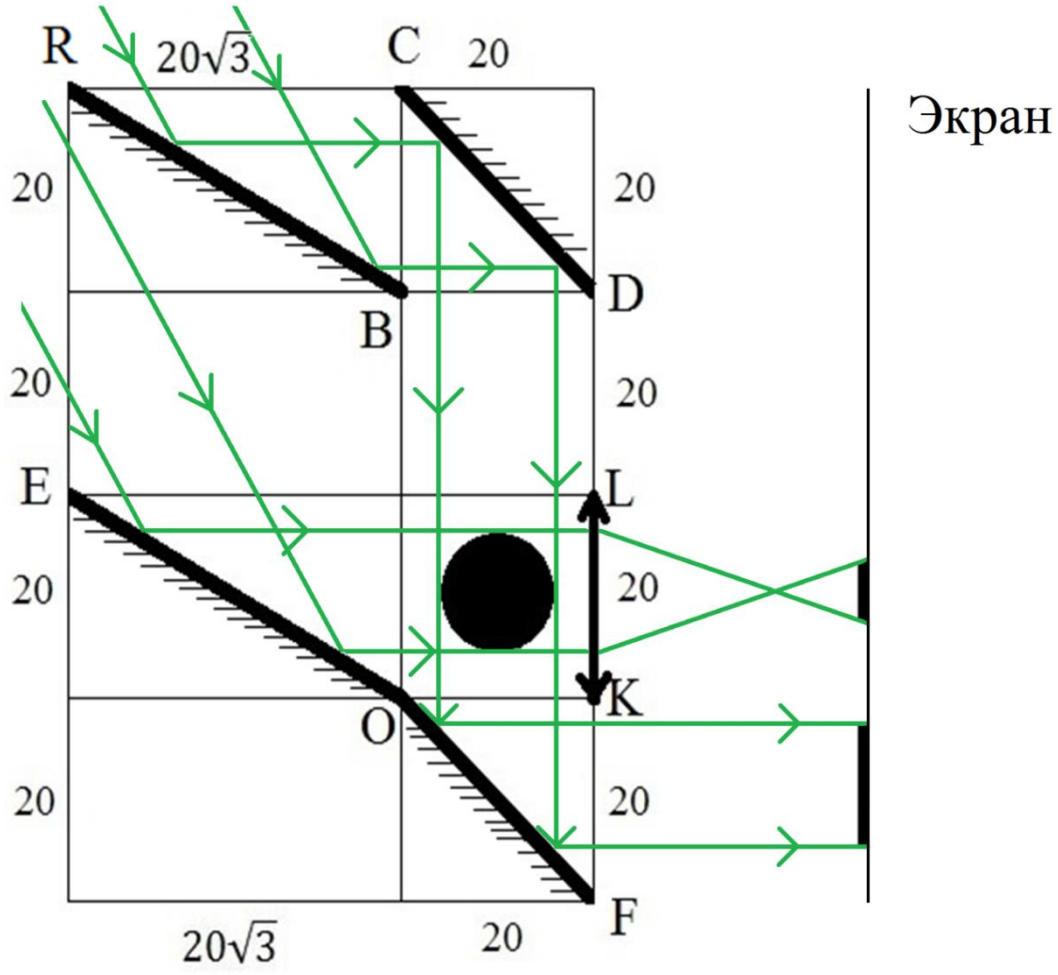



***Решение:***

Так как на экране должны быть две тени, пучок лучей, проходящий через отверстие Б, нужно разделить на два пучка. Это можно сделать, частично перекрыв пучок зеркалом. Далее, так как тени являются кругами, пучки лучей, создающие эти тени, должны падать на экран перпендикулярно его поверхности. На пути одного из пучков нужно поставить собирающую линзу, которая уменьшит тень в два раза.

С учетом проведенных рассуждений нетрудно понять, как могут быть расположены зеркала и линза.

Рассмотрим, например, такое расположение зеркал и линзы:



Это сечение находится в плоскости, проходящей через центр шара и центры отверстий. O – центр шара; луч OK проходит через центр отверстия A; все расстояния даны в сантиметрах. RB, CD, OE, OF – прямоугольные зеркала шириной 20 см (по 10 см с каждой стороны от плоскости рисунка); KL – собирающая линза; черный круг – центральное сечение непрозрачного шарика. Отражающая поверхность зеркал RB, OE и OF находится сверху, отражающая поверхность зеркала CD – снизу.

$\text{tg}\angle\text{ORE} = \frac{20\sqrt{3}}{60} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, поэтому $\angle\text{ORE} = 30°$. Отсюда луч OR перпендикулярен плоскости отверстия Б и поэтому проходит через его центр, то есть RO – направление падающих через отверстие Б лучей. Заметим также, что углы BRC и OEL равны по 30°, то есть зеркала RB и OE образуют углы по 30° с направлением падающих через отверстие Б лучей и с направлением OK. Поэтому после отражения от этих зеркал падающие через отверстие Б лучи идут горизонтально. Проследим их дальнейший ход.

Лучи, отраженные от зеркала RB, затем отражаются от зеркала CD, идут вертикально, проходят через шарик, отражаются от зеркала OF, идут горизонтально и попадают на экран, формируя тень от шарика в виде круга диаметром 10 см.

Лучи, отраженные от зеркала OE, проходят через шарик и затем через собирающую линзу KL, формируя на экране тень от шарика в виде круга, размер которого зависит от фокусного расстояния линзы $f$. Так как линза, находящаяся в 280 см от экрана, должна уменьшить тень от шарика в два раза, получаем уравнение $\frac{280-f}{f} = \frac{1}{2}$, откуда $f = \frac{560}{3} \approx 187$ см.

Осталось заметить, что:

1) все зеркала и линза не выходят за пределы шара, так как максимальное расстояние от центра составляет $\sqrt{60^2 + (20\sqrt{3})^2 + 10^2} = 70$ см;
2) BE = 40 см и отрезок BE перпендикулярен падающим через отверстие Б лучам, поэтому поперечное сечение пучка лучей, попадающих на зеркала, образует прямоугольник со сторонам 40 см и 20 см, целиком умещающийся в отверстие Б;
3) поперечное сечение пучка лучей после прохождения через все зеркала и линзы также образует прямоугольник со сторонами 40 см и 20 см, целиком умещающийся в отверстие А.

# Решения заданий заключительного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2018/2019 5-7 классы

**Задача 1.2 (25 баллов)**

В строительстве для теплоизоляции широко используются пористые материалы (например, пластины, изготовленные из тонкого стекловолокна). У какого материала такого рода теплоизоляционные свойства лучше – у более плотного или менее плотного? Ответ поясните.

***Решение:***

Теплоизоляционные свойства лучше у менее плотного материала, так как он содержит больше пор, заполненных воздухом, который проводит тепло гораздо хуже, чем стекло (или полимер), из которого состоит «каркас» пористого материала.

***Ответ: у менее плотного.***

**Задача 2.2 (25 баллов)**

Вика начала подготовку к экзамену по физике за 2 дня до даты экзамена. Однако она решила за это же время полностью посмотреть телефильм «Семнадцать мгновений весны» длительностью 14 часов и после экзамена пересказать его содержание Диме. На подготовку к экзамену Вике нужно 20 часов. «Я могу одновременно смотреть фильм и читать учебник», - подумала Вика. Однако оказалось, что при одновременном просмотре фильма и чтении учебника Вика упускает треть содержания просмотренной за это время части фильма и половину содержания прочитанной за это время части учебника. Дима расстроится, если Вика перескажет ему меньше 75% фильма, а экзамен Вика сможет сдать, только если выучит хотя бы 80% материала учебника. Сумеет ли Вика сдать экзамен и не расстроить Диму, если она может читать учебник с 8:00 до 20:00, а смотреть фильм с 14:00 до 22:00? Вика не пересматривает дважды один и тот же отрывок фильма и не перечитывает дважды один и тот же материал из учебника.

***Решение:***

Пусть Вика сумела сдать экзамен и не расстроить Диму. Пусть Вика при этом одновременно смотрела фильм и читала учебник в течение $x$ часов, тогда к концу второго дня она знает $\frac{14-\frac{x}{3}}{14} = 1 - \frac{x}{42}$ часть содержания фильма (поскольку по условию задачи она должна полностью посмотреть фильм) и выучила не более $\frac{20-\frac{x}{2}}{20} = 1 - \frac{x}{40}$ части материала учебника. Тогда $1 - \frac{x}{42} \geq 0{,}75$ и $1 - \frac{x}{40} \geq 0{,}8$, откуда получаем $x \leq 8$. Теперь уже нетрудно понять, как Вика может распределить свое время, чтобы все успеть. Например, она может каждый день читать учебник с 8:00 до 18:00 и смотреть фильм с 14:00 до 21:00.

***Ответ: да, сможет.***

**Задача 3.3 (25 баллов)**

Строительная фирма получила заказ на облицовку мраморными плитами колонн высотой 3,5 м, имеющих поперечное сечение в виде квадрата со стороной 97 см (рис. 1). Для выполнения этого заказа фирма планирует использовать большое количество одинаковых квадратных мраморных плит толщиной 3 см (рис. 2). Каков максимальный размер такой плиты, если поперечное сечение облицованной колонны должна остаться квадратным, а плиты кладут в один слой? Облицовывать нужно только боковую поверхность колонн. Толщиной слоя клея, используемого для крепления плит, пренебречь. Плиты разрезать нельзя.

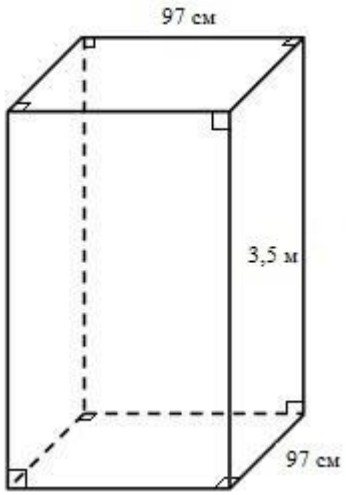



Рис. 1

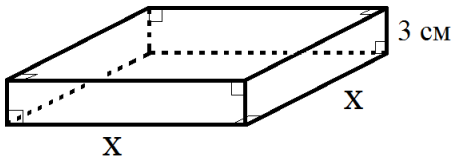


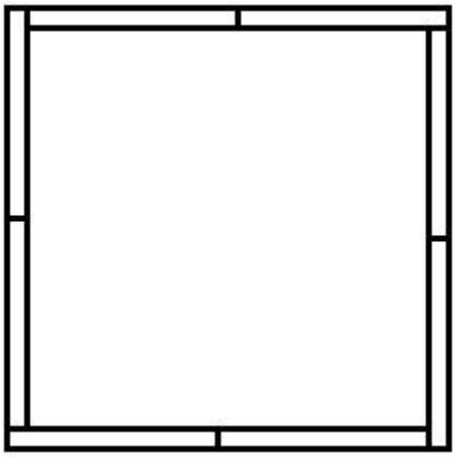

Рис. 2

***Решение:***

Так как плиты покрывают колонну в один слой, поперечное сечение облицованной колонны будет квадратом со стороной 97 + 3 + 3 = 103 см. Пусть ширина каждой плиты равна x см. Рассмотрим поперечное сечение колонны на какой-либо высоте. Плиты должны полностью покрывать каждую из сторон сечения. Рассмотрим плиты, которые покрывают одну из сторон, их число обозначим через k. Их суммарная длина kx должна находиться в пределах от 97 см до 103 см. Если какую-то из других сторон покрывает другое число плит, то ширина каждой плиты не больше 6 см.

Пусть каждую сторону сечения покрывает ровно k плит, тогда kx = 100 см. При этом вся высота колонны должна покрываться целым числом плит, то есть mx = 350 см, где m – целое. Наибольшее такое x является наибольшим общим делителем 350 и 100, то есть x = 50 см.

Плитами со стороной 50 см можно покрыть колонну следующим образом (вид сверху):



***Ответ: плита максимального размера будет иметь сторону 50 см.***

**Задача 4.1 (25 баллов)**

Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций детали, изображенной на рисунке. Считать, что фронтальная проекция – это вид спереди, главный вид; горизонтальная - вид сверху; профильная - вид сбоку слева.

***Решение:***

Одно из возможных решений задачи: