

**Решения заданий заключительного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2019/2020
5-7 классы**

Задача 1 (20 баллов)

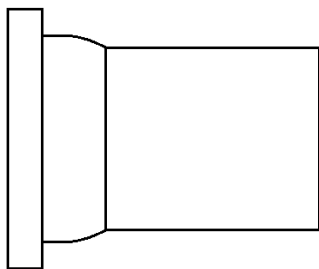
Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекции детали, изображенной на рисунке.



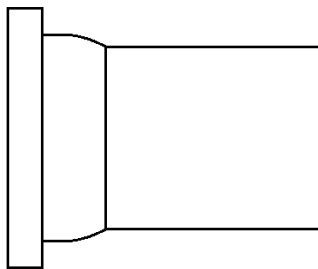
Решение:

Одно из возможных решений:

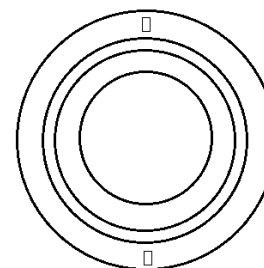
Фронтальная проекция



Горизонтальная проекция



Профильная проекция



Задача 2 (20 баллов)

Четверо друзей Вася, Коля, Петя и Саша из Москвы, Санкт-Петербурга, Калининграда и Владивостока собрались в школе юных химиков, чтобы сделать фейерверки. Каждый из них выбрал одну из солей, которая окрашивает пламя при горении в один из цветов: красный, зеленый, синий или оранжевый. Каждая соль была в одной из склянок: круглодонная колба, коническая колба, плоскодонная колба и мензурка. Известно, что Саша никогда не был во Владивостоке. Коля не любит зеленый цвет, а живет в городе, расположенном западнее всех остальных. Вася выбрал соль в мензурке, дающую синий цвет при горении. Житель Санкт-Петербурга принес соль в круглодонной колбе. В конической колбе принесли соль стронция. Любопытный факт: имя владельца данной соли, город его проживания, цвет пламени, получаемый при горении данной соли, и название сосуда начинаются на одну и ту же букву.

Вася живет дальше всех от Москвы. Петя любит оранжевый цвет, на каникулах он хочет съездить к бабушке, которая живет в Санкт-Петербурге. Определите тип соли, вид склянки и город проживания каждого из друзей.

В таблице приведены вид соли и цвет, в который окрашивается пламя при горении данной соли.

Цвет пламени	Зеленый	Оранжевый	Красный	Синий
Металл	Барий	Кальций	Стронций	Медь

Решение:

Составим таблицу и будем ее заполнять.

- Известно, что Саша никогда не был во Владивостоке.
- Коля не любит зеленый цвет, а живет в городе, расположенном западнее всех остальных.
- Вася выбрал соль в мензурке, дающую синий цвет пламени при горении.

Имя	Вася	Коля	Петя	Саша
Город		Калининград		Не Владивосток
Цвет	Синий	Не зеленый		
Тип посуды	Мензурка			

4. В конической колбе принесли соль стронция. Любопытный факт: имя владельца данной соли, город его проживания, цвет пламени, получаемый при горении данной соли, и название сосуда начинаются на одну и ту же букву. Такому условию удовлетворяет только имя, которое начинается на букву «К». Значит, это Коля.

Имя	Вася	Коля	Петя	Саша
Город		Калининград		Не Владивосток
Цвет	Синий (Cu)	Красный (Sr)		
Тип посуды	Мензурка	Коническая		

		колба		
--	--	-------	--	--

5. Вася живет дальше всех от Москвы. Петя любит оранжевый цвет, на каникулах он хочет съездить к бабушке, которая живет в Санкт-Петербурге.

Имя	Вася	Коля	Петя	Саша
Город	Владивосток	Калининград	Не Санкт-Петербург	
Цвет	Синий (Cu)	Красный (Sr)	Оранжевый (Ca)	
Тип посуды	Мензурка	Коническая колба		

6. Бабушка Пети живет в Санкт-Петербурге, значит, Петя живет в Москве, а Саша в Санкт-Петербурге.

7. Житель Санкт-Петербурга принес соль в круглодонной колбе.

Имя	Вася	Коля	Петя	Саша
Город	Владивосток	Калининград	Москва	Санкт-Петербург
Цвет	Синий (Cu)	Красный (Sr)	Оранжевый (Ca)	
Тип посуды	Мензурка	Коническая колба		Круглодонная колба

8. Остались плоскодонная колба и зеленый цвет:

Имя	Вася	Коля	Петя	Саша
Город	Владивосток	Калининград	Москва	Санкт-Петербург
Цвет	Синий (Cu)	Красный (Sr)	Оранжевый (Ca)	Зеленый (Ba)
Тип посуды	Мензурка	Коническая колба	Плоскодонная колба	Круглодонная колба

Данная таблица отвечает на вопросы, поставленные в задаче.

Задача 3 (20 баллов)

Перед вами фото части часов, которые находятся на Староместской башне в г. Праге (Чешская республика) уже более 500 лет. На циферблате имеются несколько изображений, среди которых, например, есть такие как «крестьянин пашет поле на быках», «крестьяне косят траву», «сбор винограда», «рубка деревьев и заготовка дров». Часы устроены так, что небольшая стрелка в верхней части остается неподвижной, а циферблат вращается с течением времени.

Примерное время, когда было получено фото, – 13:00 22 сентября. Предположите, как изменится положение циферблата часов к 13:00 22 января. Ответ поясните.



Решение:

Можно заметить, что на 12 изображениях содержатся сцены, характерные для различных времен года. Среди этих сцен мы видим «крестьянин пашет поле на быках» – действие, характерное для весны, «крестьяне косят траву» – действие, характерное для конца лета, «сбор винограда» и «рубка деревьев и заготовка дров» – действия, характерные для осени и начала зимы.

Можно догадаться, что 12 изображений символизируют 12 месяцев года.

В задании указано, что фотография сделана 22-ого числа. При этом небольшая стрелка находится ближе к левому краю ближайшего к нему изображения. Следовательно, циферблат вращается по часовой стрелке.

По условию задачи необходимо определить положение циферблата через 4 месяца после того момента, когда было сделано приведенное фото. Поскольку полный круг составляет 12 месяцев, за 4 месяца циферблат повернется на $4/12$ или $1/3$ от полного оборота.

Ответ: циферблат повернется на $1/3$ от полного оборота по часовой стрелке.

Задача 4 (20 баллов)

Ледяной куб, имеющий температуру $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, от удара рассыпается на миллион не соприкасающихся друг с другом мелких кубиков. Что растает быстрее – целый куб или все получившиеся кубики? Во сколько раз? Ответ поясните. Считать, что поглощаемое в единицу времени ледяным кубом (кубиком) количество теплоты прямо пропорционально площади поверхности ледяного куба (кубика).

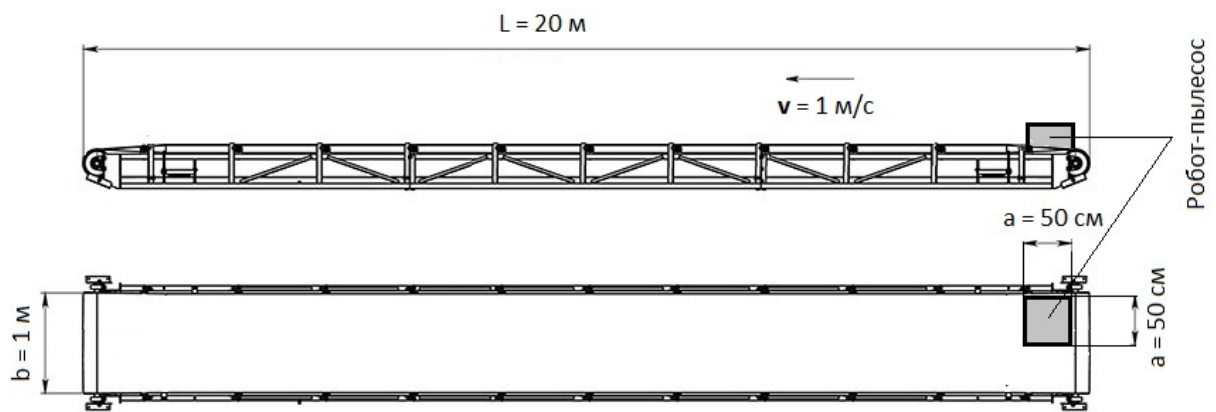
Решение:

Количество теплоты, поступающее в куб в единицу времени, пропорционально площади его поверхности, т.е. квадрату длины его ребра, а количество теплоты, необходимое для плавления куба, пропорционально его объему, т.е. кубу длины его ребра. Поэтому время, необходимое для плавления куба, пропорционально длине его ребра. При разбиении куба на $1000000 = 100 \cdot 100 \cdot 100$ одинаковых кубиков длина ребра каждого кубика оказывается в 100 раз меньше длины ребра исходного куба. Поэтому миллион одинаковых кубиков растают в сто раз быстрее, чем исходный куб. Если куб разбивается на кубики разных размеров, то время плавления всех кубиков будет определяться размером наибольшего из получившихся кубиков.

Ответ: маленькие кубики растают быстрее в 100 раз.

Задача 5 (20 баллов)

На предприятии по производству высокотехнологичного оборудования используется конвейерная лента с параметрами, указанными на рисунке: длина конвейера равна 20 м, ширина ленты равна 1 м, конвейерная лента движется со скоростью 1 м/с в направлении, указанном на рисунке. Для поддержания качества продукции было решено регулярно очищать конвейерную ленту, используя робот-пылесос квадратной формы размерами 50 см х 50 см. Робот-пылесос ставят в начало конвейера вплотную к краю ленты как показано на рисунке. Робот может двигаться в любом направлении, но его квадратный корпус никогда не поворачивается. Робот очищает всю поверхность, находящуюся строго под его корпусом, за пренебрежимо малое время. Оцените, с какой минимальной скоростью должен двигаться робот-пылесос, чтобы почистить всю конвейерную ленту, не упав с нее. Во время чистки конвейерная лента продолжает двигаться со скоростью 1 м/с.



Решение:

Заметим, что длина ленты конвейера составляет 40 м. Учитывая, что роботу необходимо почистить по 40 м вдоль каждого края ленты, нетрудно понять, что наименьшая скорость робота достигается, если он сначала полностью почистит 40 м левой половины ленты, перейдет на правую половину ленты и почистит 40 м правой половины ленты. Пусть скорость робота относительно ленты составляет x м/с. Пренебрегая размерами робота и временем перехода с одной стороны ленты на другую как малыми по сравнению с длиной ленты и временем очистки всей ленты соответственно, получаем, что робот почистит всю ленту за $\frac{80}{x}$ секунд и при этом сдвинется в сторону конца ленты на $\frac{80}{x}(1 - x)$ метров. Чтобы робот не упал, x должно удовлетворять следующему неравенству:

$$\frac{80}{x}(1 - x) \leq 20, \text{ откуда } x \geq 0,8.$$

Таким образом, минимальная допустимая скорость робота относительно ленты составляет 0,8 м/с.

Ответ: 0,8 м/с.

**Решения заданий заключительного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2019/2020
8-10 классы**

Задача 1 (20 баллов)

Однажды Вася прочитал, что одним из материалов, из которого изготавливают столовые приборы, является сплав, содержащий 3 вида металлов: А, В и С. Он задумался, какие именно? У него был обломок вилки массой 20 г, который он и решил проанализировать. Сначала Вася прокипятил образец с избытком соляной кислоты (*реакции 1 и 2*), в результате чего раствор окрасился в зеленый цвет. Полученную смесь он отфильтровал и получил фильтрат Ф и остаток О. Остаток О, содержащий только металл А, растворили в избытке концентрированной азотной кислоты (*реакция 3*), в результате чего выделилось 10,248 л бурого газа (измерено при н.у.). Раствор аккуратно выпарили, а сухой остаток продолжили нагревать (*реакция 4*). В результате реакции выделился оксид металла А и смесь газов объемом 12,810 л (измерено при н.у.).

Анализ фильтрата Ф показал, что в нем содержатся только катионы металлов В и С, расположенных в одной группе и одном периоде в короткой Периодической системе элементов, причем известно, что фторид металла В растворим, а фторид металла С нерастворим. Также анализ фильтрата показал, что исходное массовое отношение металла В к металлу С равно 131:3.

Дополнительно известно, что при реакции 1,040 г хлорида металла В с избытком раствора едкого натра образуется 0,744 г осадка (*реакция 5*). При реакции 1,016 г хлорида металла С с избытком раствора едкого натра образуется 0,720 г осадка (*реакция 6*).

Определите металлы А, В и С. Напишите уравнения всех описанных реакций.

Определите массовые доли компонентов в сплаве. Как называется данный сплав?

Решение:

Из условия задачи становится понятно, что один из металлов в данном сплаве находится правее в ряду напряжения металлов, так как он не реагирует с соляной кислотой, но реагирует с азотной кислотой. Нитрат данного металла разлагается с образованием оксида, значит, металл А – медь.

Про металлы В и С известно, что они находятся в одной группе и в одном периоде короткой Периодической системы; вероятно, это элементы VIII группы короткой Периодической системы. Дополнительные данные о том, что фторид металла В растворим, а фторид металла С нерастворим, указывают на то, что В – это никель, а С – это железо. Подтвердим данное рассуждение расчетами.

1. $\text{Ni} + 2\text{HCl} = \text{NiCl}_2 + \text{H}_2 \uparrow$
2. $\text{Fe} + 2\text{HCl} = \text{FeCl}_2 + \text{H}_2 \uparrow$
3. $\text{Cu} + 4\text{HNO}_3 = \text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + 2\text{NO}_2 \uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$
4. $2\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 = 2\text{CuO} + 4\text{NO}_2 \uparrow + \text{O}_2 \uparrow$
5. $\text{NiCl}_2 + 2\text{NaOH} = \text{Ni}(\text{OH})_2 \downarrow + 2\text{NaCl}$
6. $\text{FeCl}_2 + 2\text{NaOH} = \text{Fe}(\text{OH})_2 \downarrow + 2\text{NaCl}$

1. Из условия задачи известно, что при реакции 1,040 г хлорида металла В с избытком раствора едкого натра образуется 0,744 г осадка, а при реакции 1,016 г хлорида металла С с избытком раствора едкого натра образуется 0,720 г осадка. Проверим, выполняется ли это условие.

$$v(\text{NiCl}_2) = \frac{m(\text{NiCl}_2)}{\mu(\text{NiCl}_2)} = \frac{1,040\text{ г}}{130\text{ г/моль}} = 0,008\text{ моль}$$

Из уравнения реакции 5:

$$v(\text{Ni}(\text{OH})_2) = 0,008\text{ моль} \Rightarrow m(\text{Ni}(\text{OH})_2) = v(\text{Ni}(\text{OH})_2) \cdot \mu(\text{Ni}(\text{OH})_2) = 0,744\text{ г} - \text{соответствует условию.}$$

$$\nu(\text{FeCl}_2) = \frac{m(\text{FeCl}_2)}{\mu(\text{FeCl}_2)} = \frac{1,016\text{ г}}{127\text{ г/моль}} = 0,008\text{ моль}$$

Из уравнения реакции 6:

$$\nu(\text{Fe}(\text{OH})_2) = 0,008\text{ моль} \Rightarrow m(\text{Fe}(\text{OH})_2) = \nu(\text{Fe}(\text{OH})_2) \cdot \mu(\text{Fe}(\text{OH})_2) = 0,720\text{ г} - \text{соответствует условию.}$$

2. Найдем количество выделившегося газа в реакции 3:

$$\nu(\text{NO}_2) = \frac{V(\text{NO}_2)}{V_A} = \frac{10,248\text{ л}}{22,4\text{ л/моль}} = 0,4575\text{ моль, значит, } \nu(\text{Cu}) = 0,22875\text{ моль} \Rightarrow$$

$$m(\text{Cu}) = \nu(\text{Cu}) \cdot \mu(\text{Cu}) = 14,64\text{ г.}$$

3. $m(\text{Ni} + \text{Fe}) = 20\text{ г} - m(\text{Cu}) = 5,36\text{ г}$. Также известно, что исходное массовое отношение Ni к Fe равно 131:3. Значит, $m(\text{Ni}) = \frac{5,36\text{ г}}{134} \cdot 131 = 5,24\text{ г}$, $m(\text{Fe}) = \frac{5,36\text{ г}}{134} \cdot 3 = 0,12\text{ г}$.

$$4. \omega\%(\text{Cu}) = \frac{m(\text{Cu})}{m(\text{смеси})} \cdot 100\% = \frac{14,64\text{ г}}{20\text{ г}} \cdot 100\% = 73,2\%$$

$$\omega\%(\text{Ni}) = \frac{m(\text{Ni})}{m(\text{смеси})} \cdot 100\% = \frac{5,24\text{ г}}{20\text{ г}} \cdot 100\% = 26,2\%$$

$$\omega\%(\text{Fe}) = \frac{m(\text{Fe})}{m(\text{смеси})} \cdot 100\% = \frac{0,12\text{ г}}{20\text{ г}} \cdot 100\% = 0,6\%$$

5. Данный сплав называется мельхиор.

Задача 2 (20 баллов)

Принимая душ, Вася установил температуру воды, выходящей из лейки смесителя, равной 39 °С; при этом расход воды был такой, что литровая банка наполнялась за 14 с. В этот момент на кухне открыли кран горячей воды, чтобы помыть посуду, и расход горячей воды в душе упал в 2 раза. Как (во сколько раз) при этом изменится суммарный расход воды в душе? Какая мощность должна быть у электрического проточного водонагревателя в ванной комнате, установленного на холодной воде, чтобы температура воды, льющейся из душа, не изменилась? Есть ли разница, на горячий или на холодный трубопровод ставить этот водонагреватель? Принять температуру воды в холодном и горячем трубопроводах равной 6 °С и 58 °С соответственно.

Решение:

Пусть μ_1 – расход холодной воды, μ_2 – расход горячей воды, $\mu = 1000/14 \approx 71,43\text{ г/с}$ – полный расход воды, T_1 – температура холодной воды, T_2 – температура горячей воды, T – температура воды, выходящей из лейки смесителя. Тогда из двух уравнений $\mu = \mu_1 + \mu_2$, $T = \frac{\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2}{\mu_1 + \mu_2}$ находим две величины $\mu_1 = \mu \frac{T_2 - T}{T_2 - T_1} \approx 26,10\text{ г/с}$ и $\mu_2 = \mu \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \approx 45,33\text{ г/с}$.

По условию задачи после открывания крана горячей воды на кухне расход горячей воды в душе стал равен $\alpha \mu_2$, где $\alpha = 1/2$, а полный расход $\mu' = \mu_1 + \alpha \mu_2 \approx 48,76\text{ г/с}$, т.е. полный расход уменьшился в $\frac{\mu}{\mu'} \approx 1,465$ раза. Для того, чтобы при таком расходе горячей воды температура воды, выходящей из лейки смесителя, по-прежнему оставалась равной T ,

должно выполняться равенство $T = \frac{\mu_1 T_1' + \alpha \mu_2 T_2}{\mu_1 + \alpha \mu_2}$, где T_1' – температура, до которой теперь

надо подогреть холодную воду. Отсюда получаем $T_1' = \frac{(\mu_1 + \alpha \mu_2)T - \alpha \mu_2 T_2}{\mu_1}$. Следовательно,

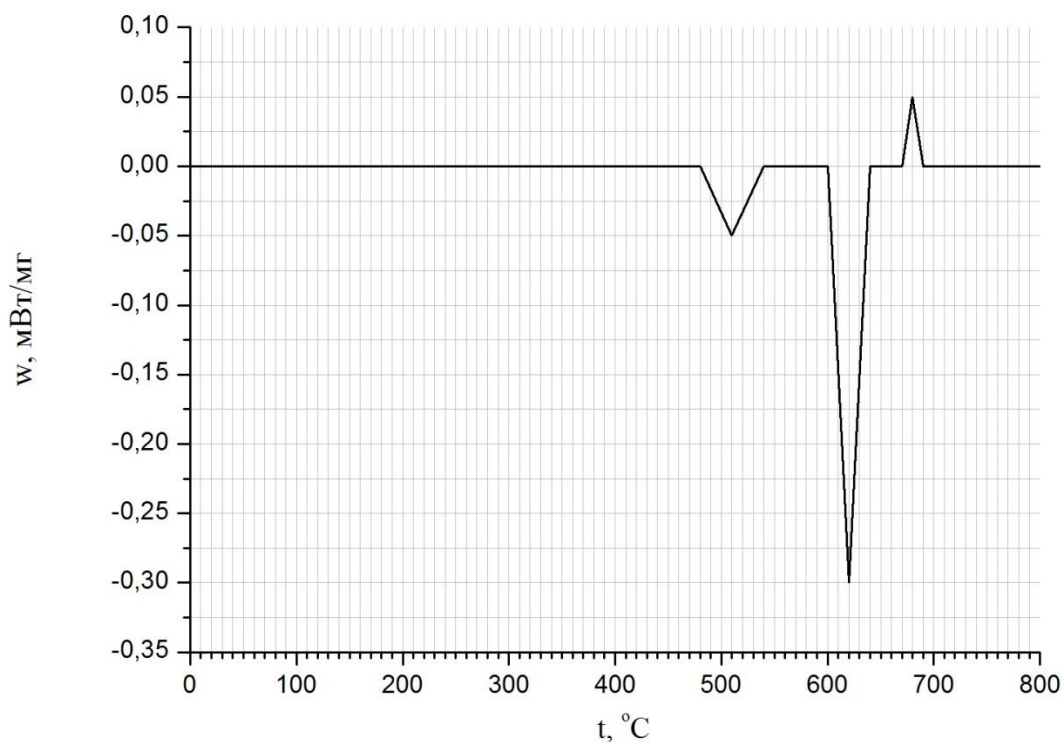
нагреватель, установленный на трубопроводе холодной воды, должен иметь мощность $W = c_v \mu_1 (T_1' - T_1) \approx 1,81\text{ кВт}$, где $c_v \approx 4200\text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ – удельная теплоемкость воды.

Мощность нагревателя не зависит от того, установлен ли он на холодном или горячем трубопроводе, т.к. определяется только количеством теплоты, которое нужно передать получающейся смеси для доведения ее температуры до требуемого значения.

Задача 3 (20 баллов)

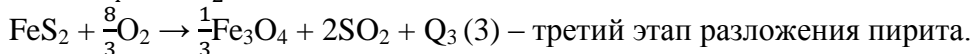
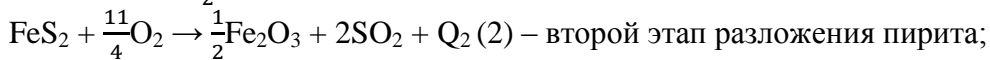
В металлургии для улучшения разделения цветных металлов и снижения потерь металлов при плавке используют сульфидизаторы. Сульфидизатор – реагент, который добавляют в расплав для образования в нем сульфидов. Одним из таких сульфидизаторов является пирит. Для изучения процессов, протекающих при разложении пирита, был взят образец концентрата пирита массой $m = 20$ мг, содержащий $\omega_{\text{масс}} = 40$ % пирита. Образец исследовали методом калориметрии. Калориметрия – это метод изучения физико-химических свойств веществ в условиях контролируемого изменения температуры, при котором регистрируют тепловые эффекты, происходящие в результате физических или химических превращений в исследуемом веществе. В результате исследования концентрата пирита была получена калориметрическая кривая, упрощенный вид которой представлен на рисунке. Скорость нагрева в данном случае составляет $\beta = 10$ °C/мин. С помощью представленной калориметрической кривой можно определить тепловые эффекты реакций разложения пирита, протекающих по мере повышения температуры. Если подсчитать площадь каждого пика на калориметрической кривой и разделить эту площадь на скорость нагрева, то можно однозначно определить количество выделенного или поглощенного тепла, отнесенного к единице массы реагирующего вещества ($\Delta q = S_{\text{пика}}/\beta$). Каждый пик на калориметрической кривой соответствует одной из реакций, протекающих при разложении пирита. Если пик направлен вверх, то реакция экзотермическая (реакция проходит с выделением тепла), если пик направлен вниз, то реакция эндотермическая (реакция проходит с поглощением тепла). Напишите уравнения реакций, протекающих при нагревании пирита. Определите, какое количество теплоты выделится или поглотится на каждом этапе разложения пирита, если известно, что:

- первый этап разложения происходит без потери массы, а на втором и третьем этапах масса образца уменьшается;
- второй этап разложения протекает при избытке кислорода, а третий этап – при недостатке кислорода;
- на первом этапе прореагировало 30 % пирита;
- на втором этапе выделилось $m_r = 4,27$ мг газа;
- весь пирит прореагировал без остатка.



Решение:

Запишем уравнения реакций:



Далее найдем количество выделенного или поглощенного тепла, отнесенного к единице массы, для каждого этапа разложения:

$$\Delta q_1 = S_{\text{пика1}}/\beta = -60 \cdot 0,05 \cdot 6/2 = -9 \text{ Дж/г};$$

$$\Delta q_2 = S_{\text{пика2}}/\beta = -40 \cdot 0,3 \cdot 6/2 = -36 \text{ Дж/г};$$

$$\Delta q_3 = S_{\text{пика3}}/\beta = 20 \cdot 0,05 \cdot 6/2 = 3 \text{ Дж/г}.$$

Здесь $\beta = 10 \text{ }^\circ\text{C/мин} = 1/6 \text{ }^\circ\text{C/с}$, а площадь каждого пика – это площадь соответствующего треугольника на калориметрической кривой. Знак «-» ставится, если пик направлен вниз (поглощение тепла), а знак «+» – если пик направлен вверх (выделение тепла).

Затем нам нужно узнать, сколько теплоты выделилось или поглотилось на 1 моль прореагировавшего пирита на каждом из этапов ($M(\text{FeS}_2)$ – молярная масса пирита):

$$Q_1 = M(\text{FeS}_2) \cdot \Delta q_1 = (120 \text{ г/моль}) \cdot (-9 \text{ Дж/г}) = -1080 \text{ Дж/моль};$$

$$Q_2 = M(\text{FeS}_2) \cdot \Delta q_2 = (120 \text{ г/моль}) \cdot (-36 \text{ Дж/г}) = -4320 \text{ Дж/моль};$$

$$Q_3 = M(\text{FeS}_2) \cdot \Delta q_3 = (120 \text{ г/моль}) \cdot (3 \text{ Дж/г}) = 360 \text{ Дж/моль}.$$

После этого найдем массу пирита, прореагировавшего на первом этапе:

$$m_1(\text{FeS}_2) = m \cdot \omega_{\text{масс}} \cdot 0,3 = 2,4 \text{ мг}.$$

Из реакции (1) можно вычислить количество теплоты, поглощенное на первом этапе:

$$Q'_1 = Q_1 \cdot m_1(\text{FeS}_2)/M(\text{FeS}_2) = (-1080 \text{ Дж/моль}) \cdot (2,4 \cdot 10^{-3} \text{ г})/(120 \text{ г/моль}) = -21,6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = -21,6 \text{ мДж}.$$

Из реакции (2) найдем массу пирита, прореагировавшего на втором этапе:

$$m_2(\text{FeS}_2) = m_{\text{г}} \cdot M(\text{FeS}_2)/(2 \cdot M(\text{SO}_2)) = 4,27 \text{ мг} \cdot (120 \text{ г/моль})/(2 \cdot (64 \text{ г/моль})) = 4 \text{ мг}.$$

После этого из реакции (2) можно вычислить количество теплоты, поглощенное на втором этапе:

$$Q'_2 = Q_2 \cdot m_2(\text{FeS}_2)/M(\text{FeS}_2) = (-4320 \text{ Дж/моль}) \cdot (4 \cdot 10^{-3} \text{ г})/(120 \text{ г/моль}) = -144 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = -144 \text{ мДж}.$$

Т.к. общая масса пирита в концентрате равна $m(\text{FeS}_2) = m \cdot \omega_{\text{масс}} = 8 \text{ мг}$, а на первом и втором этапах прореагировало $m_1(\text{FeS}_2) = 2,4 \text{ мг}$ и $m_2(\text{FeS}_2) = 4 \text{ мг}$ пирита соответственно, то на третьем этапе прореагировало $m_3(\text{FeS}_2) = m(\text{FeS}_2) - m_1(\text{FeS}_2) - m_2(\text{FeS}_2) = 1,6 \text{ мг}$ пирита.

Затем из реакции (3) можно вычислить количество теплоты, выделенное на третьем этапе:

$$Q'_3 = Q_3 \cdot m_3(\text{FeS}_2)/M(\text{FeS}_2) = (360 \text{ Дж/моль}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-3} \text{ г})/(120 \text{ г/моль}) = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 4,8 \text{ мДж}.$$

Задача 4 (20 баллов)

В химической лаборатории есть два закрытых сосуда. В первом сосуде содержится раствор хлорида аммония, во втором – раствор хлорноватой кислоты. В лабораторию поступило 560 г гидроксида калия. Часть гидроксида калия поместили в первый сосуд, оставшуюся часть – во второй. Через некоторое время во второй сосуд добавили небольшое количество оксида марганца (IV) и нагрели до $350 \text{ }^\circ\text{C}$. Образовавшиеся в сосудах газы вместе пропустили через подогреваемую трубку, внутренняя поверхность которой покрыта тонким слоем платины, в результате получив вещество А, которое является газом при стандартных условиях, как один из продуктов прошедшей реакции. При этом сотрудники лаборатории обратили внимание на следующие факты:

если в первый сосуд поместить v моль гидроксида калия, то в этом сосуде прореагируют $(v - 0,02v^2)$ моль гидроксида калия;

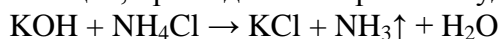
если во второй сосуд поместить v моль гидроксида калия, то в этом сосуде прореагируют $\frac{2}{3}v$ моль гидроксида калия.

Какую часть гидроксида калия нужно поместить в первый сосуд, чтобы полученный объем вещества А был наибольшим? Какое количество вещества А будет при этом получено? Ответ поясните.

Решение:

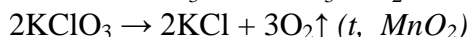
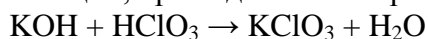
Молярная масса КОН равна 56 г/моль, поэтому в лабораторию поступило 10 моль гидроксида калия. Пусть x моль КОН поместили в первый сосуд, а $(10 - x)$ моль КОН – во второй сосуд.

Реакция, прошедшая в первом сосуде:



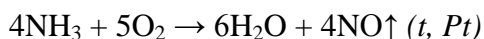
Так как прореагировали $(x - 0,02x^2)$ моль КОН, в результате реакции образовались $(x - 0,02x^2)$ моль NH_3 .

Реакции, прошедшие во втором сосуде:



Так как прореагировали $\frac{2}{3}(10 - x)$ моль КОН, в результате реакции образовались $(10 - x)$ моль O_2 .

Реакция, прошедшая после смешивания аммиака и кислорода и нагревания получившейся смеси:



Так как полностью прореагировал газ, находившийся в недостатке, образовались

$$\min \left\{ x - 0,02x^2, \frac{4}{5}(10 - x) \right\} \text{ моль NO.}$$

Ветви параболы $y = -0,02x^2 + x$ направлены вниз, а абсцисса ее вершины равна $\frac{-1}{2 \cdot (-0,02)} = 25$, поэтому на отрезке $[0; 10]$ функция $y = -0,02x^2 + x$ монотонно возрастает.

На этом же отрезке функция $y = \frac{4}{5}(10 - x)$ монотонно убывает. Поэтому:

если $x - 0,02x^2 < \frac{4}{5}(10 - x)$, то, немного увеличивая x , можно увеличить количество вещества получившегося азота;

если $x - 0,02x^2 > \frac{4}{5}(10 - x)$, то, немного уменьшая x , можно увеличить количество вещества получившегося азота.

Таким образом, наибольшее количество азота образуется при $x - 0,02x^2 = \frac{4}{5}(10 - x)$.

Решая получающееся квадратное уравнение и учитывая условие $0 \leq x \leq 10$, получаем $x = 45 - 5\sqrt{65} \approx 4,7$, то есть в первый сосуд нужно поместить 4,7 моль КОН.

При этом образуется $\frac{4}{5}(10 - x) \approx 4,25$ моль NO.

Задача 5 (20 баллов)

Перед любопытным грузчиком Василием на ровной горизонтальной площадке стоит легкий непрозрачный тонкостенный контейнер, выполненный из полимерного композитного материала и покрытый изнутри тонкой тефлоновой пленкой с низким коэффициентом трения. Контейнер выполнен в виде куба с длиной ребра 70 см. Василий знает, что внутри контейнера лежит тяжелый однородный брусок в виде прямоугольного

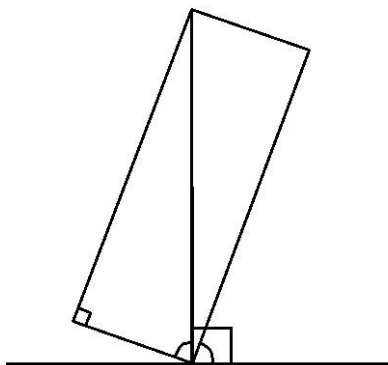
параллелепипеда массой 40 кг, длины всех ребер которого находятся в пределах от 20 до 40 см. Как Василий может оценить отношения длин ребер бруска, не нарушая целостность контейнера? У Василия есть помощник Петр с транспортом и инженерным калькулятором.

Решение:

Так как контейнер с бруском относительно легкий и небольшой, Василий с Петром могут свободно двигать его, поворачивать, ставить на ребро и т.д.

Сначала Василий добивается того, чтобы брусок оказался в углу контейнера, причем ребра бруска должны идти по ребрам контейнера. Для этого Василий может немного потрясти контейнер, чтобы брусок упал плашмя на одну из граней, затем наклонить контейнер, чтобы брусок попал одним из своих ребер на ребро контейнера, и наклонить контейнер в другую сторону, чтобы брусок съехал в угол.

После этого Василий поворачивает контейнер относительно его ребра, лежащего на полу и примыкающего к углу, в котором расположен брусок, до тех пор, пока не почувствует, что контейнер можно удерживать в том же положении, не прилагая усилий. В пренебрежении массой контейнера это означает, что брусок находится в положении равновесия, то есть проекция центра масс бруска на плоскость пола попадает строго на ребро бруска. Так как центр масс однородного прямоугольного параллелепипеда расположен в его центре, брусок расположен следующим образом:



Теперь Петру достаточно измерить транспортом угол между одной из граней куба, примыкающей к данному ребру, и плоскостью пола. Тангенс этого угла, который Петр может вычислить с помощью калькулятора, и будет отношением длин двух ребер бруска.

Продельвая те же действия с другим ребром контейнера, получаем соотношение длин другой пары ребер бруска.