

**Решения заданий отборочного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2020/2021
8-9 классы**

Задача 1 (20 баллов).

Металл X и его соединения, несмотря на свою высокую токсичность, широко используются при производстве сплавов, защитных покрытий, химических источников тока и пигментов. Если к горячему раствору нитрата данного металла (соединение А, которое используется в производстве цветного стекла, а также в фотографии) добавить раствор едкого кали (реакция 1), то в результате получится вещество В, используемое в электротехнике для изготовления анодов для аккумуляторов. Полученное вещество В рекомендуется хранить в запаянной ампуле, иначе на воздухе оно превращается в вещество С (реакция 2), не растворимое в воде. Вещество С также можно получить и из раствора вещества А путем сливания его с раствором соединения Y (реакция 3). В соединении содержится 12,5% углерода и 50% кислорода. Если полученное соединение С промыть, высушить и нагреть до 825 К, в результате реакции получится коричневый порошок бинарного соединения D (реакция 4), который на влажном воздухе снова превращается в соединение С (реакция 5).

Если соединение D нагреть в токе водорода, то получится простое вещество X в виде серого порошка (реакция 6). Известно, что вещество X реагирует с хлором при нагревании (реакция 7) с получением соединения E, которое затем способно вступать в реакцию с горячим насыщенным раствором хлорида калия с получением вещества F (реакция 8).

Напишите уравнения описанных процессов. Приведите формулы неизвестных веществ А, В, С, D, E, F, X, Y.

Решение:

Описываемые в задаче свойства металла X позволяют предположить, что металл X – это кадмий. Таким образом, получается:

X – Cd

A – Cd(NO₃)₂

B – Cd(OH)₂

C – CdCO₃, значит, Y содержит CO₃²⁻ группу. Можно предположить, что это Y – (NH₄)₂CO₃. Подтвердим наше предположение расчетом:

$$\omega\%(C) = \frac{12}{96} \cdot 100\% = 12,5\%;$$

$$\omega\%(O) = \frac{16 \cdot 3}{96} \cdot 100\% = 50\%. \text{ Тогда:}$$

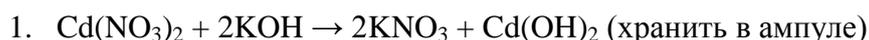
D – CdO

E – CdCl₂

F – KCdCl₃

Y – (NH₄)₂CO₃

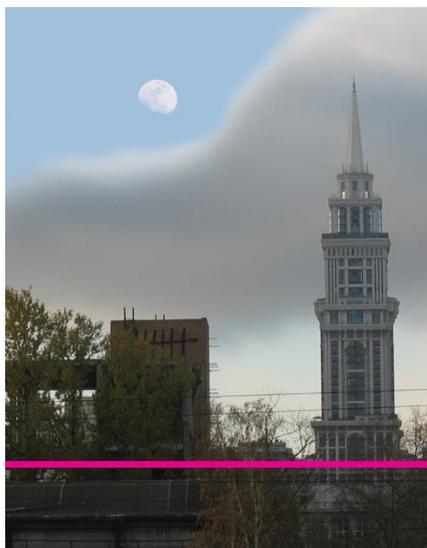
Уравнения описанных процессов:



2. $\text{Cd}(\text{OH})_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CdCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
3. $\text{Cd}(\text{NO}_3)_2 + (\text{NH}_4)_2\text{CO}_3 \rightarrow \text{CdCO}_3 + 2\text{NH}_4\text{NO}_3$
4. $\text{CdCO}_3 \rightarrow \text{CdO} + \text{CO}_2$ (500°C – 600°C)
5. $\text{CdO} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CdCO}_3$ (влажный воздух)
6. $\text{CdO} + \text{H}_2 \rightarrow \text{Cd} + \text{H}_2\text{O}$ (350°C – 400°C)
7. $\text{Cd} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{CdCl}_2$ (700°C)
8. $\text{CdCl}_2 + \text{KCl} \rightarrow \text{KCdCl}_3$ (при охлаждении до 36,5°C)

Задача 2 (20 баллов).

Вася и Петя едут в одной электричке в разных вагонах. Вася едет в середине первого по ходу движения поезда вагона и видит в окно Луну (точнее, ту ее точку, которая была бы центром лунного диска, если бы в этот день было полнолуние) в направлении, строго перпендикулярном прямолинейному горизонтальному участку железной дороги, по которому движется электричка. Справа от Луны Вася видит высотное здание (см. рисунок). В каком вагоне едет Петя, если в тот же момент времени центр лунного диска для него закрыт шпилем здания? В какую сторону (влево или вправо) едет электричка? На каком расстоянии от железной дороги находится высотное здание? Известно, что высота той части здания, которая на фотографии лежит выше толстой горизонтальной линии в нижней части рисунка, равна приблизительно 160 м.



Решение:

Так как Луна находится гораздо дальше от железной дороги, чем высотное здание (практически бесконечно далеко), Петя тоже видит ее в направлении, перпендикулярном железной дороге. Поскольку в условии задачи сказано, что центр лунного диска закрыт для Пети шпилем здания, шпиль здания Петя видит в том же направлении, что и Луну, т.е. в направлении, перпендикулярном железной дороге.

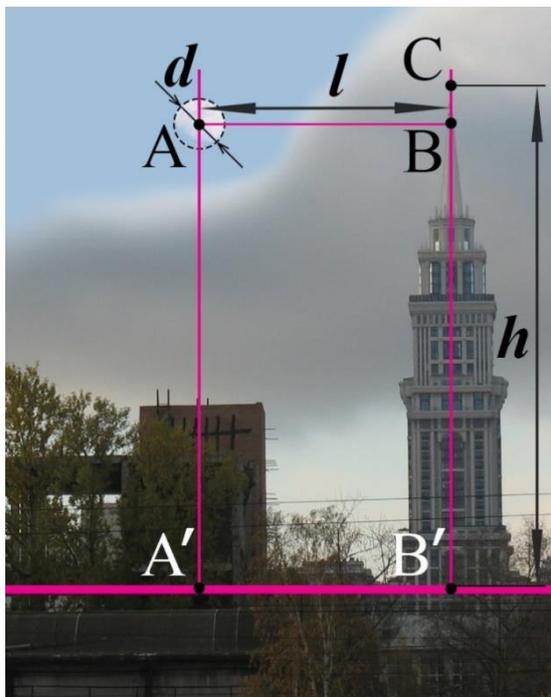


Рисунок 1

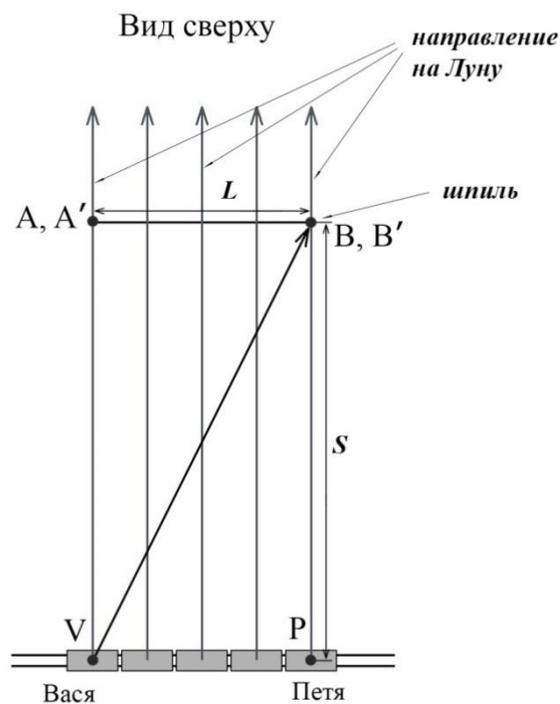


Рисунок 2

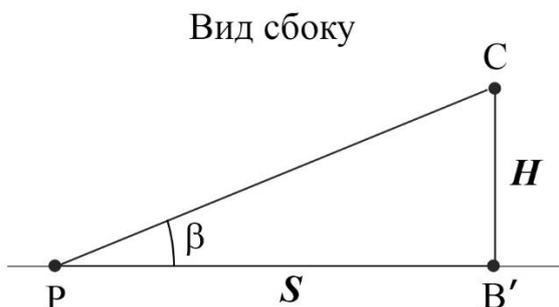


Рисунок 3

На рисунке 1 центр лунного диска совпадает с точкой A пересечения луча, вдоль которого Вася видит центр лунного диска, и вертикальной плоскости, проходящей через ось симметрии шпиля (высшая точка которого обозначена точкой C) параллельно железной дороге; на рисунке 2 эта плоскость проецируется в прямую AB. Из рисунка 1 видно, что $h = 2l = 10d$ (все длины измеряются на рисунке линейкой; масштаб, в котором рисунок распечатывается на бумаге или выводится на монитор, не важен, так как существенным оказывается только отношение измеренных на рисунке длин отрезков). Поскольку $\frac{H}{L} = \frac{h}{l}$, где $H = 160$ м – высота той части здания, которая на фотографии лежит выше толстой горизонтальной линии, а L – расстояние между Васей и Петей, это означает, что расстояние между Васей и Петей равно $|VP| = |A'B'| = L = \frac{H}{2} = 80$ м. Длина w вагона электрички составляет обычно около 20 м; значит, Петя едет в вагоне с номером $(1 + L/w)$, т.е. в пятом вагоне. Из рисунка 2 видно, что для того, чтобы шпиль закрыл Пете лунный диск, Петя должен находиться правее Васи, т.е. первый вагон расположен левее остальных, так что электричка едет влево. Угловой размер α лунного диска составляет около 0,5 градуса, т.е. приблизительно 0,0087 радиана. Следовательно, для углового

размера β верхней (лежащей выше линии) части здания, равного приблизительно $\frac{h}{d}\alpha = 10\alpha$, получаем $\beta \approx 0,087$ радиана, так что расстояние до здания можно оценить как $S = H/0,087 \approx 2$ км (см. рисунок 3; использованное приближение, в котором углы пропорциональны размерам, оправдано вследствие малости углов α и β).

Ответ: Петя едет в пятом вагоне; электричка едет влево; расстояние до здания составляет около 2 км.

Задача 3 (20 баллов).

Для обеспечения горячей водой жилых зданий, не подключенных к централизованной системе горячего водоснабжения, используются электрические водонагреватели с баком, в котором поступающая из водопровода холодная вода нагревается до заданной температуры. Пусть объем бака равен 100 л, а температура воды в нем 75 °С. В течение какого времени запасенная в баке вода позволит поддерживать расход воды 70 г/с при температуре 38 °С, если температура холодной воды, поступающей из водопровода, равна 15 °С?

Решение:

Пусть $\mu = 70$ г/с – требуемый расход воды при температуре $T = 38$ °С, $T_6 = 75$ °С – температура воды в бойлере, $T_x = 15$ °С – температура воды в холодном водопроводе, τ – искомое время поддержания указанного расхода воды. Тогда из уравнения теплового баланса находим, что для получения температуры T воду из холодного водопровода (обозначим ее массу через m_x , а объем – через V_x) и из бойлера (ее масса m_6 , а объем $V_6 = 100$ л) нужно смешивать в пропорции $\frac{V_x}{V_6} = \frac{m_x}{m_6} = \frac{T_6 - T}{T - T_x}$, откуда $V_{\text{общ}} = \frac{\mu\tau}{\rho_{\text{воды}}} = V_x + V_6 = V_6 \left(1 + \frac{V_x}{V_6}\right) = V_6 \frac{T_6 - T_x}{T - T_x}$. Значит, $\tau = \frac{\rho_{\text{воды}} \cdot V_6}{\mu} \cdot \frac{T_6 - T_x}{T - T_x} \approx 3727$ с ≈ 62 минуты

Ответ: 62 минуты.

Задача 4 (20 баллов).

Инженер Алексей Петрович хочет сделать материал, который не подвергается деградации в сильноокислительных средах. Он прочитал в книге, что таким свойством обладают, в частности, композиционные материалы – многокомпонентные материалы, изготавливаемые из двух или более компонентов с существенно разными физическими и химическими характеристиками.

Алексей Петрович взял графит ($\rho_{\text{графита}} = 2$ г/см³) и подверг его высокотемпературному вспениванию, в результате чего получил 2,5 г пористого графитового материала ($\rho_{\text{граф.материала}} = 1$ г/см³). Для дальнейшего проведения опыта ему был необходим еще хотя бы один материал. Коллеги из соседней лаборатории позволили Алексею Петровичу

позаимствовать у них подходящий полимер. Алексей Петрович растворил полимер в ацетоне ($\rho_{\text{ацетона}} = 0,8 \text{ г/см}^3$) и получил раствор с массовой долей полимера 10%. При пропитке пористого графитового материала полученным раствором полимера в ацетоне инженер получил необходимый композиционный материал. Оцените массу полимера, позаимствованного Алексеем Петровичем у своих коллег, если известно, что полимер заполняет весь предоставленный объем графитового материала?

Решение:

Объем пор, который может заполнить раствор полимера, рассчитывается по формуле:

$$V_{\text{пор}} = V_{\text{граф.материала}} - V_{\text{графита}} = \frac{m_{\text{граф.материала}}}{\rho_{\text{граф.материала}}} - \frac{m_{\text{граф.материала}}}{\rho_{\text{графита}}}$$

$$V_{\text{пор}} = m_{\text{граф.материала}} \left(\frac{1}{\rho_{\text{граф.материала}}} - \frac{1}{\rho_{\text{графита}}} \right)$$

Поскольку раствор полимера занимает весь объем пор, а плотность раствора полимера для оценки может быть принята равной плотности ацетона,

$$V_{\text{пор}} = \frac{m_{\text{р-ра полимера}}}{\rho_{\text{ацетона}}}, \text{ откуда } m_{\text{полимера}} = m_{\text{р-ра полимера}} \cdot w_{\text{полимера}} \cdot \rho_{\text{ацетона}} \cdot V_{\text{пор}} \cdot$$

$$w_{\text{полимера}}$$

где $w_{\text{полимера}}$ – массовая доля полимера. Окончательно получаем

$$m_{\text{полимера}} = m_{\text{граф.материала}} \rho_{\text{ацетона}} w_{\text{полимера}} \left(\frac{1}{\rho_{\text{граф.материала}}} - \frac{1}{\rho_{\text{графита}}} \right) = 0,1 \text{ г}$$

Ответ: 0,1 г.

Задача 5 (20 баллов).

В резьбовые отверстия, сделанные в противоположных стенках квадратной профильной трубы, завернуты два винта (рисунок 1) так, что оси винтов лежат на одной прямой, а расстояние между торцами винтов равно 4,1 мм. Диаметр светлого винта равен 5 мм (рисунок 2), диаметр темного – 6 мм (рисунок 3). Вася повернул отверткой на два оборота по часовой стрелке светлый винт (рисунок 4), а Петя сделал то же самое с темным винтом (рисунок 5). Каким станет после этого расстояние между винтами?

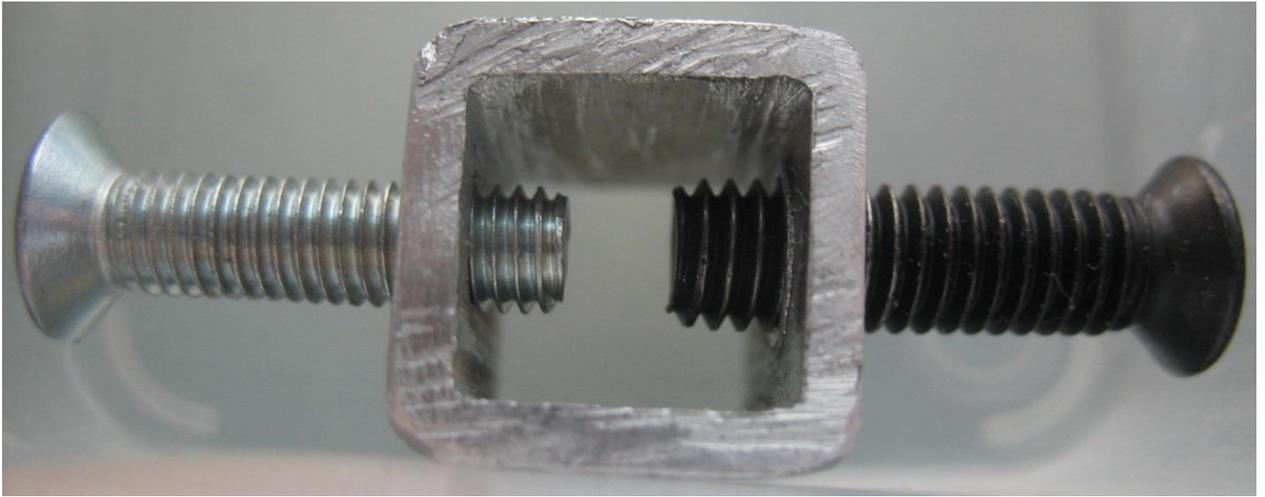


Рисунок 1

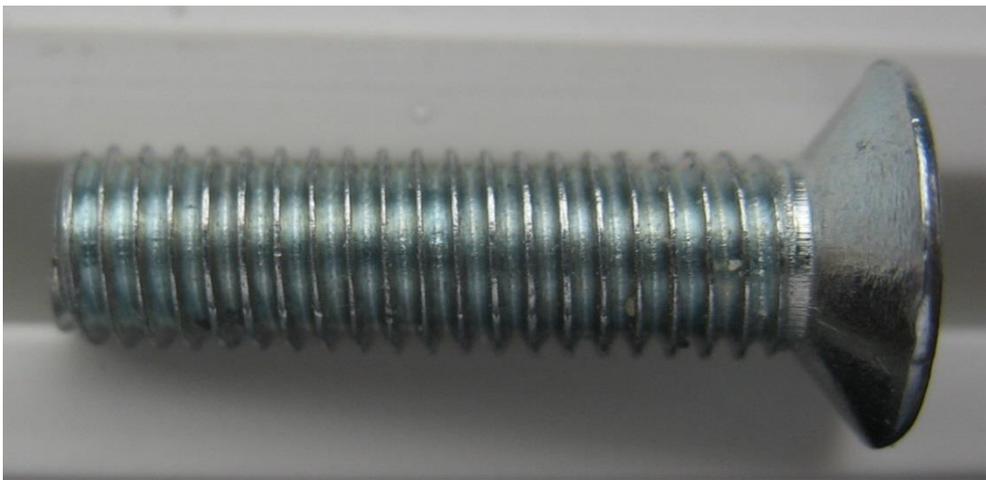


Рисунок 2

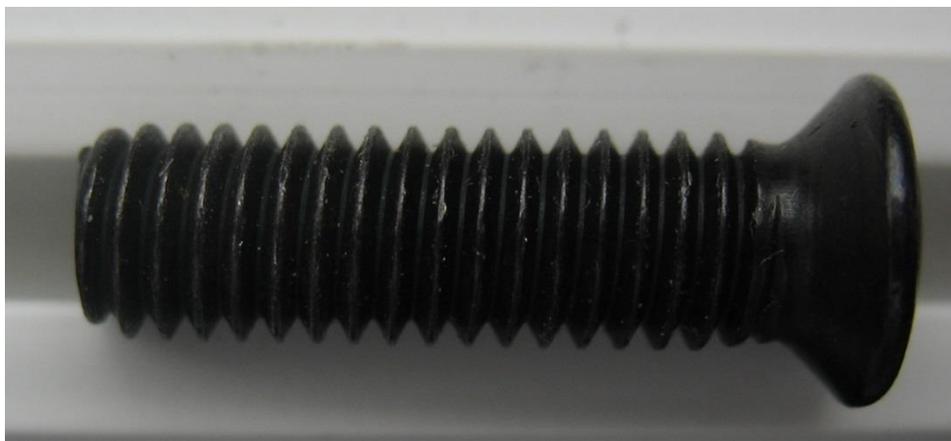


Рисунок 3

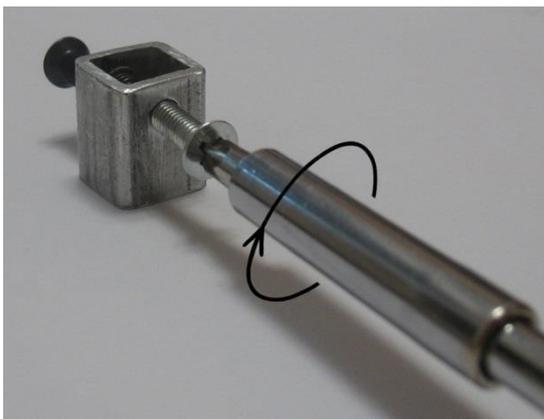


Рисунок 4

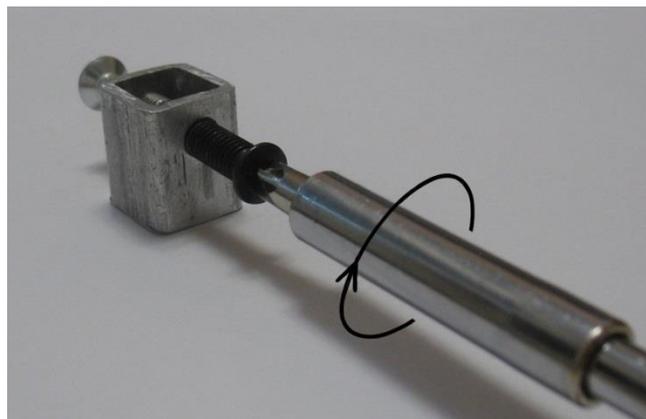


Рисунок 5

Решение:

Из рисунка 2 видно, что вдоль винта на длине, равной его диаметру (5 мм), размещается приблизительно 6 ниток резьбы. Это означает, что шаг резьбы светлого винта равен приблизительно 0,8 мм (на самом деле на длине, равной диаметру этого винта, размещается чуть больше 6 ниток резьбы, так что в действительности шаг резьбы равен 0,8 мм не приближенно, а точно). Точно так же из рисунка 3 видно, что вдоль винта на длине, равной его диаметру (6 мм), размещается приблизительно 6 ниток резьбы. Это означает, что шаг резьбы темного винта равен приблизительно 1 мм (на самом деле шаг резьбы этого винта равен в точности 1,0 мм). Посмотрев на рисунки 2 и 3 (или рисунок 1), можно заметить, что светлый винт имеет правую резьбу, а темный – левую. Это означает, что при вращении отверткой по часовой стрелке, как показано на рисунках 4 и 5, оба винта будут смещаться в одну и ту же сторону (на рисунке 1 – вправо). Поэтому после поворота на два оборота светлый винт сместится на 1,6 мм вправо, а темный – в ту же сторону на 2 мм, т.е. расстояние между ними возрастет на 0,4 мм и станет равным 4,5 мм.

Ответ: 4,5 мм.

**Решения заданий отборочного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2020/2021
5-7 классы**

Задача 1 (20 баллов).

Вам дана деревянная заготовка, из которой выпилили деталь, показанную на рисунке 1. Какой насадкой на электроинструмент можно это сделать? Во время работы электроинструмента насадка вращается вокруг своей оси (рисунок 2). Изобразите вид насадки сверху и сбоку.



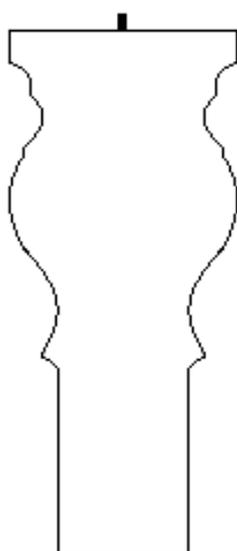
Рисунок 1



Рисунок 2

Решение:

Одно из возможных решений приведено на рисунке.



Вид сбоку



Вид сверху

Задача 2 (20 баллов).

После обеда у туристов осталась пустая пластиковая бутылка из-под воды емкостью 1,25 литра, которая им больше не нужна. Предложите один или несколько способов, с помощью которых туристы могли бы по возможности точно найти объем пластика, из которого сделана эта бутылка, если плотность пластика им неизвестна. Весов у туристов нет. Бутылка имеет довольно сложную форму, а ее стенки в разных местах имеют разную толщину. Можно пользоваться линейкой (рулеткой), а также предметами и инструментами, которые туристы обычно берут с собой в поход.

Решение:

Объем пластика, из которого изготовлена бутылка, можно, в принципе, найти так:

- 1) заливаем бутылку водой до краев;
- 2) осторожно погружаем бутылку полностью в ведро, заполненное до краев (при этом часть воды из ведра вытесняется, но оно остается заполненным водой до краев);
- 3) осторожно вынимаем бутылку с водой из ведра, выливаем воду из бутылки назад в ведро и измеряем линейкой или рулеткой изменение Δh уровня воды в ведре.

Объем пластика, из которого сделана бутылка, равен объему V той части ведра, которая расположена выше уровня воды, получившегося на шаге 3. Если ведро цилиндрическое и имеет диаметр d (измеряется линейкой или рулеткой), то $V = \frac{\pi d^2 \Delta h}{4}$; если ведро имеет форму усеченного конуса, то все равно с хорошей точностью можно считать, что $V = \frac{\pi d^2 \Delta h}{4}$, потому что Δh будет очень мало и площадь сечения ведра будет практически неизменной на протяжении всей его части, расположенной выше уровня воды (т.е. для наших целей можно считать ведро цилиндром с диаметром, равным диаметру ведра у его верхнего края). Однако существенным недостатком такого метода является то обстоятельство, что изменение уровня воды Δh в ведре на третьем шаге будет очень небольшим: поскольку объем пластика бутылки составляет всего около 40 см^3 , а типичный диаметр ведра d составляет около 30 см, Δh оказывается величиной порядка 0.6 мм, так что измерить ее с точностью хотя бы 10% имеющимися у туристов средствами вряд ли возможно. Чтобы существенно повысить точность измерений, можно, например, оплавить бутылку на костре, превратив ее в компактный комок пластика с характерными размерами порядка нескольких сантиметров, погрузить его в заполненную водой консервную банку с небольшим диаметром (обычная банка из-под оливок имеет диаметр около 6 см), а затем вынуть из нее. В этом случае разность уровней воды в банке будет составлять около 10 мм, и она может быть измерена обычной линейкой с точностью порядка 1 мм, т.е. около 10%. Другой способ поместить весь пластик, из которого сделана бутылка, в консервную банку небольшого диаметра состоит в том, чтобы порезать (или порубить топориком) бутылку на небольшие кусочки.

Задача 3 (20 баллов).

На факультете фундаментальной физико-химической инженерии МГУ имени М. В. Ломоносова полным ходом идет ремонт. Перед рабочими поставлена задача полностью замостить плиткой в один слой коридор шириной 2,5 м и длиной 150 м. В распоряжении

рабочих есть 1056 серых квадратных плиток со стороной 50 см, 227 бежевых квадратных плиток со стороной 50 см и 103 зеленых квадратных плитки со стороной 75 см.

Замощение должно удовлетворять следующим условиям:

- 1) оно должно быть периодическим, состоящим из некоторого количества одинаково замощенных прямоугольников шириной 2,5 м (назовем такие прямоугольники элементарными);
- 2) элементарных прямоугольников должно быть не менее 20;
- 3) длина каждого элементарного прямоугольника должна быть не менее 3 м;
- 4) каждый из элементарных прямоугольников должен быть замощен целым числом плиток;
- 5) резать плитки нельзя, плитки кладутся вплотную друг к другу;
- б) можно использовать не все имеющиеся плитки.

Из какого количества элементарных прямоугольников может состоять замощение, удовлетворяющее всем условиям? Ответ поясните.

Решение:

Выберем в качестве единицы длины 50 см. Тогда площадь плитки со стороной 50 см равна 1, площадь плитки со стороной 75 см равна 2,25, а площадь коридора равна $5 \cdot 300 = 1500$. Так как суммарная площадь имеющихся плиток площадью 1 равна 1283, в замощении обязательно должны быть использованы хотя бы 97 плиток площадью 2,25. Так как суммарная площадь коридора – целое число, суммарная площадь использованных в замощении плиток площадью 2,25 также должна быть целым числом. Отсюда следует, что количество использованных в замощении плиток площадью 2,25 должно делиться на 4. А это означает, что во всем замощении можно использовать только ровно $N = 100$ зеленых плиток площадью 2,25.

По условию ширина элементарного прямоугольника равна 5, а длина равна сумме сторон нескольких плиток со сторонами 1 или 1,5, поэтому его площадь – целое или полуцелое число. Следовательно, в замощении элементарного прямоугольника может быть использовано только четное число плиток площадью 2,25.

Таким образом, количество M элементарных прямоугольников должно быть делителем 100, не меньшим 20, т.е. $M = 20, 25, 50$ или 100. Делитель $M = 20$ не подходит, т.к. тогда в каждом элементарном прямоугольнике оказалось бы $N/M = 5$ зеленых плиток, а число зеленых плиток должно быть четным. Делитель $M = 100$ не подходит, т.к. тогда в каждом элементарном прямоугольнике оказалось бы $N/M = 1$ зеленых плиток, а число зеленых плиток должно быть четным. Если $M = 50$, то на каждый элементарный прямоугольник площадью $1500/M = 30$ приходилось бы $N/M = 2$ зеленые плитки общей площадью 4,5, и его площадь была бы полуцелым числом, т.е. не могла бы быть равна 30.

Если $M = 25$, то длина каждого элементарного прямоугольника равна $300/M = 12$, а площадь – $12 \cdot 5 = 60$. В каждом элементарном прямоугольнике можно, к примеру, замостить квадрат со стороной 3 четырьмя зелеными плитками, а оставшуюся часть – 42 серыми плитками и 9 бежевыми плитками. Всего при этом используются 1050 серых плиток, 225 бежевых плиток и 100 зеленых плиток, что удовлетворяет условию.

Ответ: 25.

Задача 4 (20 баллов).

Почему плохо покрашенные (или совсем не покрашенные) металлические трубы холодного водоснабжения приходится ремонтировать гораздо чаще, чем точно такие же трубы с горячей водой?

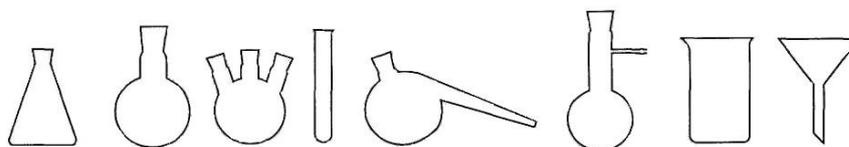
Решение:

Во влажной атмосфере на холодных трубах скапливается водяной конденсат, потому что обычно температура трубы с холодной водой ниже температуры конденсации водяного пара, содержащегося в окружающем воздухе. Со временем на плохо покрашенной трубе это приводит к коррозии материала стенок трубы и, в конце концов, к ее протечке.

Задача 5 (20 баллов).

Жители острова алхимиков очень боятся, что их секреты будут украдены. Чтобы это предотвратить, каждый свой секрет они зашифровали с помощью записи, которая содержит ровно восемь символов. Повторяющихся символов в одной записи нет, а количество всех записей равно количеству всех возможных комбинаций символов.

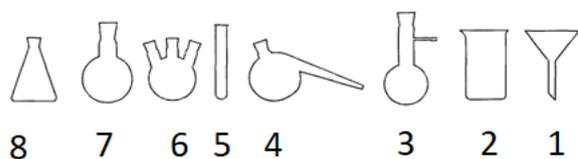
Алхим Химыч решил составить словарь секретов, выдуманных на этом острове. Как будет выглядеть запись под номером 24, если на последнем месте в словаре оказалась следующая запись:



Ответ поясните.

Решение:

Пронумеруем колбочки в обратном порядке (так как запись, данная в условии, оказалась на последнем месте):



В первой записи колбочки должны идти в обратном порядке. Заметим, что количество комбинаций из последних четырех колбочек равно $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$, так как на первое место можно поставить одну из четырех колбочек, на второе – одну из оставшихся трех, на третье – одну из оставшихся двух, на последнее – единственную оставшуюся колбочку. Ясно, что в первых 24 записях словаря будет меняться только расположение последних четырех колбочек. Это значит, что на 24 месте окажется запись, в которой первые 4

символа такие же, как в первой записи, а последние 4 символа записаны в обратном порядке по сравнению с первой записью.

Таким образом, на 24 месте будет находиться следующая запись:

