Решения заданий заключительного этапа Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2020/2021 8-9 классы

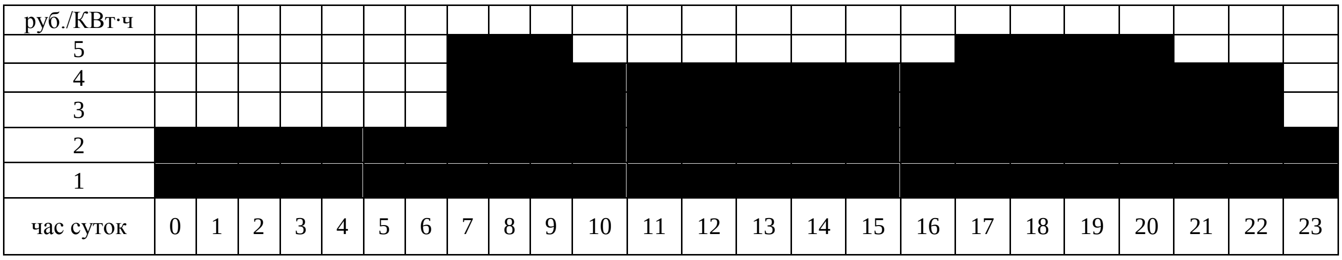
<u>Задача 1 (20 баллов)</u>

Твердотельная аккумулирующая электростанция (ТАЭС) – это один из типов электростанций, которые могут использоваться для сглаживания неравномерностей в потреблении электроэнергии в течение суток. Основные ее элементы – это набор грузов и электродвигатели, которые могут работать как в режиме генератора, так и электродвигателя. Принцип работы ТАЭС довольно прост: во время пиковых нагрузок на электросеть (максимальное энергопотребление) грузы, соединенные с электродвигателями, опускаются вниз, в результате чего электродвигатели, которые в этот момент работают в режиме генератора, вырабатывают электроэнергию, которая уходит в сеть. Когда энергопотребление снижается (обычно это происходит ночью), электродвигатели поднимают грузы наверх. За счет того, что в течение суток стоимость электроэнергии меняется, строительство ТАЭС может оказаться экономически рентабельным проектом.

Оцените прибыль (доходы минус расходы, в рублях) при эксплуатации ТАЭС в течение месяца, если про нее известно следующее:

- КПД работы электродвигателя и при подъеме груза, и при работе в режиме генератора составляет 90%;
- суммарная масса грузов, которые могут опускаться и подниматься в ТАЭС, составляет 10^8 кг;
- перепад высот для поднятых и опущенных грузов составляет 100 м;
- в течение часа ТАЭС может поднять или опустить 10^7 кг грузов.

Считайте, что стоимость электроэнергии в течение суток меняется в соответствии с приведенной ниже гистограммой.



<u>Решение:</u>

Определим, сколько электроэнергии можно получить от твердотельной аккумулирующей электростанции (ТАЭС) за один час, когда ее электродвигатели работают в режиме генераторов:

$$E_{\text{ген.час}} = \eta m g h = 9 \cdot 10^9 \text{Дж},$$

где η = 0,9 – КПД электродвигателя, m = 10^7 кг – масса, которую в течение часа может поднять ТАЭС, $g \approx 10$ м/с^2 – ускорение свободного падения, h = 100 м – перепад высот для поднятых и опущенных грузов.

Если электродвигатели используются для поднятия грузов, то за один час непрерывной работы ТАЭС потребляет

$$E_{\text{электрдв.час}} = \frac{mgh}{\eta} \approx 1{,}1 \cdot 10^{10}\text{Дж}$$

Предположим, что на протяжении всего промежутка времени, когда электричество стоит 2 руб./кВт·ч, ТАЭС поднимает грузы. На это потребуется

$$E_{\text{электрдв.}} = 8 \cdot E_{\text{электрдв.час}} = 8{,}8 \cdot 10^{10}\text{Дж}$$

При этом будет потрачено

$$P_{\text{расход.сутки}} = 2\ \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 8{,}8 \cdot 10^{10}\text{Дж} \approx 2\ \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{4}\text{кВт} \cdot \text{ч} = 4{,}8 \cdot 10^{4}\text{руб.}$$

Отдельно отметим, что суммарной массы грузов достаточно для непрерывной работы ТАЭС в течение указанного времени.

Как видно из гистограммы, отображающей изменение стоимости электроэнергии в течение суток, на протяжении 7 часов можно опускать грузы и продавать генерируемую при этом электроэнергию по цене 5 руб./кВт·ч. Для того чтобы полностью опустить все поднятые грузы, еще один час электродвигатели должны работать в режиме генераторов, когда ТАЭС опускает грузы и продает электроэнергию по цене 4 руб./кВт·ч.

Таким образом, опустив все поднятые за ночь грузы, можно получить доход

$$P_{\text{доход.сутки}} = 5\ \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 7\ \cdot 9 \cdot 10^{9}\text{Дж} + 4\ \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot\ 9 \cdot 10^{9}\text{Дж} \approx 8{,}8 \cdot 10^{4}\text{руб.} + 10^{4}\text{руб.} \approx 9{,}8 \cdot 10^{4}\text{руб.}$$

Прибыль в течение суток можно определить как разницу между доходами и расходами:

$$P_{\text{прибыль.сутки}} = 9{,}8 \cdot 10^{4}\text{руб.} - 4{,}8 \cdot 10^{4}\text{руб.} = 5 \cdot 10^{4}\text{руб.}$$

Нетрудно убедиться в том, что именно рассмотренная стратегия выбора интервалов времени, в течение которых следует опускать и поднимать грузы, дает максимальную прибыль (поскольку мы поднимаем грузы в течение всего времени, когда стоимость электроэнергии минимальна, а опускаем в течение всего времени, когда ее стоимость максимальна, плюс остается еще один час, когда стоимость максимальна в оставшемся интервале времени).

Зная прибыль в течение одних суток, можно найти прибыль в течение месяца (считаем, что в месяце 30 дней):

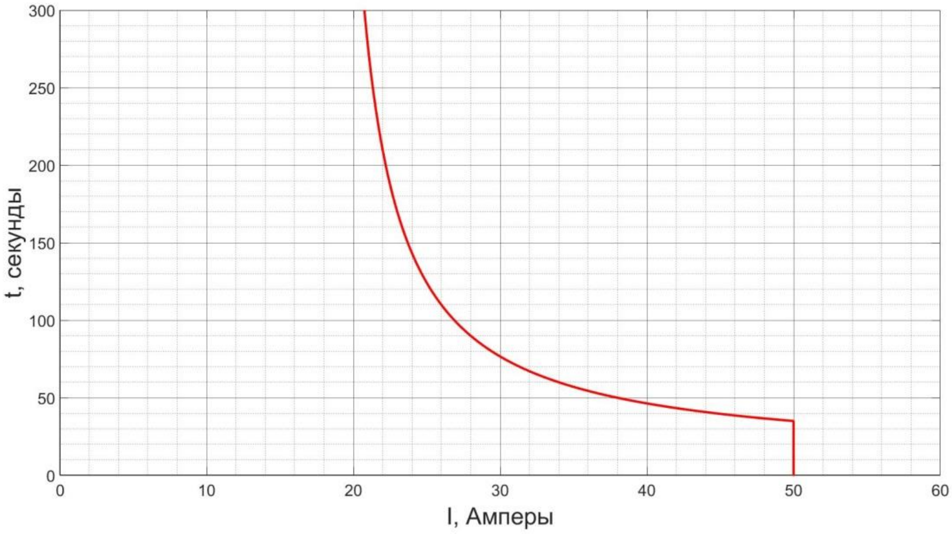
$$P_{\text{прибыль.месяц}} = 30 \cdot P_{\text{прибыль.сутки}} = 1{,}5 \cdot 10^{6}\text{руб.}$$

Ответ: максимальную прибыль за месяц можно оценить как 1,5 миллиона рублей.

Задача 2 (20 баллов)

В Васиной квартире идет ремонт, поэтому электроплиту и электрочайник с кухни пришлось перенести в комнату. Провода, идущие к комнатным розеткам, защищены от перегрузки старым автоматическим выключателем, срабатывающим, когда проходящий через него ток достигает слишком больших значений. Время t, через которое выключатель размыкает цепь, зависит от силы протекающего через него тока I так, как показано на рисунке. Напряжение в сети – 220 В. Духовка в плите потребляет 3,5 кВт, чайник – 2,4 кВт. Сколько воды Вася может вскипятить в чайнике за один раз при работающей духовке, не допуская срабатывания автоматического выключателя?

Температура заливаемой в чайник воды равна 10 °C, удельная теплоемкость воды – 4200 Дж/(кг·°C). Теплопотерями в чайнике пренебречь.



<u>Решение:</u>

Пусть $U = 220$ В — напряжение в сети, W_1 — мощность, потребляемая духовкой электроплиты, а W_2 — мощность, потребляемая электрочайником. Поскольку духовка и чайник подключаются параллельно, при их одновременной работе протекающий через автоматический выключатель ток равен

$I = \frac{W_1}{U} + \frac{W_2}{U} \approx 26{,}8$ А.

Из приведенного графика видно, что при токе $I = 26{,}8$ А выключатель разомкнет цепь через время $t \approx 100$ с. За это время в чайнике можно вскипятить (нагреть от температуры $T_1 = 10$ °C до температуры $T_2 = 100$ °C) воду массой

$m = \frac{W_2 t}{c(T_2 - T_1)} \approx 635$ г;

здесь с $= 4200$ Дж/(кг·°C) — удельная теплоемкость воды.

<u>Ответ: около 635 г.</u>

<u>Задача 3 (20 баллов)</u>

Инженеру Алексею Петровичу дали задание рассчитать технологическую схему получения чистого водорода путем неполного окисления метана, содержащего примеси сероводорода и хлора (реакция 1):

$$CH_4 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO + 2H_2$$

Общий объем метана с примесями – 11,2 л при н.у., при этом содержание метана, хлора и сероводорода равно 87, 4 и 9 мольных процентов соответственно. Полученную газовую смесь пропускают через водяной пар при температуре 800 °C над катализатором (CoO или FeO) (реакция 2), при этом один из продуктов указанной реакции совпадает с одним из продуктов реакции взаимодействия сероводорода и карбоната калия (реакция 3). Затем для очистки от примесей сероводорода и хлора газ, полученный в реакции 2, пропускают через горячий концентрированный раствор карбоната калия (реакция 3 и реакция 4). Последняя стадия – очистка водорода от углекислого газа (реакция 5) путем продувания продуктов последовательно проведенных реакций 2, 3 и 4 через колонку, которая представляет собой сосуд, заполненный порошком оксида кальция при температуре 500 – 800 °С. Помогите Алексею Петровичу с расчетом технологической схемы:

1. запишите уравнения реакций 2 – 5;
2. на сколько изменилась масса колонки, заполненной оксидом кальция?

Решение:

1. Реакция 2: $\mathrm{CO + H_2O \xrightarrow{CoO\ или\ FeO,\ \ 800°C} CO_2 + H_2}$

Таким образом, после реакции 2 газовая смесь состоит из CO_2, H_2, H_2S и Cl_2.

Реакция 3: $\mathrm{H_2S + K_2CO_3 \rightarrow H_2O + CO_2 + K_2S}$

Реакция 4: $\mathrm{3Cl_2 + 3K_2CO_3 \xrightarrow{t} KClO_3 + 5KCl + 3CO_2}$

Таким образом, после реакций 3 и 4 газовая смесь состоит из CO_2 и H_2.

Реакция 5: $\mathrm{CaO + CO_2 \rightarrow CaCO_3}$

Таким образом, после реакции 5 из газообразных продуктов остался только H_2.

2. Пусть x = ν(CH_4), y = ν(Cl_2) и z = ν(H_2S) — количество вещества метана, хлора и сероводорода соответственно. В реакциях 2, 3 и 4 выделяется CO_2, который взаимодействует с CaO в реакции 5. Из реакций 1, 2, 3 и 4 следует, что количество вещества CO_2 равно ν(CO_2) = x + y + z = 0,5 моль. Тогда изменение массы колонки, заполненной порошком оксида кальция, можно рассчитать как массу поглощенного CO_2, т.е. как μ(CO_2) · ν(CO_2) = 22 г, где μ(CO_2) – молярная масса CO_2.

Ответ: масса колонки увеличилась на 22 г.

Задача 4 (20 баллов)

Биологический отсек космического корабля первоначально заполнен воздухом при давлении 1 атм. После возникновения в обшивке отсека микротрещины отсек стал ежесуточно терять 0,5 кг воздуха, что привело к падению давления со скоростью 1 мм рт. ст. в час. Для выполнения запланированной программы исследований нельзя допустить падения парциального давления кислорода в отсеке более чем на 30% от его исходного уровня. Запас кислорода для биологического отсека на космическом корабле составляет 5 кг. Какова оптимальная стратегия расходования кислорода для компенсации утечки воздуха? Оцените, в течение какого времени при такой стратегии можно поддерживать минимально допустимое парциальное давление кислорода. Какое давление будет в биологическом отсеке к моменту исчерпания запаса кислорода? Температура в отсеке поддерживается постоянной.

Решение:

При постоянной температуре в каждый момент времени скорость падения парциального давления любого входящего в состав воздуха газа (в частности, кислорода) можно считать пропорциональной концентрации молекул этого газа, то есть его текущему парциальному давлению. Поэтому оптимальная стратегия поддержания парциального давления кислорода на уровне не ниже $p^{к}_{min} = \eta p^{к}_0 = 106$ мм рт. ст., где $\eta = 0{,}7$, а $p^{к}_0 = 0{,}2$ атм — начальное парциальное давление кислорода (для оценки считаем, что воздух состоит из 20 % кислорода и 80 % азота, и пренебрегаем различием масс молекул кислорода и азота), состоит в том, чтобы сначала дать давлению кислорода упасть до $p^{к}_{min}$, не компенсируя утечку кислорода, а затем малыми порциями (например, ежесуточно) расходовать имеющийся запас кислорода для поддержания давления на уровне вблизи $p^{к}_{min}$.

Пусть $p_0 = 1$ атм – начальное давление воздуха, а p_1 — давление воздуха через сутки после возникновения утечки. По условию, в течение суток давление падает на 24 мм рт. ст., т.е. относительное изменение давления за сутки равно $\beta = \frac{p_0 - p_1}{p_0} = \frac{24}{760} \approx 0{,}0316 \ll 1$ (поскольку $p_0 = 1$ атм $= 760$ мм рт. ст.). Тогда $p_1 = \alpha p_0$, где $\alpha = 1 - \beta \approx 0{,}9684$. Так как скорость падения парциального давления кислорода пропорциональна его текущему парциальному давлению, $p^{к}_n = \alpha p^{к}_{n-1} = \alpha^n p^{к}_0$, где $p^{к}_i$ — парциальное давление кислорода в биологическом отсеке к концу i-х суток с момента возникновения утечки. Пусть N — номер суток, в конце которых давление кислорода упадет до $p^{к}_{min}$; тогда для нахождения N нужно решить уравнение

$$\alpha^N = \eta.$$

Точное решение этого уравнения относительно N может быть найдено с использованием логарифмической функции ($N = \log_\alpha \eta \approx 11{,}1154 \approx 11$) или подбором. Однако с очень хорошей точностью приближенный ответ можно получить с помощью следующих простых соображений. Пусть $\Delta p^{к}_n$ — падение парциального давления кислорода за n-е сутки. Ясно, что самое грубое приближение состоит в том, чтобы считать, что на протяжении всех 1…N суток $\Delta p^{к}_n$ оставалось неизменным и равным своему значению сразу после появления утечки, т.е. $\Delta p^{к}_1$; однако ясно также, что это приближение можно существенно улучшить, если по-прежнему считать суточное падение давления неизменным, но принять его равным не $\Delta p^{к}_1$, а среднему арифметическому $\frac{\Delta p^{к}_1 + \Delta p^{к}_N}{2} = \frac{1+\eta}{2} \Delta p^{к}_1 = 0{,}85 \Delta p^{к}_1$. Тогда из уравнения

$$N \frac{1+\eta}{2} \Delta p^{к}_1 = (1 - \eta)\, p^{к}_0$$

находим $N \approx 11{,}1765$, т.е. опять $N \approx 11$.

В момент появления трещины суточная утечка кислорода была равна $\Delta m^{к}_0 = c_{к} \Delta m = 0{,}1$ кг, где $c_{к} = 0{,}2$ — массовая доля кислорода в воздухе, а $\Delta m = 0{,}5$ кг — суточная потеря воздуха. Поэтому после падения давления кислорода до $p^{к}_{min}$ в процессе поддержания его на этом уровне суточная потеря кислорода будет равна $\Delta m^{к} = \eta \Delta m^{к}_0 = 0{,}07$ кг. Следовательно, если масса запаса кислорода равна M, то после падения давления кислорода до $p^{к}_{min}$ поддерживать его на этом уровне можно будет в течение $N_1 = \frac{M}{\Delta m^{к}} \approx 71{,}43 \approx 71$ суток. Таким образом, полная продолжительность интервала времени, на котором можно обеспечить парциальное давление кислорода на уровне, не меньшем чем $p^{к}_{min}$, равна $n = N + N_1 = 82$ суткам. К концу этого периода давление азота упадет до $p^{\text{а}}_{\text{конечное}} = c_{\text{а}} p_0 \alpha^n \approx 44$ мм рт. ст. (здесь $c_{\text{а}} = 0{,}8$ — массовая доля азота в воздухе), а полное давление газовой атмосферы в биологическом отсеке станет равным $p_{\text{конечное}} = p^{\text{к}}_{min} + p^{\text{а}}_{\text{конечное}} \approx 150$ мм рт. ст.

Ответ: в течение 82 суток; 150 мм рт. ст.

Задача 5 (20 баллов)

Предприятие получает аммиак взаимодействием азота и водорода с применением катализатора. После каждого прохода катализатора образовавшийся аммиак удаляют охлаждением. При каждом проходе катализатора в реакцию с водородом вступает четверть имеющегося азота. Из-за несовершенства технологического процесса при каждом удалении аммиака из зоны реакции также удаляется 1 кг азота, который не участвует в дальнейших превращениях. Сколько аммиака может получить предприятие из 100 кг азота? Водород всегда присутствует в избытке.

Решение:

Запишем уравнение реакции:

$N_2 + 3H_2 = 2NH_3$

Пусть x_n кг – масса азота, оставшегося после n-ого прохода катализатора; при этом $x_0 = 100$. Тогда $x_{n+1} = 0{,}75x_n - 1$. Пусть $y_n = x_n + 4$, тогда $y_{n+1} = 0{,}75y_n$, $y_0 = 104$. Отсюда получаем, что $y_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot 104$. Реакция идет, пока $y_n \geq 4$, то есть $n \leq 11$. Таким образом, проход катализатора осуществляется 12 раз, причем 11 раз удаляется 1 кг азота, после 12-ого прохода – остаток $0{,}75x_{11} = 0{,}75 \cdot \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{11} \cdot 104 - 4\right) \approx 0{,}3$ кг. Таким образом, не прореагируют с водородом 11,3 кг азота, а прореагируют 88,7 кг или $\frac{88{,}7\ \text{кг}}{28\ \text{кг/кмоль}} = 3{,}17$ кмоль азота. Получаем 3,17 кмоль · 2 = 6,34 кмоль аммиака, то есть 6,34 кмоль · 17 кг/кмоль = 107,7 кг аммиака.

Ответ: 107,7 кг.

Решения заданий заключительного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2020/2021
5-7 классы

<u>Задача 1 (20 баллов)</u>

В библиотеке живут 4 мышонка (Бурик, Белик, Гризлик и Пандик) и кот Пушистик. Однажды кот отлучился на 5 минут, и мышата решили полакомиться старыми книгами. Мышатам очень не нравится вкус типографской краски, поэтому они начинают грызть книги с полей и не переходят на текст, пока поля не закончатся. Бурик ест со скоростью 3 г за 36 секунд, Белик – 1 г за 20 секунд, Гризлик – 3 г за 45 секунд, Пандик – 2 г за 40 секунд. Успеют ли мышата съесть поля одной книги, пока Пушистик отсутствует, если в книге 350 листов, обложка книги утеряна, а поля занимают 10% площади страницы? Какую часть книги не успеют съесть мышата? Считайте, что плотность одного листа бумаги – 80 г/м^2, размеры страницы – 200 мм x 150 мм.

Ответ подтвердите расчетами.

<u>Решение:</u>

1. За 1 минуту мышата съедают следующее количество граммов бумаги:

Бурик:

36 : 3 = 12 (сек) – потребуется, чтобы съесть 1 грамм бумаги

60 : 12 = 5 (раз) – по 1 грамму успеет съесть за 1 минуту

1 · 5 = 5 (г) – съест за минуту Бурик

Белик:

60 : 20 = 3 (раза) – по 1 грамму успеет съесть за 1 минуту

1 · 3 = 3 (г) – съест за минуту Белик

Гризлик:

45 : 3 = 15 (сек) – потребуется, чтобы съесть 1 грамм бумаги

60 : 15 = 4 (раза) – по 1 грамму успеет съесть за 1 минуту

1 · 4 = 4 (г) – съест за минуту Гризлик

Пандик:

40 : 2 = 20 (сек) – потребуется, чтобы съесть 1 грамм бумаги

60 : 20 = 3 (раза) – по 1 грамму успеет съесть за 1 минуту

1 · 3 = 3 (г) – съест за минуту Пандик

В общей сложности мышата съедят 5 + 3 + 4 + 3 = 15 г бумаги за 1 минуту.

2. За время отсутствия кота Пушистика (5 минут) мышата съедят 15 · 5 = 75 г бумаги.

3. Рассчитаем массу всей книги и массу полей.

200 · 150 = 30000 (мм^2) – площадь 1 страницы

$30000 \cdot 350 = 10500000$ (мм^2) = 10,5 (м^2) – площадь всех страниц

$10,5 \cdot 80 = 840$ (г) – масса всей книги

10% от массы всей книги (840 г) составляют 84 г. Таким образом, масса всех полей равна 84 г. Значит, мышата не успеют съесть все поля, пока Пушистик отсутствует.

Найдем, какую часть книги не успеют съесть мышата:

$\frac{840-75}{840} = \frac{765}{840} = \frac{51}{56}$

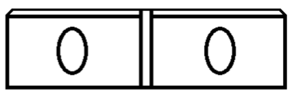
<u>Ответ: не успеют.</u>

<u>Задача 2 (20 баллов)</u>

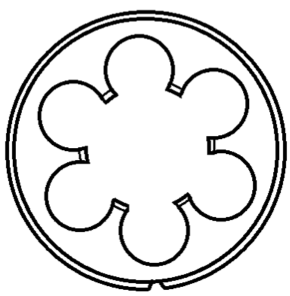
На рисунке изображена плашка для нарезания резьбы. Выполните эскизы фронтальной, горизонтальной и профильной проекций этой плашки. Считайте, что фронтальная проекция – это вид спереди, главный вид; горизонтальная – вид сверху; профильная – вид сбоку слева.

<u>Одно из возможных решений:</u>

Профильная проекция



Фронтальная проекция



Горизонтальная проекция

<u>Задача 3 (20 баллов)</u>

У химика Василия есть несколько упаковок одинаковых таблеток и сломанные электронные весы. С помощью этих весов можно определить, в каких пределах находится масса взвешиваемого образца: менее 2 граммов, более 9 граммов или от 2 до 9 граммов. Чтобы определить массу одной таблетки, Василий сначала кладет на весы одну таблетку, а затем поочередно добавляет по одной таблетке. После того, как он положил на весы пятую таблетку, они первый раз показали, что масса превысила 2 грамма. Сколько таблеток было на весах, когда весы первый раз показали, что масса превысила 9 граммов, если после этого Василий смог установить массу одной таблетки с ошибкой, не превышающей 5 миллиграммов?

<u>Решение:</u>
Пусть x граммов – масса одной таблетки, а масса таблеток первый раз превысила 9 граммов, когда на весах было n таблеток. Из условия получаем два двойных неравенства: $4x \le 2 < 5x$ и $(n-1)x \le 9 < nx$, откуда $\frac{2}{5} < x \le \frac{1}{2}$ и $\frac{9}{n} < x \le \frac{9}{n-1}$. Пересечение двух полуинтервалов $(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}]$ и $(\frac{9}{n}; \frac{9}{n-1}]$ задает диапазон, в котором может находиться значение x, а половина длины этого пересечения – возможная ошибка определения массы таблетки. При $n \le 18$ или $n \ge 24$ полуинтервалы не пересекаются, поэтому $19 \le n \le 23$. При $n \le 22$:
$\frac{9}{n} > \frac{2}{5}$ и $\frac{9}{n-1} < \frac{1}{2}$, поэтому длина пересечения полуинтервалов равна $\frac{9}{n-1} - \frac{9}{n} = \frac{9}{n(n-1)} \ge \frac{9}{22 \cdot 21} > 0{,}01$, и в этом случае Василий не сможет определить массу таблетки с ошибкой, не превышающей 5 миллиграммов.
При $n = 23$:
$\frac{9}{n} < \frac{2}{5}$, поэтому длина пересечения полуинтервалов равна $\frac{9}{22} - \frac{2}{5} = \frac{1}{110} < 0{,}01$, и в этом случае Василий сможет определить массу таблетки с ошибкой, не превышающей 5 миллиграммов (например, назвав в качестве массы таблетки $\left(\frac{9}{22} + \frac{2}{5}\right) : 2 \approx 0{,}405$ г $=$ 405 мг).
<u>Ответ: 23.</u>

<u>Задача 4 (20 баллов)</u>

Первоклассник Петя хочет купить маленькую машинку, которая стоит 125 рублей. Сто рублей у него уже есть, а чтобы накопить недостающую сумму, он собирал в пластиковой коробке все монеты, которые его родители получали как часть сдачи при покупках в магазине и отдавали ему. Через три месяца Петина копилка оказалась почти полной (см. фото). Оцените, хватит ли теперь у Пети денег на покупку машинки. Ответ поясните.

Решение:

Исходя из фотографий, приведенных в условии задачи, длину коробки можно принять равной $L = 15$ см, а ширину w взять равной 6 см. Для оценки можно считать, что все монеты имеют одинаковый диаметр $d = 1{,}5$ см и толщину $t = 1{,}5$ мм. Тогда высоту коробки можно оценить как $h = 3$ см (два диаметра монеты). Число видимых однокопеечных монет n_1 приблизительно равно числу пятикопеечных монет n_5 и числу пятидесятикопеечных монет n_{50}, а число десятикопеечных монет n_{10} приблизительно в три раза больше чем $n_1 = n_5 = n_{50}$, т.е. $n_{10} = 3n_1$. На фотографиях видно, что незаполненные промежутки между монетами занимают объем, сравнимый с объемом V, занимаемым самими монетами. Поэтому для оценки разумно считать, что монеты занимают половину всего объема коробки $V_0 = Lwh = 270$ см^3, т.е. $V = \frac{V_0}{2} = 135$ см^3. Тогда коробка содержит в общей сложности $n = \frac{V}{V_1} \approx 510$ монет, где $V_1 = \pi d^2 t/4 \approx 0{,}265$ см^3— объем одной монеты (поскольку мы делаем грубую оценку числа монет, не будет ошибкой принять объем одной монеты и равным $d^2 t$, т.е. заменить монету прямоугольным параллелепипедом с квадратным основанием со стороной d и высотой t). Значит, $n_1 = n_5 = n_{50} = \frac{n}{6} = 85$, а $n_{10} = 3n_1 = 255$. Это означает, что общая сумма денег в коробке составляет $1 \cdot n_1 + 5 \cdot n_5 + 10 \cdot n_{10} + 50 \cdot n_{50} \approx 7300$ копеек = 73 рубля. Таким образом, собранных денег на покупку машинки Пете хватит.

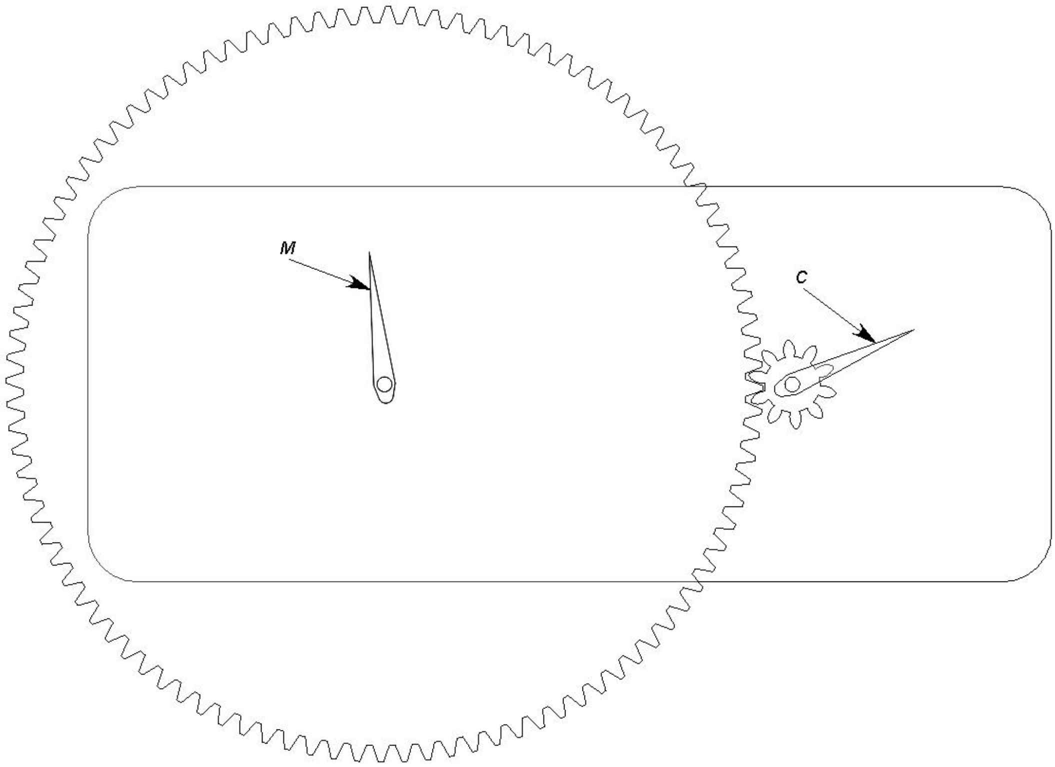
Ответ: денег на покупку машинки Пете хватит.

Примечание:

На самом деле в коробке было 66 рублей 27 копеек, а объем пустого пространства между монетами составляет приблизительно 46% всего объема коробки.

<u>Задача 5 (20 баллов)</u>

Жители планеты Астера используют необычные часы с двумя стрелками С и М, которые равномерно движутся в противоположных направлениях (см. рисунок). Промежуток времени, в течение которого один полный оборот совершает стрелка С, называется астерианской минутой, а промежуток времени, в течение которого один полный оборот совершает стрелка М, называется астерианским часом. Сколько астерианских минут содержит один астерианский час?



<u>Решение:</u>

Один час – это один полный оборот минутной стрелки. У малой шестерни 10 зубьев, у большой – 100. Это означает, что один полный оборот минутная стрелка сделает за 10 полных оборотов секундной стрелки. Один оборот секундной стрелки – это одна минута. Следовательно, в одном астерианском часе 10 астерианских минут.

<u>Ответ: один астерианский час содержит 10 астерианских минут.</u>