Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Заключительный этап 2020/21 учебного года для 9 классов

Задача 1. Два автомобиля преодолели одинаковое расстояние. Скорость первого была постоянна и в 3 раза меньше, чем начальная скорость второго. Второй автомобиль проехал первую половину пути, не меняя скорость, затем он резко сбросил скорость в два раза, проехал с постоянной скоростью еще четверть пути и снова снизил скорость в два раза, проехал с постоянной скоростью ещё восьмую часть пути, и т.д. После восьмого понижения скорости он не менял её до конца поездки. Во сколько раз второму автомобилю потребовалось больше времени на преодоление всего пути, чем первому?

Ответ: $\dfrac{5}{3}$.

Решение. Пусть V_1 — скорость первого автомобиля, V_0 — начальная скорость второго, а преодолённое каждым автомобилем расстояние равно S. Тогда $V_0 = 3V_1$. Первый автомобиль затратил на весь путь время $t_1 = \frac{S}{V_1}$, а второй — время

$$t_2 = \frac{\frac{S}{2}}{V_0} + \frac{\frac{S}{4}}{\frac{V_0}{2}} + ... + \frac{\frac{S}{2^8}}{\frac{V_0}{2^7}} + \frac{\frac{S}{2^8}}{\frac{V_0}{2^8}} = \frac{S}{2V_0}\cdot 8 + \frac{S}{V_0} = \frac{S}{6V_1}\cdot 8 + \frac{S}{3V_1} = \frac{5S}{3V_1},$$

откуда $\frac{t_2}{t_1} = \frac{5}{3}$.

Задача 2. Сколько существует делителей числа 2021^{2021}, кубический корень из которых является натуральным числом?

Ответ: 454276.

Решение. Так как $2021 = 43\cdot 47$, все делители числа 2021^{2021} имеют вид $43^{\alpha}\cdot 47^{\beta}$, где $\alpha,\beta \in [0;2021]$. При этом точными кубами являются числа вида $43^{3n}\cdot 47^{3k}$, где $3n, 3k \in [0;2021]$, то есть $n,k \in [0;673]$. Таких чисел $674^2 = 454276$.

Задача 3. Решите систему

$$\begin{cases} |x^4 - 625x^2| \neq x^4 - 625x^2, \\ |6x^2 - 257x + 251| + 6x^2 - 257x + 251 = 0. \end{cases}$$

Ответ: $[1;25)$.

Решение. Исходная система равносильна системе

$$\begin{cases} x^4 - 625x^2 < 0, \\ 6x^2 - 257x + 251 \leqslant 0, \end{cases}$$

которая имеет решение: $[1;25)$.

Задача 4. Сколько существует троек чисел a, b, c, каждое из которых служит корнем соответствующего уравнения $ax^2 + bx + c = 0$?

Ответ: 5.

Решение. Если $a = 0$ или $a = b = c$, то $a = b = c = 0$. В противном случае: если $a = b \neq c$, то либо $a = b = -1,\ \ c = 0$, либо $a = b = 1,\ \ c = -2$; если $a \neq b = c$, то либо $a = 1,\ \ b = c = -0,5$; если же $a = c \neq b$, то $a = c = c_0,\ b = 1/c_0$, где число $c_0 < 0$ — единственный корень уравнения $c^3 + c = -1$.

Задача 5. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x + \dfrac{1}{x} + \dfrac{x}{x^2+1}$ при $x > 0$.

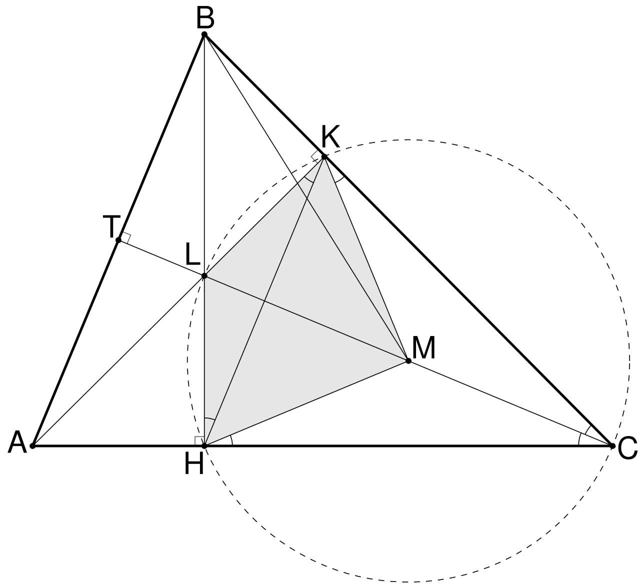
Ответ: $\dfrac{5}{2}$.

Решение. Функция $g(x) = x + \dfrac{1}{x}$ возрастает при $x \geqslant 1$, что можно доказать по определению, поэтому $g(x) \geqslant g(1) = 2$ при $x \geqslant 1$. Следовательно, $f(x) = g(g(x)) \geqslant g(2) = f(1) = \dfrac{5}{2}$.

Задача 6. В остроугольном треугольнике ABC со стороной $AC = 1$ провели высоту BH, в треугольнике BHC — биссектрису CL, в треугольнике BLC — медиану BM. Прямая AL пересекает сторону BC в точке K, причём $\angle BHK = \angle MHC = 15°$. Найдите площадь четырёхугольника $KLHM$.

Ответ: $\dfrac{3(2-\sqrt{3})}{8}$.

Решение. Треугольник CHL — прямоугольный, поэтому его вершины лежат на окружности с центром в середине гипотенузы — точке M. Тогда $MH = MC$ и $\angle LHK = \angle MHC = \angle MCH = \angle MCK = 15°$. Значит, и точка K лежит на той же окружности. Тогда $\angle LKC = 90°$ как опирающийся на диаметр вписанный угол, и AK — также высота треугольника ABC. Поэтому L — точка пересечения высот треугольника ABC, а значит, луч CL содержит высоту и биссектрису этого треугольника, поэтому треугольник равнобедренный $(AC = BC = 1)$. Отсюда, в частности, следует, что $CK = CH$ и $\Delta KLC = \Delta HLC$.



Так как медиана делит площадь треугольника пополам,

$$S(KLHM) = S(KLM) + S(HLM) = \frac{1}{2}S(KLC) + \frac{1}{2}S(HLC) = S(KLC) = \frac{1}{2}\cdot KC\cdot LC\cdot \sin 15° =$$
$$= \frac{1}{2}\cdot KC\cdot \frac{KC}{\cos 15°}\cdot \sin 15° = \frac{1}{2}\cdot (AC\cos 30°)^2\cdot \operatorname{tg} 15° = \frac{3(2-\sqrt{3})}{8}.$$

Задача 7. На числовой прямой отмечены 200 точек, имеющие координаты $1, 2, \ldots, 200$. Двое игроков по очереди ставят в любую из еще незанятых точек число «0» или число «1». Когда все возможные ходы сделаны, рассматриваются 199 отрезков $[1; 2]$, $[2; 3]$, $[3; 4]$, $\ldots$, $[199; 200]$ и подсчитываются баллы за каждый отрезок: если концы отрезка содержат одинаковые числа, то 1 балл получает первый игрок, если разные — то второй.

а) Кто из игроков может обеспечить себе бóльшую сумму баллов независимо от ходов соперника?

б) С каким максимальным преимуществом одного из игроков может закончиться эта игра (при условии, что каждый игрок играет наилучшим для себя образом)?

Ответ: **а)** Второй игрок; **б)** 1 балл.

Решение. Заметим, что первый игрок после своего первого хода баллов не получает, тогда как второй игрок за каждый ход может гарантированно получить 1 балл. Действительно, ему достаточно выбрать уже занятую числом точку, у которой есть незанятая соседняя точка и поставить туда другое число. Таким образом, меньше чем 100 баллов второй игрок при правильной игре не получает. Отрезков всего 199, поэтому при правильной игре второй всегда выигрывает. Начиная со второго своего хода первый игрок также может гарантированно получать по 1 баллу за ход (ставя в соседнюю к уже занятой точке такое же число). Таким образом, при правильной игре первый игрок гарантированно получает 99 баллов.

Задача 1. Два автомобиля преодолели одинаковое расстояние. Скорость первого была постоянна и в 3 раза меньше, чем начальная скорость второго. Второй автомобиль проехал первую половину пути, не меняя скорость, затем он резко сбросил скорость в два раза, проехал с постоянной скоростью еще четверть пути и снова снизил скорость в два раза, проехал с постоянной скоростью ещё восьмую часть пути, и т.д. После восьмого понижения скорости он не менял её до конца поездки. Во сколько раз второму автомобилю потребовалось больше времени на преодоление всего пути, чем первому?

Ответ: $\dfrac{5}{3}$.

Решение. Пусть V_1 — скорость первого автомобиля, V_0 — начальная скорость второго, а преодолённое каждым автомобилем расстояние равно S. Тогда $V_0 = 3V_1$. Первый автомобиль затратил на весь путь время $t_1 = \dfrac{S}{V_1}$, а второй — время

$$t_2 = \frac{\frac{S}{2}}{V_0} + \frac{\frac{S}{4}}{\frac{V_0}{2}} + \ldots + \frac{\frac{S}{2^8}}{\frac{V_0}{2^7}} + \frac{\frac{S}{2^8}}{\frac{V_0}{2^8}} = \frac{S}{2V_0}\cdot 8 + \frac{S}{V_0} = \frac{S}{6V_1}\cdot 8 + \frac{S}{3V_1} = \frac{5S}{3V_1},$$

откуда $\dfrac{t_2}{t_1} = \dfrac{5}{3}$.

Задача 2. Ваня задумал двузначное число, затем поменял местами его цифры и полученное число умножил само на себя. Результат оказался в четыре раза больше, чем задуманное число. Какое число задумал Ваня?

Ответ: 81.

Решение. Пусть задуманное число равно $\overline{mn} = 10m + n$. Тогда $4\overline{mn} = \overline{nm}^2$. Значит, $\overline{nm}^2$ делится на 4, а $\overline{nm}$ — на 2, поэтому цифры m чётна (и отлична от нуля). Кроме того, $\overline{mn} = \overline{nm}^2 : 4 = (\overline{nm} : 2)^2$, то есть $\overline{mn}$ — квадрат натурального числа, начинающийся с чётной цифры. Значит, $\overline{mn}$ может равняться 25, 49, 64 или 81. Проверка показывает, что из этих четырёх вариантов условию удовлетворяет только последний.

Задача 3. Назовем составное натуральное число n «интересным», если все его натуральные делители можно выписать в порядке возрастания, и при этом каждый следующий делитель делится на предыдущий. Найти все «интересные» натуральные числа от 20 до 90 (включительно).

Ответ: 25, 27, 32, 49, 64, 81.

Решение. «Интересными» могут быть только числа вида $n = p^k$, $k = 2, 3, 4, \ldots$, где p — простое число.

Действительно, если рассмотреть число $n = a \cdot p^k$, НОД$(a, p) = 1$, то в ряду делителей $1, p, \ldots, p^k$ делитель a стоять не может. Ситуация $\ldots p^k < a < ap\ldots$ также невозможна, так как p^k не делит a. Значит, для получения ответа нужно выписать все степени простых чисел в диапазоне от 20 до 90.

Задача 4. Решите уравнение:

$$(x+1)^2 + (x+3)^2 + (x+5)^2 + \ldots + (x+2021)^2 = x^2 + (x-2)^2 + (x-4)^2 + \ldots + (x-2020)^2.$$

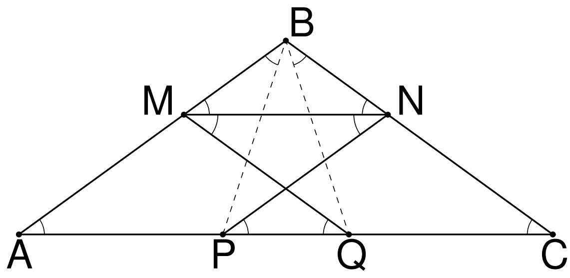
Ответ: $-0{,}5$.

Решение. Левая и правая части уравнения равны соответственно $1011x^2 + 2(1+3+5+\ldots+2021)x + (1^2+3^3+5^2+\ldots+2021^2)$ и $1011x^2 - 2(2+4+6+\ldots+2020)x + 2^2+4^2+6^2+\ldots+2020^2$. Уравнение приводится к виду $2(1+2+3+4+\ldots+2021)x = -1^2+2^2-3^2+4^2+\ldots-2019^2+2020^2-2021^2$, откуда $(1+2021)\cdot 2021x = -\dfrac{3+4039}{2}\cdot 1010 - 2021^2$ и $x = \dfrac{1010-2021}{2022} = -\dfrac{1}{2}$.

Задача 5. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены такие точки M и N, что $AM = MN = NC$. На стороне AC выбраны такие точки P и Q, что $MQ \| BC$, $NP \| AB$. Известно, что $PQ = BM$. Найдите угол MQB.

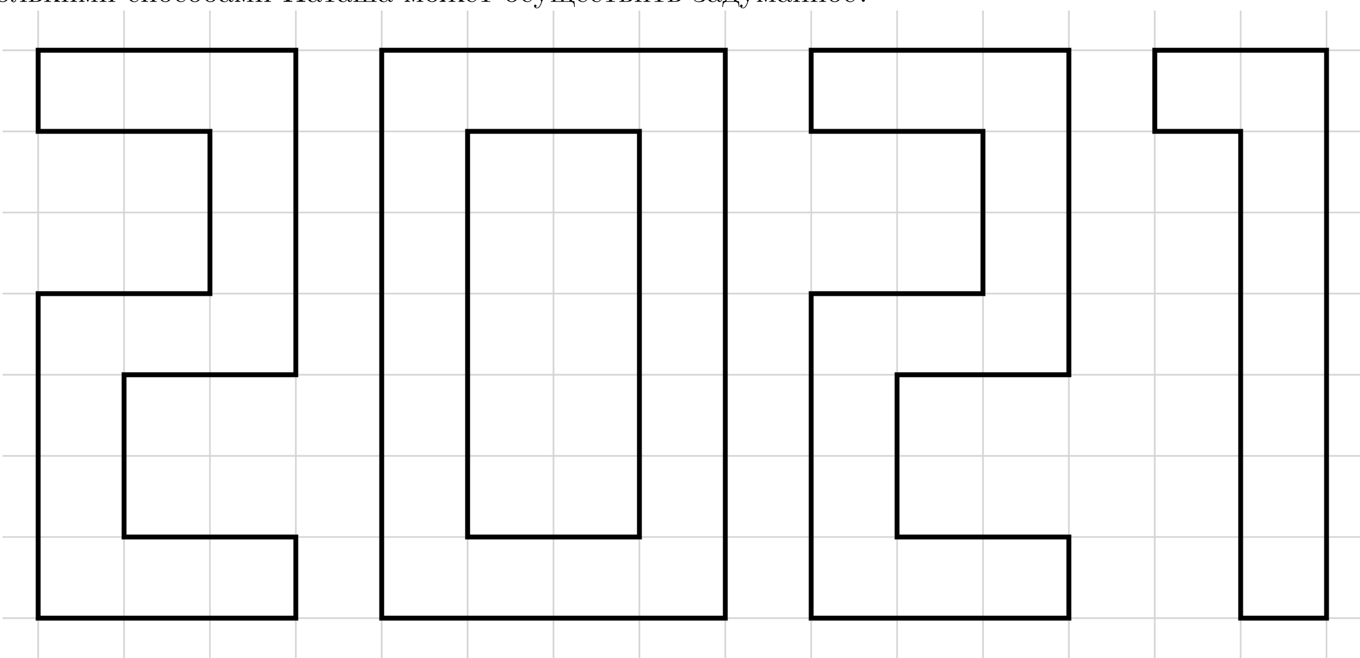
Ответ: $36°$. Ответ также может быть дан в форме $\arccos\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}\right)$ и пр.

Решение. Пусть $\angle A = \angle C = \alpha$, тогда по свойству параллельных прямых $\angle NPC = \angle AQM = \alpha$. Нетрудно доказать, что $MN \| AC$ (через подобие треугольников, или через равенство расстояний от точек M, N до прямой AC, или через подсчёт углов), поэтому $\angle BMN = \angle QMN = \angle BNM = \angle MNP = \alpha$ и $AMNP$ — ромб, откуда $AP = AM = MN$. (Семиклассники могут доказать это равенство через равенство $\Delta AMN = \Delta APN$.)



Первый случай. Пусть точка P лежит на отрезке AQ. Тогда, с учётом вышесказанного, $\Delta AMQ = \Delta APB$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle ABP = \angle AQM = \alpha$; аналогично, $\angle QBC = \angle CPN = \alpha$. $\angle BPQ = 2\alpha$ как внешний для ΔAPB, значит, $\angle BPN = 2\alpha - \alpha = \alpha$; аналогично, $\angle MQB = \alpha$. Так как ΔABQ равнобедренный, $\angle ABQ = \angle AQB = 2\alpha$, откуда $\angle PBQ = \alpha$. По теореме о сумме углов треугольника для ΔABC получаем $5\alpha = 180°$, откуда $\angle MQB = \alpha = 36°$.
Второй случай. Пусть точка P лежит на отрезке CQ. Тогда $MN = AP > PQ = BM$. В ΔBMN против большего угла лежит большая сторона, значит, $\angle MBN = 180° - 2\alpha > \angle BNM = \alpha$, откуда $\alpha < 60°$. Но и в ΔAMQ против большего угла лежит большая сторона, а поскольку $AM > AQ = AP - QP = AM - QP$, это означает, что $\angle A = \alpha > \angle AMQ = 180° - 2\alpha$, откуда $\alpha > 60°$. Полученное противоречие показывает, что второй случай невозможен.

Задача 6. Наташа хочет выложить мозаикой число 2021, показанное на рисунке. У неё есть 4 одинаковые плитки размером 1×1 клетку и 24 одинаковые плитки размером 1×2 клетки. Сколькими способами Наташа может осуществить задуманное?



Ответ: 6517.

Решение. Двойка состоит из 13 клеток, ноль — из 18, единица — из 8. Поэтому каждая двойка должна содержать нечётное число плиток 1×1 (одну или три), а ноль и единица — чётное (ноль или две). Значит, в каждой двойке есть хотя бы по одной плитке 1×1, а ещё две такие плитки могут оказаться в составе одной любой цифры.

Если двойка содержит одну плитку 1×1, то её можно располагать только в 7 из клеток двойки, чтобы остальные клетки можно было заполнить плитками 1×2. Если же двойка содержит три плитки 1×1, то плиток 1×2 будет 5. Число способов их уложить равно числу способов переставить буквы в слове АААБББББ (буквы А соответствуют плиткам 1×1, а буквы Б — плиткам 1×2). Это число способов равно $8! : (3! \cdot 5!) = 7 \cdot 8 = 56$.

Если ноль не содержит плиток 1×1, то уложить его 9 плитками 1×2 есть два способа (в зависимости от того, одна или две горизонтальные плитки в верхней горизонтали нуля). Если же ноль содержит две плитки 1×1, то есть 18 способов поставить первую из них, и для каждого из этих способов есть по 9 способов поставить вторую («отступив» чётное число клеток от первой по часовой стрелке); итого $18 \cdot 9 : 2 = 81$ способ (пополам делим, поскольку плитки неразличимы).

Если единица не содержит плиток 1×1, то уложить её 4 плитками 1×2 можно единственным способом. Если же единица содержит две плитки 1×1 и три плитки 1×2, то число способов их уложить равно числу способов переставить буквы в слове ААБББ, которое равно $5! : (2! \cdot 3!) = 10$.

Если три плитки 1×1 в первой двойке и одна — во второй, то есть 56 способов заполнить первую двойку, 7 способов заполнить вторую двойку, два способа заполнить ноль и один способ заполнить единицу. Итого $56 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 1 = 784$ способа. Ещё столько же способов, когда одна плитка 1×1 в первой двойке и три — во второй.

Если в двойках по одной плитке 1×1 и ещё две такие плитки в нуле: есть по 7 способов выложить каждую двойку, 81 способ выложить ноль и один способ выложить единицу; итого $7^2 \cdot 81 \cdot 1 = 3969$ способов.

Если в двойках по одной плитке 1×1 и ещё две такие плитки в единице: есть по 7 способов выложить каждую двойку, два способа выложить ноль и 10 способов выложить единицу; итого $7^2 \cdot 2 \cdot 10 = 980$ способов.

Всего получаем $2 \cdot 784 + 3969 + 980 = 6517$ способов выложить мозаику.

Задача 1. Всякий раз, когда мой брат говорит правду, наша бабушка чихает. Однажды брат сказал, что он получил по математике «5», но бабушка не чихнула. Тогда он, слегка засомневавшись в своих первых словах, сказал, что получил «4», и бабушка чихнула. Приободрившись от бабушкиного чихания, он подтвердил, что уж точно получил не менее 3, но бабушка больше не чихала. Так какую же всё-таки оценку получил брат по математике?

Ответ: «2».

Решение. Если бабушка не чихнула, то брат точно соврал, следовательно, он получил не «5» и даже более того, менее 3. Если же бабушка чихнула, то не факт, что он при этом сказал правду, так как условие не запрещает бабушке чихать, когда брат врёт.

Задача 2. Баба-Яга должна прибыть на Лысую Гору ровно в полночь. Она рассчитала, что если полетит на ступе со скоростью 50 км/ч, то опоздает на 2 часа, а если на электровенике со скоростью 150 км/ч, то прилетит на 2 часа раньше. А чтобы прибыть на Лысую Гору точно в срок, Баба-Яга воспользовалась метлой. В котором часу Баба-Яга вылетела и с какой скоростью летела на метле?

Ответ: В 20:00 со скоростью 75 км/ч.

Решение. На электровенике лететь втрое быстрее, чем в ступе, и при этом экономится 4 часа времени. Значит, две трети времени полёта в ступе составляют 4 часа, весь полёт в ступе занял бы 6 часов, а весь полёт на электровенике — втрое меньше, то есть 2 часа. При этом Баба-Яга вылетела бы за 6 часов до двух часов ночи, то есть в 20 часов вечера. Чтобы прилететь точно вовремя, Бабе-Яге нужно провести в полёте 4 часа, то есть вдвое больше, чем на электровенике. Значит, лететь на метле нужно вдвое медленнее, чем на электровенике, то есть со скоростью 75 км/ч.

Задача 3. В одной школе учатся четверо приятелей — все в разных классах: самый младший — в первом классе, а самый старший — в четвёртом. Определите имя, фамилию и класс каждого из них, если известно, что:

1) Боря — не первоклассник;

2) когда Вася идёт в бассейн на соседнюю с его улицей улицу Южную, Иванов гуляет с собакой у себя во дворе на улице Зелёной;

3) Миша на год старше Димы;

4) Боря и Орлов — соседи и живут на улице Северной;

5) Крылов познакомился с Петровым ровно год назад, будучи еще первоклассником;

6) Вася отдал Боре учебник, по которому сам занимался в прошлом году.

Ответ: Дима Иванов учится в первом классе, Миша Крылов — во втором, Боря Петров — в третьем, Вася Орлов — в четвёртом.

Решение. Сначала соотнесём имена ребят с классами. Из условий 1, 3 и 6 следует, что только Дима может быть первоклассником. Тогда из условия 3 Миша во втором классе. Из условия 6 Вася старше Бори, значит, Вася в четвертом классе, а Боря в третьем.

Теперь соотнесём имена с фамилиями. Из условия 5 следует, что Крылов сейчас учится во втором классе, значит, это Миша. Из условий 2 и 4 следует, что Боря — не Орлов и не Иванов, значит, он Петров. Из условия 2 следует, что Вася — не Иванов, значит, он Орлов. Тогда Дима — Иванов.

Задача 4. Ваня задумал двузначное число, затем поменял местами его цифры и полученное число умножил само на себя. Результат оказался в четыре раза больше, чем задуманное число. Какое число задумал Ваня?

Ответ: 81.

Решение. Пусть задуманное число равно $\overline{mn} = 10m + n$. Тогда $4\overline{mn} = \overline{nm}^2$. Значит, $\overline{nm}^2$ делится на 4, а $\overline{nm}$ — на 2, поэтому цифры m чётна (и отлична от нуля). Кроме того, $\overline{mn} = \overline{nm}^2 : 4 = (\overline{nm} : 2)^2$, то есть $\overline{mn}$ — квадрат натурального числа, начинающийся с чётной цифры. Значит, $\overline{mn}$ может равняться 25, 49, 64 или 81. Проверка показывает, что из этих четырёх вариантов условию удовлетворяет только последний.

Задача 5. Марсианский светофор состоит из шести одинаковых лампочек, расположенных в двух горизонтальных рядах (один под другим) по три лампочки в каждом. Водитель марсохода в тумане может различить количество и взаимное расположение горящих лампочек светофора (например, если горят две лампочки, — находятся ли они в одном горизонтальном ряду или в разных, находятся ли они в одном вертикальном ряду, или в соседних вертикальных рядах, или в двух крайних вертикальных рядах). Однако он не может различить негорящие лампочки и корпус светофора. Поэтому, если, например, горит всего одна лампочка, невозможно определить, какая именно из шести). Сколько сигналов марсианского светофора может отличить друг от друга в тумане водитель марсохода? Если ни одна лампочка светофора не горит, водитель его не видит.

Ответ: 44.

Решение. Если два сигнала светофора отличаются только сдвигом горящих лампочек, то водитель их не различает (и наоборот). Поэтому любой сигнал либо можно сдвигом влево и/или вверх превратить в неотличимый от него сигнал, у которого хотя бы одна лампочка горит в верхнем горизонтальном ряду и хотя бы одна — в левом вертикальном ряду, либо сигнал уже обладает этим свойством. Возможны два случая.

1. Горит верхняя левая лампочка. Тогда каждая из остальных лампочек может гореть или не гореть, и все такие сигналы будут отличимы друг от друга, поскольку получить их друг из друга сдвигом по горизонтали и/или вертикали нельзя. Значит, таких сигналов будет $2^5 = 32$.

2. Не горит верхняя левая лампочка. Тогда обязательно должна гореть левая нижняя лампочка и ещё одна или обе оставшиеся лампочки в верхнем ряду (3 способа), а каждая из двух остальных лампочек в нижнем ряду может гореть или не гореть ($2^2 = 4$ способа). Итого $3 \cdot 2^2 = 12$ сигналов.

Всего получаем $32 + 12 = 44$ различимых сигнала.

ЛОМОНОСОВ – 2020-21. МАТЕМАТИКА. Критерии проверки работ

9 класс (19.03.2021)

Задача № 1 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Неверный ответ из-за арифметической ошибки	$\pm$	10
Неверная математическая модель движения (например, неверно вычислено время на одном из участков)	$\mp$	5
Замечание.		

Задача № 2 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Не учтено, что степени могут равняться нулю и получил ответ 673^2	$\pm$	10
Верно свел к степеням чисел 43 и 47. Неверный ответ из-за неверного подсчета степеней (ошибка не такая как на критерий на 10 баллов)	$\mp$	5
Замечание.		

Задача № 3 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Система верно сведена к равносильной. Верно решено одно неравенство, что должно дать одну верную границу полуинтервала.	$\pm$	10
Система верно сведена к равносильной. Арифметические ошибки в решении каждого неравенства	$\mp$	5
Замечание.		0

Задача № 4 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Потерял одну тройку (ответ «4»). Есть проверка, что корни существуют.	$\pm$	10
Потерял две тройки (ответ «3»). Есть проверка, что корни существуют. ИЛИ Получил все тройки, но ни в одной не проверил, что корни существуют.	$\mp$	5
Замечание.		

Задача № 5 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Недостаток обоснования монотонности (или что x=1 есть точка минимума функции g или другого равносильного факта). Ответ верный.	$\pm$	10

Использует монотонность (или что x=1 точка минимума функции g или другой равносильный факт) без доказательства. Ответ верный. ИЛИ функция f(x) представлена в виде g(g(x)), но решение не завершено	∓	5
Замечание.		

Задача № 6 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Ответ неверный только из-за арифметической ошибки	±	10
Недостаток обоснования равнобедренности треугольника ABC, возможно, сделана арифметическая ошибка	∓	5
Замечание.		

Задача № 7 = 15 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Обоснованно получен верный ответ только для пункта а)	±	10
Обоснованно получен верный ответ только для пункта б)	∓	5
Замечание. Верные ответы без обоснования решением не считаются.		

ЛОМОНОСОВ – 2020-21. МАТЕМАТИКА. Критерии проверки работ

5-6 класс 19.03.2021

Задача № 1 = 20 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Не ставить	±	15
Дан ответ «4»	∓	5

Задача № 2 = 20 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Решение в целом верное, допущена одна арифметическая ошибка в решении ИЛИ Верно получен ответ на один из вопросов (время вылета, скорость)	±	15
	∓	5

Задача № 3 = 20 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Верно соотнесены имена и классы и две фамилии	±	15
Верно соотнесены все имена и классы или имена и фамилии. Или для двух приятелей верно получены по два параметра из трех.	∓	5

Задача № 4 = 20 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Кроме верного в ответ попало одно неверное число	±	15
Кроме верного в ответ попало больше одного неверного числа	∓	5

Задача № 5 = 20 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Верно перечислены все варианты без обоснования полноты перебора. Сделана арифметическая ошибка при подсчете (например, не учтено, что выключенный светофор не дает сигнала), или задача верно сведена к рассмотрению одного из случаев, или получен ответ для одного из случаев, а при разборе другого случая сделана арифметическая ошибка,	±	15
Задача верно сведена к рассмотрению одного из случаев. Второй случай не рассмотрен или не закончен. Или выполнен неполный перебор возможных вариантов либо некоторые варианты указаны дважды, при этом получено не менее 30 правильных.	∓	5

ЛОМОНОСОВ – 2020-21. МАТЕМАТИКА. Критерии проверки работ

7-8 класс (19.03.2021)

ПРИ НАЛИЧИИ ВЕРНО РЕШЕННОЙ ХОТЯ БЫ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДОБАВЛЯЕТСЯ 4 БАЛЛА

Задача № 1 = 16 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Неверный ответ из-за арифметической ошибки	$\pm$	8
	$\mp$	4

Задача № 2 = 16 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Кроме верного в ответ попало одно неверное число	$\pm$	8
Кроме верного в ответ попало больше одного неверного числа	$\mp$	4

Задача № 3 = 16 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Полученный ответ отличается от верного на одно число (либо потеряно одно верное, либо добавлено одно неверное)	$\pm$	8
Полученный ответ отличается от верного на два числа (либо потеряно два верных, либо добавлено два неверных либо потеряно одно верное и добавлено одно неверное)	$\mp$	4

Задача № 4 = 16 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Верно получено линейное уравнение. Сделана арифметическая ошибка при его решении	$\pm$	8
Незначительная ошибка в получении линейного уравнения	$\mp$	4

Задача № 5 = 16 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Не рассмотрен «невозможный» случай. Верный ответ для «возможного» случая	$\pm$	8
Не рассмотрен «невозможный» случай. При рассмотрении «возможного» случая сделана арифметическая ошибка	$\mp$	4

Задача № 6 = 16 баллов	**Плюсы-минусы**	**Балл**
Задача верно сведена к перебору случаев расположения плиток 1×1. В одном из случаев сделана ошибка (арифметическая или комбинаторная)	$\pm$	8
Задача верно сведена к перебору случаев расположения плиток 1×1. В двух случаях сделана ошибка (арифметическая или комбинаторная)	$\mp$	4