

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»  
ПО ГЕОЛОГИИ  
2021-2022 учебный год**

*ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА  
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ*

Вопрос 1.

Крупная вулканическая форма рельефа, образующаяся при взрыве, провале или оседании большой территории называется Кальдера  
Обтачивание и шлифование горных пород частицами, переносимыми ветром, называют Корразия  
Ледниковые отложения называют Морена  
Какая форма рельефа создаётся ветром? Дюна

Вопрос 2.

Незакономерно ориентированные кристаллы на единой поверхности называются Друза  
Не большая по размеру секреция называется Миндалина  
Сколько SiO<sub>2</sub> в диорите? 60%  
Какая порода образуется при уплотнении глины? Аргиллит

Вопрос 3.

На какой территории России известны крупные месторождения угля?  
Кемеровская область  
На какой территории России известны крупные месторождения фосфатов?  
Мурманская область  
На какой территории России известны крупные месторождения асбеста?  
Урал  
На какой территории России известны крупные месторождения калийной соли? Пермский край

Вопрос 4.

Какой термин лишний? Астеносфера  
Какой термин лишний? Гейзер  
Какой термин лишний? Дельта  
Какой термин лишний? Карст

Вопрос 5.

На какой фотографии изображена Жеода



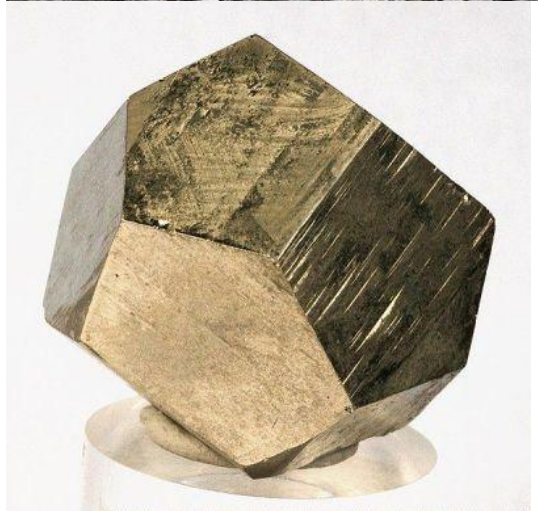
На какой фотографии изображены Речные террасы



На какой фотографии изображен Селевой поток



На какой фотографии изображен  
Пентагондодекаэдр



**Задание 6.****Вариант 1.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 120 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 21 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 32 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $120-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}$ ,  $b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=120$ ,  $f_1 = 21, f_2 = 32$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 89.8 mD.

**Задание 6.****Вариант 2.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 125 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 21 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 34 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $125-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}$ ,  $b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=125$ ,  $f_1 = 21, f_2 = 34$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 93.4 mD.

**Задание 6.****Вариант 3.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 130 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 21 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 36 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $130-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}, a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}, a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}, b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=130, f_1 = 21, f_2 = 36$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 97.0 mD.

**Задание 6.****Вариант 4.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 135 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 21 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 32 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $135-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1, 25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}, a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}, a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}, b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=135, f_1 = 21, f_2 = 32$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 100.1 mD.

**Задание 6.****Вариант 5.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 120 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 26 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 33 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $120-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}, a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}, a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}, b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=120, f_1 = 26, f_2 = 33$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 91.2 mD.

**Задание 6.****Вариант 6.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 125 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 26 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 32 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $125-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}$ ,  $b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=125$ ,  $f_1 = 26, f_2 = 32$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 94.4 mD.



**Задание 6.****Вариант 7.**

Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 130 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 26 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 33 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $120-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}, a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}, a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}, b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=130, f_1 = 26, f_2 = 33$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 97.9 mD.

**Задание 6.****Вариант 8.**

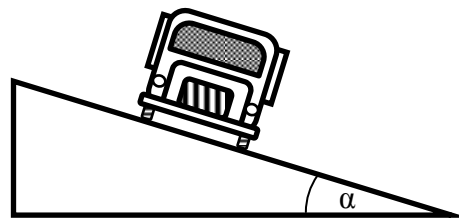
Исследуемый пласт-коллектор рассматривается как прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=0$ ,  $x=10$ ,  $y=0$ ,  $y=20$  (данные приведены в км) в прямоугольной системе координат. Коэффициент проницаемости в точке с координатами  $(x,y)$  соответствует закону  $f = f(x,y) = 135 - a(x - 15)^2 - b(y - 25)^2$  (данные приведены в mD - миллидарси) при неотрицательных коэффициентах  $a, b$ . Известно, что в пределах участка проницаемость не превосходит 26 во всех точках, в которых  $x \leq 5$ , и не превосходит 36 во всех точках, где  $y \leq 10$ . Чему равна максимально возможная проницаемость на этом участке при указанных условиях? Ответ дайте с точностью 0.1 mD.

Решение. Из вида зависимости коэффициента проницаемости от координаты точки на плоскости следует, что максимально возможное значение этого показателя достигается в точке с координатами  $x=10$ ,  $y=20$ . Таким образом, требуется найти максимум выражения  $120-25a-25b$  при условиях  $f(5,20) \leq f_1, f(10,10) \leq f_2$ . Это эквивалентно требованию найти минимальное значение суммы  $a+b$  при ограничениях неотрицательности  $a, b$  и двух неравенствах  $100a + 25b \geq c - f_1$ ,  $25a + 225b \geq c - f_2$ . В первой четверти плоскости  $(a,b)$  эти неравенства задают точки  $(a,b)$ , в которых  $4a + b \geq \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b \geq \frac{c-f_2}{25}$ . Минимум суммы  $a+b$  достигается в точке пересечения прямых  $4a + b = \frac{c-f_1}{25}$ ,  $a + 9b = \frac{c-f_2}{25}$ , то есть при  $a = \frac{8c-9f_1+f_2}{25 \cdot 35}$ ,  $b = \frac{3c-4f_2+f_1}{25 \cdot 35}$ . Подставляя значения  $c=135$ ,  $f_1 = 26, f_2 = 36$  получим величину  $f_{max} = c - 25a - 25b$ .

Ответ: 101.6 mD.

**Задание 7.****Вариант 1.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс автомобиля по склону  $\mu = 0.5$ ;  $\sin \alpha = 0.2$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1.6 \text{ м/с}^2$ ,  $3.0 \text{ м/с}^2$ ,  $4.7 \text{ м/с}^2$ ).

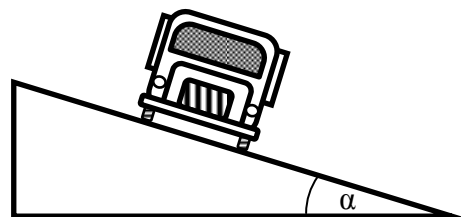


**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,25 \cdot (1 - 0,04) - 0,04} = 10\sqrt{0,2} \approx 4,5 \text{ м/с}^2.$$

**Задание 7.****Вариант 2.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс автомобиля по склону  $\mu = 0.4$ ;  $\sin \alpha = 0.2$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1.6 \text{ м/с}^2$ ,  $3.0 \text{ м/с}^2$ ,  $4.7 \text{ м/с}^2$ ).

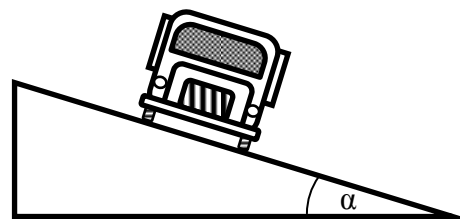


**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,16 \cdot (1 - 0,04) - 0,04} = 10\sqrt{0,1136} \approx 3,4 \text{ м/с}^2.$$

**Задание 7.****Вариант 3.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс



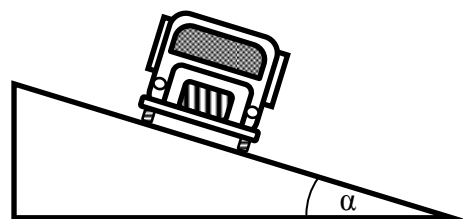
автомобиля по склону  $\mu = 0.6$ ;  $\sin \alpha = 0.2$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1.6 \text{ м/с}^2$ ,  $3.0 \text{ м/с}^2$ ,  $4.7 \text{ м/с}^2$ ).

**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,36 \cdot (1 - 0,04) - 0,04} = 10\sqrt{0,3056} \approx 5,5 \text{ м/с}^2.$$

**Задание 7.****Вариант 4.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс автомобиля по склону  $\mu = 0.3$ ;  $\sin \alpha = 0.2$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1.6 \text{ м/с}^2$ ,  $3.0 \text{ м/с}^2$ ,  $4.7 \text{ м/с}^2$ ).

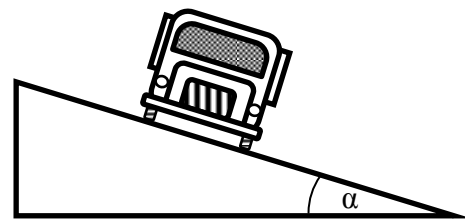


**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,09 \cdot (1 - 0,04) - 0,04} = 10\sqrt{0,0464} \approx 2,2 \text{ м/с}^2.$$

**Задание 7.****Вариант 5.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс



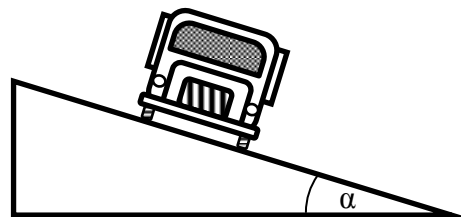
автомобиля по склону  $\mu = 0,5$ ;  $\sin \alpha = 0,3$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1,6 \text{ м/с}^2$ ,  $3,0 \text{ м/с}^2$ ,  $4,7 \text{ м/с}^2$ ).

**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,25 \cdot (1 - 0,09) - 0,09} = 10\sqrt{0,1375} \approx 3,7 \text{ м/с}^2.$$

**Задание 7.****Вариант 6.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс автомобиля по склону  $\mu = 0.4$ ;  $\sin \alpha = 0.3$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например, 1.6  $\text{м/с}^2$ , 3.0  $\text{м/с}^2$ , 4.7  $\text{м/с}^2$ ).



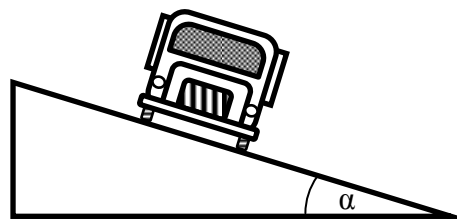
**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,16 \cdot (1 - 0,09) - 0,09} = 10\sqrt{0,0556} \approx 2,4 \text{ м/с}^2.$$



**Задание 7.****Вариант 7.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс автомобиля по склону  $\mu = 0.6$ ;  $\sin \alpha = 0.3$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1.6 \text{ м/с}^2$ ,  $3.0 \text{ м/с}^2$ ,  $4.7 \text{ м/с}^2$ ).

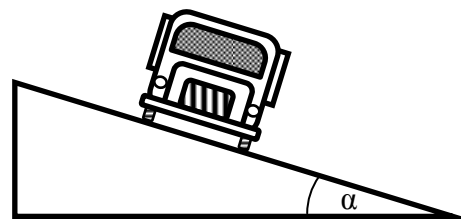


**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,36 \cdot (1 - 0,09) - 0,09} = 10\sqrt{0,2376} \approx 4,9 \text{ м/с}^2.$$

**Задание 7.****Вариант 8.**

Автомобиль движется по склону прямолинейно по горизонтали. Склон представляет собой наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом (см. рисунок – вид на автомобиль спереди). Каково максимальное возможное ускорение автомобиля при таком движении, если колёса не буксуют? Коэффициент трения колёс



автомобиля по склону  $\mu = 0.7$ ;  $\sin \alpha = 0.3$ . Все колёса автомобиля – ведущие. Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ в  $\text{м/с}^2$  округлите до десятых (например,  $1.6 \text{ м/с}^2$ ,  $3.0 \text{ м/с}^2$ ,  $4.7 \text{ м/с}^2$ ).

**Ответ:**

$$a = g\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{0,49 \cdot (1 - 0,09) - 0,09} = 10\sqrt{0,3559} \approx 6,0 \text{ м/с}^2.$$

## Задание 8.

### Вариант 1.

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.1 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 1 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 2 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$
 Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.21

**Задание 8.****Вариант 2.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.2 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 1 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 1.5 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.54

**Задание 8.****Вариант 3.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.2 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 1.5 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 2 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.51

**Задание 8.****Вариант 4.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.4 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 1 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 2 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$  – проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.92

**Задание 8.****Вариант 5.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.5 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 2 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 5 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.52

**Задание 8.****Вариант 6.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.45 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 2 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 6 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.46



**Задание 8.****Вариант 7.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.5 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 2.5 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 4 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

Ответ: 0.49

**Задание 8.****Вариант 8.**

Выпиленный кусок горной породы юрского периода имеет форму правильной треугольной пирамиды  $SABC$  с основанием  $ABC$  и имеет прямой тонкий ход, совпадающий с высотой  $АН$ , который проделали илоеды. Другой такой же ход представляет собой отрезок  $SF$  на поверхности грани  $ACS$ ,  $F$  лежит на ребре  $AC$ . Известно, что эти ходы расположены в параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно 0.4 дм. Чему равно отношение длин  $AF$  и  $AC$ ? Сторона основания  $ABC$  равна 3 дм, длина бокового ребра пирамиды равна 8 дм. Ответ дайте с точностью до 0.01 дм.

Решение. Пусть  $H$ - проекция точки  $A$  на плоскость  $SBC$ . Обозначим сторону основания как  $a$ , боковое ребро как  $b$ . Параллельные плоскости, содержащие проделанные ходы, т.е. высоту  $SH$  и прямую  $SF$ ,  $F$  – точка на ребре  $AC$ , перпендикулярны плоскости грани  $SBC$ . В треугольнике  $SAD$ :  $SA = b$ ,  $AD =$

$a \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $SD = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$ . Обозначим через  $h$  высоту  $SH$ , тогда высота находится из

равенства  $SD = SH + DH \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{\frac{3a^2}{4} - h^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow h^2 =$

$$a^2 \frac{3b^2 - a^2}{4b^2 - a^2} \Rightarrow \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{3 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}, 1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \frac{\left(2\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)^2}{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Пусть  $E$  – проекция  $F$  на плоскость  $SBC$ , расстояние от точки  $H$  до прямой  $SE$  равно  $d$ ,

$$\sin \angle HSE = \frac{d}{\sqrt{b^2 - h^2}} = \frac{d}{a} \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}}, \angle SHE = \angle SHC = \alpha, \Delta SHC: SH = \sqrt{b^2 - h^2}, SC =$$

$$b, HC = \sqrt{a^2 - h^2}, \cos \alpha = \frac{a}{2b} \frac{1 - 2\left(\frac{h}{a}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}} = \frac{a}{2b} \frac{\left(1 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)}{\left(2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right)} = -\frac{a}{2b} \left(4\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1\right).$$

Из треугольника  $SHE$ :  $HE = \sqrt{b^2 - h^2} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}$ . Отсюда отношение  $HE:HC =$

$$\frac{b}{a} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2}} \frac{\sin \angle HSE}{\sin \angle (HSE + \alpha)}.$$

Подставляя значения  $a, b, d$  из условия, получим

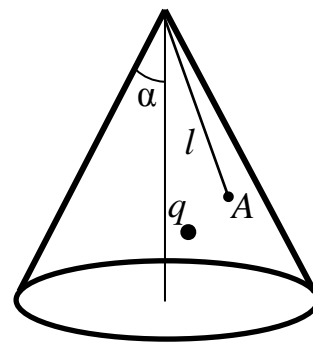
Ответ: 0.27

### Задание 9.

#### Вариант 1.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 60$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 5$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

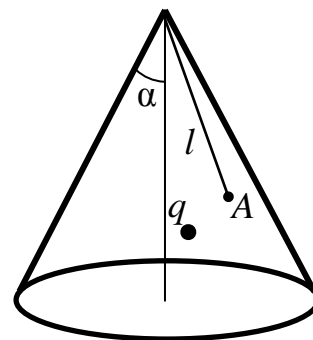
$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 60 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 5 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{5 - 1} \approx 20 \text{ см} . \end{aligned}$$

### Задание 9.

#### Вариант 2.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 60$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 6$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

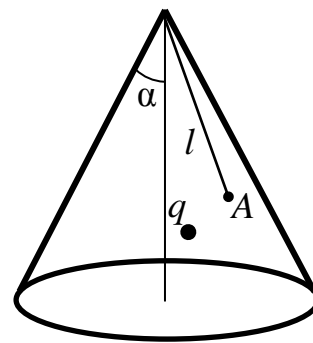
$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 60 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 6 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{6 - 1} \approx 18 \text{ см} . \end{aligned}$$

### Задание 9.

#### Вариант 3.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 60$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 3$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

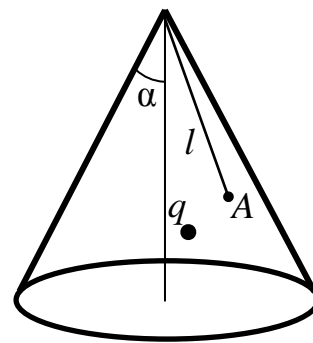
$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 60 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 3 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{3 - 1} \approx 24 \text{ см} . \end{aligned}$$

### Задание 9.

#### Вариант 4.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 60$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 2$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

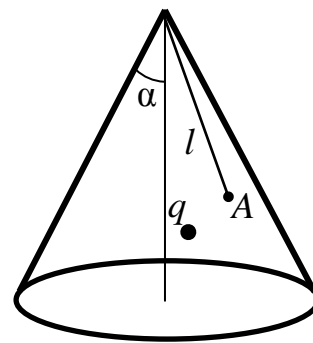
$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 60 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 2 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{2 - 1} \approx 27 \text{ см.} \end{aligned}$$

### Задание 9.

#### Вариант 5.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 75$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 5$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

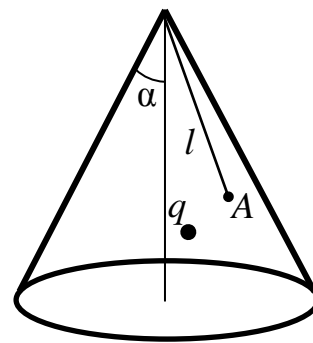
$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 75 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 5 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{5 - 1} \approx 25 \text{ см} . \end{aligned}$$

### Задание 9.

#### Вариант 6.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 75$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 6$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 75 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 6 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{6 - 1} \approx 23 \text{ см.} \end{aligned}$$

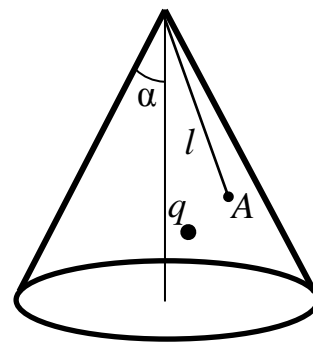


### Задание 9.

#### Вариант 7.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 75$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 3$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

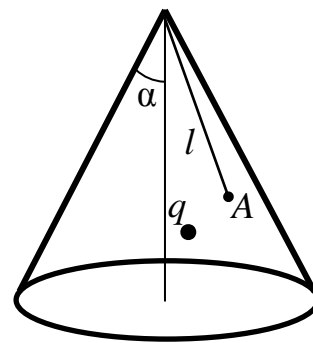
$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 75 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 3 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{3 - 1} \approx 30 \text{ см.} \end{aligned}$$

### Задание 9.

#### Вариант 8.

На границе рудных тел, находящихся в толще земли, вследствие окислительно-восстановительных реакций их вещества с окружающим водным раствором часто возникают электрические заряды. Обнаружение и исследование электрического поля этих зарядов на поверхности Земли позволяет установить места залегания рудных тел. Рассмотрим применение этого метода на простой модели.

Под поверхностью прямого кругового тонкостенного конуса с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится точечный заряд  $q$ , создающий электростатическое поле. Максимальное значение модуля напряжённости этого поля на поверхности конуса достигается в точке  $A$  на расстоянии  $l = 75$  см от вершины конуса (см. рисунок). Отношение максимального и минимального значений модуля напряжённости поля, создаваемого зарядом в точках поверхности конуса, расположенных на том же расстоянии  $l$  от его вершины, что и точка  $A$ ,  $E_{\max}/E_{\min} = n = 2$ . Каково расстояние  $x$  от точечного заряда  $q$  до ближайшей к нему точки поверхности конуса? Считать, что оболочка конуса не искажает электрического поля точечного заряда. Ответ в сантиметрах округлите до целых (например, 12 см, 38 см).



Ответ:

$$\begin{aligned} x &= \frac{2l \sin \alpha \cdot (\sqrt{\cos^2 \alpha + n - 1} - \cos \alpha)}{n - 1} = \\ &= \frac{2 \cdot 75 \cdot 0,5 \cdot (\sqrt{0,75 + 2 - 1} - (\sqrt{3}/2))}{2 - 1} \approx 34 \text{ см.} \end{aligned}$$