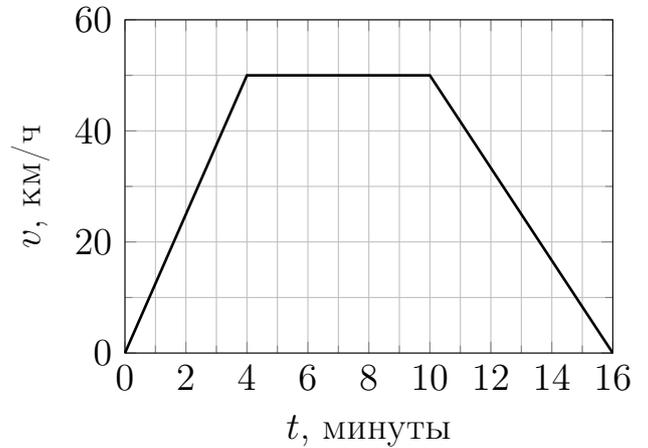


Профиль «Инженерные науки». 5 – 7 классы.

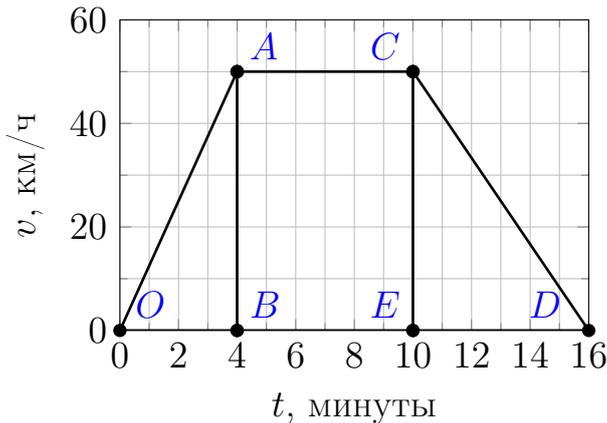
Решения и критерии. Максимум за одну задачу: 25 баллов

Задача 1. На перегоне между станциями поезд едет неравномерно. Отъезжая от одной станции, он разгоняется, некоторое время едет с примерно постоянной скоростью, а подъезжая к следующей станции, начинает замедляться.

На рисунке представлен примерный график зависимости скорости поезда от времени при движении от станции «Инженерная» до станции «Фундаментальная». Определите, в какой момент времени поезд оказался посередине перегона между этими станциями.



Возможное решение



1) Площадь под графиком зависимости (путевой) скорости от времени имеет смысл пройденного пути.

2) Определим, какой путь проехал поезд на участке разгона: найдём площадь треугольника $\triangle ABO$.

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot 50 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 4 \text{ мин} = 100 \frac{\text{км} \cdot \text{мин}}{\text{ч}}$$

3) Определим, какой путь проехал поезд на участке равномерного движения: найдём площадь прямоугольника $\square ACEB$.

$$S_{ACEB} = 50 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 6 \text{ мин} = 300 \frac{\text{км} \cdot \text{мин}}{\text{ч}}$$

4) Определим, какой путь проехал поезд на участке торможения: найдём площадь треугольника $\triangle CDE$.

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot 50 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 6 \text{ мин} = 150 \frac{\text{км} \cdot \text{мин}}{\text{ч}}$$

5) Теперь не трудно определить весь путь, пройденный поездом.

$$S_{\text{общ}} = S_{ABO} + S_{ACEB} + S_{CDE} = 550 \frac{\text{км} \cdot \text{мин}}{\text{ч}}$$

6) Середина пути перегона между станциями соответствует половине всего пути.

$$\frac{S_{\text{общ}}}{2} = 275 \frac{\text{км} \cdot \text{мин}}{\text{ч}}$$

7) Заметим, что половина общего пути больше пути, пройденного во время разгона, и пути, пройденного во время торможения. Следовательно, середина маршрута достигается при равномерном движении.

8) Найдем, какую часть равномерного участка нужно пройти после участка разгона, чтобы достичь середины дистанции.

$$\frac{\frac{S_{\text{общ}}}{2} - S_{ABO}}{S_{ACEB}} = \frac{175}{300} = \frac{7}{12}.$$

8) Найдем теперь время от начала равномерного движения, за которое поезд достигает середины участка:

$$\tau = \frac{\frac{S_{\text{общ}}}{2} - S_{ABO}}{S_{ACEB}} \cdot t_{BE} = \frac{7}{12} \cdot 6 \text{ мин} = 3,5 \text{ мин}.$$

9) От начала движения поезда пройдет времени: $T_{OB} + \tau = 7,5 \text{ мин}.$

Ответ: 7,5 мин.

Задача 2. Инженер Шурупкин создал новый материал и решил изучить его упругие свойства. Для этого он изготовил из созданного материала нить, закрепил её конец и стал подвешивать к её второму концу грузики известной массы, которые он нашёл в лаборатории. При этом для каждого подвешенного грузика он измерял установившуюся длину, на которую растянулась нить. Шурупкин получил следующие экспериментальные результаты.

Масса грузика, г	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
Удлинение нити, см	0,9	2,1	3,3	4,7	6,7	9,2	12	14,9	18,2	21,1	24,2	26,8
Масса грузика, г	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480
Удлинение нити, см	31,8	34,2	36,6	38,6	40,4	42	43,8	45,4	46,7	48,2	49,6	50,9
Масса грузика, г	500	520	540	560	580	600	620	640	660	680	700	
Удлинение нити, см	29,3	51,9	52,9	54,3	55,4	56,4	57,4	58,9	59,9	60,8	61,6	

После такого эксперимента Шурупкин задумался:

— Что будет, если взять $n = 3$ таких нити, соединить их параллельно и подвесить на них грузик массой $m = 720 \text{ г}$?

Проанализировав данные своих измерений, Шурупкин оценил удлинение каждой нити и провёл эксперимент. В результате, как он и ожидал, удлинение каждой нити совпало с одним из значений в таблице.

Какому значению массы грузика, привязанного к одной нити, соответствовало это удлинение?

Возможное решение

1) Построим график зависимости удлинения нити от массы грузика. Видим, что зависимость нелинейная, т.е. закон Гука в данной задаче неприменим.

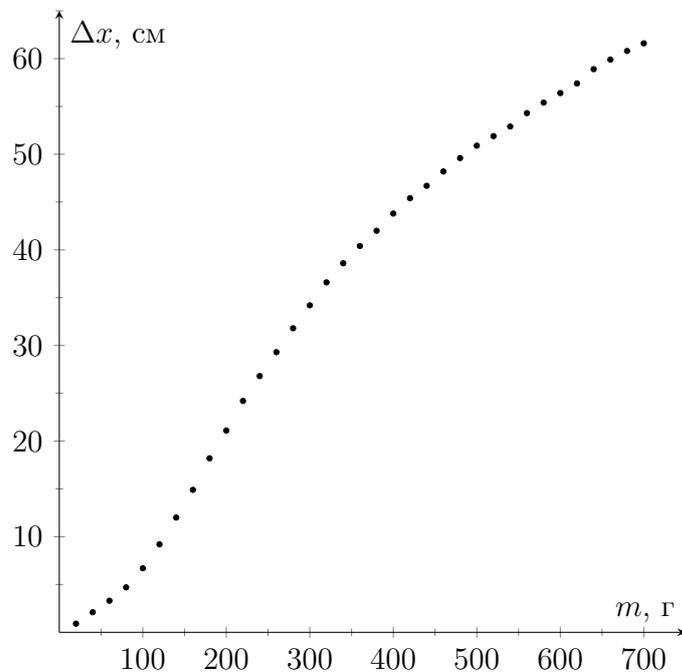
2) Если три одинаковые нити соединить параллельно и подвесить к ним грузик массой m , то каждая из них будет растягиваться так же, как одна нить с нагрузкой в три раза меньше ($m/3$).

3) Получаем, что для ответа на вопрос задачи нужно найти по таблице растяжение нити для массы, втрое меньшей той, о которой спрашивают, т.е. для массы:

$$m_1 = m/3 = 720/3 = 240 \text{ г}$$

4) Растяжение для одной нити, когда на неё подвесили груз массой $m_1 = 240$ г, составляет 26,8 см.

Ответ: 26,8 см.



Задача 3. Периодическая система химических элементов (таблица Д.И. Менделеева) — важный инструмент в работе каждого химика. В ней приведены данные о заряде и атомном весе атома, однако последняя величина имеет нецелое значение. Это связано с тем, что в природе существуют различные стабильные изотопы одного и того же химического элемента, процентное содержание которых различно.

Зная, что в таблице указано значение атомной массы хлора, равное 35,45 а.е.м., рассчитайте процентное содержание в природе двух стабильных изотопов хлора — с атомной массой 34,97 а.е.м. и с атомной массой 36,97 а.е.м.

Возможное решение

Очевидно из условия задачи что если процентное содержание одного из двух стабильных изотопов равно $X\%$, то процентное содержание второго равно $(100 - X)\%$ тогда имеет место уравнение:

$$\frac{X}{100} \cdot 34,97 + \frac{100 - X}{100} \cdot 36,97 = 35,45 \text{ (а.е.м.)}$$

Откуда находим, что $X = 76\%$, $(100 - X) = 24\%$.

Ответ: процентное содержание изотопа хлора с атомной массой 34,97 а.е.м. равно 76 %, а изотопа с атомной массой 36,97 а.е.м. — 24 %.

Задача 4. Одной из важнейших физических характеристик веществ является плотность, которая показывает, какую массу имеет единица объёма образца.

Летом Пётр решил приготовить вишнёвое варенье. Он пошёл в магазин с литровой банкой, чтобы купить 1 кг сахара. К его удивлению в банку поместилось только 840 грамм сахара. Объясните, что не учёл Пётр.

После приготовления варенья у Петра осталось немного вишни. Из неё Пётр решил приготовить напиток со льдом. Для этого он взял небольшую стеклянную бутылку, наполнил ее до верха водой и, не затыкая пробкой, убрал её в морозилку. На следующий день Пётр открыл морозилку. Что произошло с бутылкой и почему это случилось?

Возможное решение

1) Покупая литровую банку сахара Пётр полагал, что масса сахарного песка в ней будет равна 1 кг. Пётр не учёл, что плотность зависит от рода вещества, т.е. не всегда 1 кг вещества будет занимать 1 литр.

1а) Возможно также, что Пётр неправильно оценил, какой объём занимают пустоты между крупинками сахара. Известно, что сахар тонет в воде, а значит, его плотность выше, чем у воды. Но при насыпании мелких кристалликов сахара в банку кристаллики прилегают друг к другу не плотно. Следовательно, не весь объём банки будет заполнен кристалликами сахара.

Для сыпучих веществ обычно вводят понятие «насыпная плотность», означающее плотность вещества с учётом пустот между его макроскопическими частицами. Для справки: плотность кристаллов сахара составляет 1,59 кг/л, а его насыпная плотность всего лишь 0,85 кг/л (при не очень плотной укладке).

2) Известно, что кубик льда не тонет в воде. Следовательно, его плотность меньше плотности воды и объём образовавшегося льда при замерзании будет больше объёма бутылки.

Замерзание льда в бутылке происходит в основном за счёт потери тепла через стенки и дно (через дно и стенки скорость теплопотерь максимальна).

а) Если горлышко бутылки достаточно широкое, то при замерзании часть воды вытеснится из бутылки. Таким образом, открыв морозилку, Пётр увидит бутылку со льдом, окружённую замёрзшей вылившейся водой.

б) Если горлышко бутылки сильно сужается кверху (имеет форму конуса), то образовавшийся в результате замерзания лёд будет играть роль пробки. Излишек воды не сможет вылиться из бутылки. При замерзании этот излишек будет расширяться. Бутылка сделана из стекла (по условию задачи), поэтому под давлением льда бутылка треснет. Таким образом, открыв морозилку, Пётр увидит треснувшую бутылку со льдом, окружённую замёрзшей вылившейся водой.

Профиль «Инженерные науки». 8 – 9 классы.

Решения и критерии. Максимум за одну задачу: 25 баллов

Задача 1. В комнате на столе стоит вертикальный цилиндр с теплопроводящими стенками. Он закрыт тонким невесомым горизонтальным поршнем, который может скользить без трения.

В цилиндре при комнатной температуре находится газовая смесь молекулярного кислорода (O_2) с озоном (O_3), причем озон составляет $n = 35\%$ от общего количества вещества в сосуде. Расстояние от дна цилиндра до поршня равно $H_0 = 20$ см.

На каком расстоянии от дна цилиндра окажется поршень после того, как весь озон за достаточно большое время самопроизвольно превратится в молекулярный кислород? Температуру в комнате считайте постоянной.

Возможное решение

1) Пусть первоначальное количество вещества кислорода в цилиндре ν_1 , а количество вещества озона O_3 ν_2 .

2) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для смеси газов в цилиндре:

$$p_0 V_0 = (\nu_1 + \nu_2) R T_0, \quad (1)$$

3) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для озона в цилиндре в начальный момент времени (до превращения его в кислород):

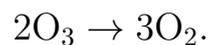
$$p_0 \alpha V_0 = \nu_2 R T_0. \quad (2)$$

Здесь $\alpha = n/100\% = 0,35$ — это объёмная доля озона, а V_0 — первоначальный объём, занимаемый смесью газов; он равен $V_0 = S H_0$ (S — площадь поршня).

4) Поделив уравнение (2) на уравнение (1), выразим ν_2 через α и ν_1 :

$$\nu_2 = \frac{\alpha \nu_1}{1 - \alpha}. \quad (3)$$

5) Запишем уравнение химической реакции превращения озона в кислород:



Получаем, что после превращения всего озона O_3 в кислород O_2 количество вещества новообразованного кислорода станет:

$$\nu_2' = \frac{3}{2} \nu_2.$$

6) После превращения всего озона в кислород уравнение Менделеева – Клапейрона для всего газа в цилиндре будет иметь вид:

$$p_0V = (\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2)RT_0, \quad (4)$$

где V — новый объём, занимаемый кислородом, он равен $V = SH$. Здесь H — новое расстояние от дна цилиндра до поршня.

7) Поделим уравнение (4) на уравнение (1):

$$\frac{V}{V_0} = \frac{SH}{SH_0} = \frac{\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}. \quad (5)$$

8) Воспользовавшись соотношением (3), получим:

$$H = H_0 \frac{\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2}{\nu_1 + \nu_2} = H_0 \frac{\nu_1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha\nu_1}{1-\alpha}}{\nu_1 + \frac{\alpha\nu_1}{1-\alpha}} = H_0 \frac{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}}{1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}} = H_0 \frac{2 + \alpha}{2}. \quad (6)$$

9) Подставляя численные данные, получаем:

$$H = H_0 \frac{2 + \alpha}{2} = 0,2 \text{ м} \cdot \frac{2 + 0,35}{2} = 0,235 \text{ м} = 23,5 \text{ см}.$$

Ответ: $H = 23,5$ см.

Задача 2. Инженер Александр решил построить на даче одноэтажный легкий дом на высоком столбчатом фундаменте, с квадратным основанием и плоской крышей размерами $a \times a = 6 \times 6 \text{ м}^2$ и высотой $h = 3 \text{ м}$. В качестве утеплителя стен, потолка и пола был выбран пенопласт толщиной $d = 15 \text{ см}$, коэффициент теплопроводности пенопласта $\lambda = 0,040 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. В доме планируется установить три одинаковых окна с коэффициентом теплоотдачи $k_{\text{окн}} = 1,50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ и размерами $h \times l = 1,2 \times 1,5 \text{ м}^2$ и входную дверь с коэффициентом теплоотдачи $k_{\text{дв}} = 1,00 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ и размерами $h \times l = 1,0 \times 2,0 \text{ м}^2$.

Для комфортного пребывания температура в доме должна быть $t_{\text{к}} = 18^\circ\text{С}$. Помогите Александру рассчитать мощность отопительной системы, необходимой для комфортного пребывания в этом доме зимой, если на улице ожидается температура $t_{\text{у}} = -22^\circ\text{С}$.

Указание. Мощность тепловых потерь через двери или окна можно найти, используя закон Ньютона – Рихмана, $P = kS(t_{\text{к}} - t_{\text{у}})$, а через толщу однородного вещества — используя закон Фурье, $P = \frac{S\lambda}{d}(t_{\text{к}} - t_{\text{у}})$.

Возможное решение

1) Предполагаемая (проектная) разница температур между воздухом на улице и воздуха в доме составляет

$$\Delta t = t_{\text{к}} - t_{\text{у}} = 40 \text{ К}.$$

2) Площадь двери составляет $S_{\text{дв}} = 1 \times 2 \text{ м}^2 = 2 \text{ м}^2$. По закону Ньютона – Рихмана мощность тепловых потерь через дверь будут отставлять

$$P_{\text{дв}} = k_{\text{дв}} S_{\text{дв}} \Delta t = 1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \cdot 2 \text{ м}^2 \cdot 40 \text{ К} = 80 \text{ Вт}.$$

3) Площадь трех окон $S_{\text{окн}} = 3 \cdot 1,2 \times 1,5 \text{ м}^2 = 3 \cdot 1,8 \text{ м}^2 = 5,4 \text{ м}^2$. По закону Ньютона – Рихмана мощность тепловых потерь через окна будут отставлять

$$P_{\text{окн}} = k_{\text{окн}} S_{\text{окн}} \Delta t = 1,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \cdot 5,4 \text{ м}^2 \cdot 40 \text{ К} = 324 \text{ Вт}.$$

4) Толщина утеплителя в стенах, полу и потолке одинаковая. Найдем общую (габаритную) площадь стен, пола и потолка.

$$S_{\text{стены+пол+потолок}} = 4ha + 2a^2 = 4 \cdot 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6^2 = 144 \text{ м}^2.$$

Фактическая площадь, через которую необходимо рассчитать тепловые потери меньше на величину площадей двери и окон. Окончательно, эффективная площадь стен, пола и потолка:

$$S_{\text{эф}} = S_{\text{стены+пол+потолок}} - S_{\text{окн}} - S_{\text{дв}} = 136,6 \text{ м}^2.$$

5) Мощность тепловых потерь через стены, пол и потолок равна

$$P_{\text{с,п,п}} = S_{\text{эф}} \frac{\lambda}{d} \Delta t = 136,6 \text{ м}^2 \cdot \frac{0,04 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})}{0,15 \text{ м}} \cdot 40 \text{ К} = 1457 \text{ Вт}.$$

Общая проектная мощность тепловых потерь дома

$$P = P_{\text{дв}} + P_{\text{окн}} + P_{\text{с,п,п}} = 80 + 324 + 1457 \text{ Вт} = 1861 \text{ Вт}.$$

Ответ: минимальная проектная мощность нагревательной системы $P = 1861 \text{ Вт}$.

Комментарий: можно заметить, что в модели не учитываются тепловые потери связанные вентиляцией воздуха, неидеальностью утепления конструкции. Рассмотренная простейшая модель предполагает только удержание температуры в доме на заданном уровне.

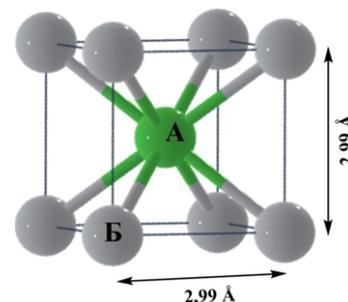
Задача 3. Впервые сплав **X**, состоящий из простых веществ **A** и **B**, был получен в 1960-е годы в ходе подготовки космической программы. Этот сплав обладает двумя уникальными свойствами — памятью формы и суперэластичностью, что делает данный материал востребованным в различных сферах жизни.

(а) установите, что за вещества входят в состав сплава **X**, если известно что:

- хлорид **A** использовался в ходе первой мировой войны для создания дымовой завесы; оксид **A** добавляют в продукты питания в качестве пищевой добавки E171 — белый краситель-отбеливатель; из того же **A** сделан памятник Юрию Гагарину, установленный в Москве на Ленинском проспекте.

- вещество **B** образует тетракарбонил, в котором его массовая доля составляет 34,38%.

(б) установите состав сплава **X** и его плотность, если его элементарная ячейка имеет форму куба и размеры, представленные на рисунке.



Возможное решение

Решение задачи можно начать по-разному. Некоторые по описанию сплава **X** поймут, что это NiTi — нитинол, также состав сплава можно установить, пользуясь другими подсказками в условии задачи:

- по описанию **A** представляет собой металл, который вероятно всего титан, о чем прямо говорят факты об использовании его оксида в качестве белого красителя, и самого **A**, как компонента в материале памятника Юрию Гагарину.

- факт о том, что **B** образует карбонил вида $\text{B}(\text{CO})_4$, говорит о том, что **B** — метал 10-ой группы (имеет 10 электронов на d -оболочке), а данные о массовой доле **B** в карбониле позволяют однозначно установить, что **B** — это никель.

Тогда можно сказать о том, что сплав **X** состоит из Ni и Ti, тогда имеет место формула Ni_aTi_b , осталось установить значение параметров a и b из данных о кристаллической решетке **X**:

- на одну элементарную ячейку приходится $\frac{1}{8} \cdot 8 = 1$ атомов Ni и 1 атом Ti, тогда **X** — NiTi.

Найдем плотность сплава **X**. Запишем всем привычную формулу для вычисления плотности: в числитель запишем массу одной молекулы, а в знаменатель — её объем:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0}$$

Так как мы знаем состав сплава **X**, то мы знаем и его молярную массу, тогда как молярная масса есть ничто иное как результат умножения массы одной молекулы на число молекул в 1 моль вещества:

$$M = m_0 \cdot N_A$$

Тогда имеем итоговую формулу:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0} = \frac{M}{N_A \cdot V_0} = \frac{(59 + 48) \text{ г/моль}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot (2,99 \cdot 10^{-8} \text{ см})^3} = 6,65 \text{ г/см}^3$$

Ответ: (а) **A** — i (титан), **B** — Ni (никель); (б) сплав **X** — NiTi, $\rho = 6,65 \text{ г/см}^3$

Критерии:

Полный балл ставится, если участник развернуто ответил на оба вопроса задачи.

Три четверти баллов за задачу ставится, если участник ответил на оба вопроса задачи, но ошибся в вычислениях (пример — ошибка в подстановке данных в итоговую формулу для плотности).

Половина баллов ставится, если участник ответил только на один вопрос и задачи (и не допустил вычислительных ошибок).

Задача 4. Вода, поступающая в городской водопровод, требует дополнительного обеззараживания перед подачей потребителям. Наиболее распространённым способом дезинфекции воды является её хлорирование. Однако при хлорировании некоторые растворённые в воде органические вещества образуют хлорорганические соединения. Основными загрязнителями воды при этом становятся тригалогенметаны (ТГМ), присутствие в воде которых имеет подтвержденную связь с проблемами со здоровьем у горожан.

Мосводоканал устанавливает максимальную концентрацию ТГМ в водопроводе в пределах 1,2 мг/л. Предельно допустимая концентрация ТГМ в водопроводной воде составляет 5 миллионных долей (по массе). Известно, что при кипячении воды ТГМ остаются в кипячёной воде.

Иван Иванович готовит чай следующим образом. Вначале он заполняет пустой чайник одним литром водопроводной воды. Затем ставит его на плиту и забывает о нем. Когда чайник выкипает наполовину, он заваривает себе чай и оставляет половину воды в чайнике, к которой доливает воды из-под крана и снова кипятит литр воды. Через сколько таких кипячений Ивану Ивановичу будет небезопасно заваривать чай?

Возможное решение

Обозначим через k концентрацию ТГМ перед завариванием чая. Рассчитаем, как меняется концентрация от заваривания к завариванию.

Пусть k_i — начальная концентрация. Когда Иван Иванович заваривает чай, концентрация не меняется.

После доливания воды в чайник концентрация станет равна:

$$0,25 \cdot k_i + 0,75 \cdot 1,2.$$

После очередного кипячения концентрация достигнет:

$$k_{i+1} = \frac{0,25 \cdot k_i + 0,75 \cdot 1,2}{0,5}$$

. Полученное значение будет новой концентрацией перед новым завариванием чая.

Теперь предположим, что после n таких завариваний, концентрация впервые превысила 5 мг/л, т.е. $k_n = 5 + \text{const}$, где $\text{const} \geq 0$ и $k_i < 5$ при $i < n$.

Тогда посчитаем, какая концентрация была на предыдущем шаге:

$$k_n = \frac{0,25 \cdot k_{n-1} + 0,75 \cdot 1,2}{0,5}$$

$$0,5 \cdot k_n = 0,25 \cdot k_{n-1} + 0,75 \cdot 1,2$$

$$0,5 \cdot k_n - 0,9 = 0,25 \cdot k_{n-1}$$

$$2 \cdot k_n - 3,6 = k_{n-1}$$

Подставим в последнее выражение $k_n = 5 + \text{const}$, тогда

$$k_{n-1} = 6,4 + 2 \cdot \text{const}$$

Получаем $k_{n-1} > 5$. Но это противоречит нашему предположению, что $k_i < 5$ при $i < n$. Следовательно, наше предположение не верно, а значит концентрация ТГМ никогда не сможет превысить отметку в 5 мг/л. Значит, Иван Иванович может сколько угодно заваривать и пить чай таким образом, без вреда заметного для здоровья, который может нанести повышенное содержание ТГМ в чае.

Ответ: концентрация ТГМ не превысит допустимого показателя и Иван Иванович может бесконечно заваривать чай.

