

10-11 класс

1 вариант

Математика (Максимально 20 баллов за задание)

№1

Найти (без использования производных) наименьшее значение, которое принимает t , если

$$t = 3q^2 + 2pq + p^2 + 6p + 2p + 4$$

и при каких значениях p и q оно достигается.

Решение:

Рассмотрим как квадратное уравнение относительно p

$$p^2 + 2p(q + 4) + 3q^2 + 4 - t = 0 \quad (1)$$

Условие наличия корней неотрицательный дискриминант $D1$, дает:

$$q^2 - 4q - 6 - t/2 \leq 0 \quad (2)$$

Чтобы квадратное неравенство по q имело решения, условие на дискриминант $D2$ дает:

$$t \geq -20$$

Если $t = -20$ то $D2=0$. Из (2) находим $q=2$, подставим в (1), находим $p=-6$.

Ответ : $t=-20$ при $p=-6$, $q=2$.

№2

Иванов И.О. является владельцем малого предприятия по производству теплиц, которое является прибыльным. Известно, что при производстве k теплиц в месяц расходы на материалы и сборку для одной теплицы составляют не менее, чем $20250/k + 135 - |45 - 20250/k|$ тысяч рублей. При этом цена реализации каждой теплицы не превосходит $270 - 3k/20$ тысяч рублей. Какой ежемесячный объем производства нужно выбрать Иванову И.О., если его целью является получение наибольшей возможной в данных условиях прибыли.

Решение:

Расходы на производство одной единицы:

$$r(k) \geq 20250/k + 135 - |45 - 20250/k|$$

Цена реализации одной единицы:

$$c(k) \leq 270 - 3k/20$$

Т.к. предприятие прибыльное, то прибыль

$$p(k) \leq k(c(k) - r(k)) \leq k(270 - 3k/20 - 20250/k - 135 + |45 - 20250/k|) = (1)$$

Раскрываем модуль, при $k \geq 450$

$$(1) = -3k^2/20 + 180k - 40500$$

Раскрываем модуль, при $k < 450$

$$(1) = -3k^2/20 + 90k$$

Находим по формуле $(-b/2a)$ вершину параболы в каждом случае и проверяем по условию раскрытия модуля. Получим при $k_1=600$ максимум $p(600)=13500$, при $k_2=300$ максимум $p(300)=13500$,. Значения максимумов равны. Значит, подходят оба варианта.

Ответ : 300 или 600

Экономика (Максимально 15 баллов за задание)

№3

В провинции Инь нет собственного выхода к морю, но морская рыба пользуется немалым спросом у населения. Раньше поставками рыбы в эту провинцию занимались 20 рыболовных компаний из соседних регионов. Спрос населения на рыбу, согласно исследованиям, соответствовал уравнению $Q_D=2200-P$, а предложение рыбы – $Q_S=600+P$. (где количество выражается в килограммах рыбы в месяц, цена – в юанях за кг).

Однако власти провинции Инь решили ужесточить требования к поставщикам рыбы – санитарные нормы, критерии качества, условия транспортировки и т.д. В итоге оказалось, что всем новым требованиям полностью соответствует только 1 компания-поставщик – компания «Маре», которая и получила разрешение на ведение деятельности. Совокупные издержки на вылов и поставки рыбы в этот регион у данной компании описываются уравнением: $TC=0,5Q^2+100Q+400$ (издержки выражены в юанях).

Ответьте на вопросы и объясните свой ответ.

А) Найдите равновесие на рынке рыбы в регионе и объем выручки компаний-поставщиков рыбы до введения новых требований к поставщикам.

Б) Какие изменения произойдут на рынке после введения новых требований? Рассчитайте, сколько рыбы поставит за месяц компания «Маре» на рынок провинции Инь? По какой цене будет продаваться эта рыба? Какую прибыль получит компания?

В) Перечислите, кто выиграл, а кто проиграл от ужесточения требований к поставщикам рыбы, и объясните, почему.

Ответы:

А) Найдем равновесие до введения ограничений: $2200 - P = 600 + P$, откуда $P = 800$ юаней/кг рыбы, $Q = 1400$ кг рыбы. Объем выручки $P \cdot Q = 1\,120\,000$ юаней (или 1,12 млн. юаней).

Б) После введения новых требований на рынке устанавливается монополия («Маре» - фактический монополист), поэтому рыночное предложение будет определяться ее издержками. Найдем предельные издержки компании, взяв производную $TC(Q)$, получим $MC = Q + 100$. Монополист максимизирует прибыль по правилу равенства предельных издержек и предельного дохода ($MC = MR$). Чтобы получить MR , из уравнения спроса выразим $P = 2200 - Q$, $TR = PQ = 2200Q - Q^2$, откуда $MR = TR(Q)' = 2200 - 2Q$. Найдем оптимальный объем поставок рыбы для «Маре» (соответствующий максимизации прибыли): $Q + 100 = 2200 - 2Q$, $Q = 700$ кг рыбы. Цена рыбы будет определяться спросом и составит $2200 - 700 = 1500$ юаней. (В данной части возможны другие варианты решения с поиском максимума функции ($TR - TC$), в т.ч. поиска вершины параболы). Прибыль компании «Маре» составит $TR - TC = 1500 \cdot 700 - (0,5 \cdot 700^2 + 100 \cdot 700 + 400) = 734\,600$ юаней.

Таким образом, можно говорить о следующих изменениях на рынке после введения ограничений: установление монополии предложения, сокращение объема поставок, повышение цен на продукцию, рост прибыли компании-монополиста.

В) От ужесточения требований проиграли покупатели рыбы (они покупают меньше и дороже, возникают совокупные потери общества от монополии), компании-поставщики рыбы (все, кроме «Маре»), которые потеряли рынок. Проиграли также те компании, которые поставляют дополняющие товары/услуги, так как от подорожания рыбы сокращается спрос и на их продукцию. Выигравшей является компания «Маре», оставшаяся на рынке, компании, поставляющие товары-заменители рыбы (спрос на их продукцию увеличивается), а также та часть общества, которая поддерживает введение ограничений (их требования к безопасности выполнены).

№4

На деловом завтраке в 2014 году два предпринимателя – Иванов и Петров – обсуждали произошедшее изменение курса рубля с 35 до 75 рублей за доллар. «Это просто катастрофа! – заявил Иванов. – Продажи падают, склады заполняются, мы уже ограничили закупки у поставщиков». «У нас тоже хорошего мало, хотя курс сейчас нам только помогает», – ответил Петров. «Вот бы такой курс да при прежних

ценах», – сказал он. А еще один предприниматель Сидоров, у которого компания работает на российском сырье и материалах и российском оборудовании, и продает свою продукцию только на внутреннем рынке, внимательно их слушал.

Ответьте на вопросы и поясните свой ответ.

А) Чем, по вашему мнению, занимается компания предпринимателя Иванова? А компания Петрова? Объясните, как это связано с их мнениями по поводу валютного курса.

Б) Верно ли, что для такого бизнеса, как у предпринимателя Сидорова, изменение курса рубля не имеет значения? Объясните свой ответ.

Ответы:

А) Иванов говорит о падении продаж (спроса) в связи с ослаблением национальной валюты, что характерно для компаний-импортеров (цены на импортные товары и услуги, выраженные в национальной валюте, теперь будут дороже). Петров говорит о том, что «курс помогает» – соответственно, его компания может заниматься экспортом (валютная выручка в пересчете на национальную валюту растет), или же работать на внутреннем рынке, где есть конкуренция со стороны импортеров (они теряют долю рынка, а Петров приобретает).

Б) Предприниматель Сидоров не вовлечен в экспортно-импортные операции, однако его компания может сталкиваться на внутреннем рынке с конкуренцией со стороны импортеров. В этом случае ослабление национальной валюты будет способствовать росту бизнеса, а укрепление – препятствовать.

Кейс (Максимально 30 баллов за задание)

№5

Ваша региональная компания владеет несколькими крупными магазинами (товарная категория –парфюмерия/косметика + ювелирные украшения) в г. Екатеринбург. На рынок данного региона выходит ритейлер федерального уровня с большими финансовыми возможностями, который открывает собственный крупный магазин с ценами существенно ниже, чем в ваших магазинах. Предложите действия тактического и стратегического характера. Как можно построить стратегию развития вашей компании в сложившейся ситуации.

Аргументируйте свою позицию.

Ответ: ответ творческий. На умение предлагать и аргументировать.

