

**Задания и решения отборочного этапа олимпиады школьников «Ломоносов»
по физике.
2021/2022 учебный год.**

1. Маленькая шайба соскальзывает с некоторой высоты h по гладкой наклонной плоскости, плавно переходящей на горизонтальный участок гладкой поверхности, и испытывает центральное абсолютно упругое соударение с шайбой вдвое меньшей массы. Вторая шайба после соударения попадает на наклонную шероховатую поверхность, плавно сопряжённую с горизонтальной поверхностью посредством гладкого участка. Определите угол α , который образует с горизонтом шероховатая наклонная поверхность, если эта шайба поднимается по ней на такую же высоту h . Коэффициент трения между шайбой и шероховатой поверхностью равен $\mu = \frac{3}{7}$. Ответ приведите в градусах, округлив до целых.

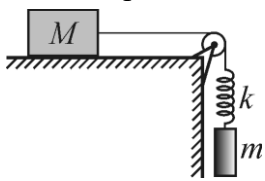
Решение. (23 балла). Скорость первой шайбы перед ударом определяем из закона сохранения механической энергии $mgh = \frac{mV_0^2}{2}$. Из закона сохранения импульса и механической энергии при упругом ударе определяем скорость второй шайбы $V_1 = \frac{4V_0}{3}$. Далее записываем закон изменения механической энергии второй шайбы: $\frac{mV_1^2}{4} - \mu \cdot \frac{m}{2} g \cdot h \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{m}{2} \cdot gh$. С учётом первого равенства и найденного выше значения скорости v_1 получаем, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{9\mu}{7}$. **Ответ:**

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{9\mu}{7} \right).$$

Варьируемый параметр μ . Диапазон изменения от 0,2 до 0,4 с шагом 0,02. Расчётная формула: $\alpha = 57,3 \cdot \operatorname{arctg}(1,286 \cdot \mu)$.

μ	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40
α	14	16	17	18	20	21	22	24	25	26	27

2. На шероховатом горизонтальном столе находится брусок массой $M = 1$ кг с прикрепленной к нему легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый неподвижный блок. Ко второму концу нити привязана легкая пружина жесткостью $k = 10$ Н/м с подвешенным на ней грузом массой $m = 100$ г. В начальном состоянии груз удерживают в таком положении, что нить слегка натянута, а пружина не деформирована, причем правый конец нити и пружина занимают вертикальное положение. В некоторый момент груз отпускают из состояния покоя. Спустя время $\tau = \pi/30$ с $\approx 0,105$ с после этого брусок сдвигается с места. Найдите коэффициент трения μ между бруском и столом. Ответ округлите до сотых.



Решение. (21 балл). Брусок сдвинется с места, когда сила натяжения нити T превысит максимальное значение силы трения покоя между бруском и столом, т.е. при $T > \mu Mg$, где g – ускорение свободного падения. В свою очередь по закону Гука $T = ky$, где y – удлинение пружины. Найдём величину $y(\tau) = y_0$ в момент времени τ . Совместим начало отсчета с нижним концом недеформированной пружины, координатную ось OY направим вертикально вниз. По второму закону Ньютона для груза имеем уравнение движения $m\ddot{y} = mg - ky$ с начальными условиями $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, где точками обозначены производные по времени. Заменой

переменных $\eta = y - \frac{mg}{k}$ уравнение движения груза приводится к уравнению $\ddot{\eta} + \frac{k}{m}\eta = 0$,

описывающему гармонические колебания с круговой частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. С учетом начальных

условий $\eta(0) = -\frac{mg}{k}$, $\dot{\eta}(0) = 0$ решение этого уравнения имеет вид $\eta(t) = -\frac{mg}{k} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$.

Переходя вновь к переменной y , находим, что $y_0 = \frac{mg}{k} \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$. Подставляя это значение в

уравнение $\mu Mg = ky_0$, получаем, что искомый коэффициент трения $\mu = \frac{m}{M} \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$.

Ответ: $\mu = \frac{m}{M} \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$.

Варьируемый параметр ***M***. Диапазон изменения от 200 до 600 г с шагом 40 г. Расчётная формула:

$$\mu = \frac{50}{M}.$$

<i>M</i>	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560	600
μ	0,25	0,21	0,18	0,17	0,14	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,08

3. В теплоизолированном вертикальном цилиндре под тяжелым теплоизолирующим поршнем находится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H = 1$ м. Сверху на поршень медленно насыпали малую порцию песка, масса которой ***m*** = ***г*** значительно меньше массы поршня. На какую величину ΔU изменится в результате этого внутренняя энергия газа? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ приведите в миллиджоулях, округлив до целых.

Решение. (20 баллов). Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа равно

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$, где ν – количество молей газа, R – универсальная газовая постоянная. Уравнения

Менделеева–Клапейрона для начального и конечного состояний газа имеют вид: $pV = \nu RT$,

$(p + \Delta p)(V + \Delta V) = \nu R(T + \Delta T)$. Здесь p , V и T – начальные давление, объем и температура газа;

Δp , ΔV и ΔT – их приращения. Пренебрегая произведением малых величин $\Delta p \Delta V$, из этих

уравнений находим $\nu R \Delta T = V \Delta p - p \Delta V$. Поскольку газ теплоизолирован, из первого закона

термодинамики следует, что $p \Delta V = \Delta U$. Условия равновесия поршня массой M в начальном и

конечном состояниях имеют вид: $pS = Mg + p_0 S$, $(p + \Delta p)S = (M + m)g + p_0 S$, где S – площадь

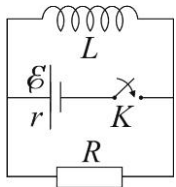
поршня, p_0 – атмосферное давление. Отсюда $\Delta p = \frac{mg}{S} = \frac{mgH}{V}$. Объединяя записанные

выражения, получаем, что $\Delta U = \frac{3}{5} mgH$. **Ответ:** $\Delta U = \frac{3}{5} mgH$.

Варьируемый параметр ***m***. Диапазон изменения от 10 до 30 г с шагом 2 г. Расчётная формула:

$$\Delta U = 6 \cdot m.$$

<i>M</i>	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
μ	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180



4. В цепи, схема которой показана на рисунке, в некоторый момент замыкают ключ K . Найдите напряжение U на катушке к тому моменту, когда через резистор протечет заряд $q = 1$ мКл. Индуктивность катушки $L = 1$ мГн, сопротивление резистора $R = 4$ Ом, ЭДС источника $E = 6$ В, а его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Ответ приведите в вольтах, округлив до десятых.

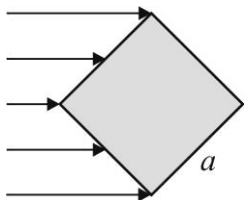
Решение. (19 баллов). Рассмотрим момент времени, когда напряжение на катушке равно U . Обозначим через I_L , I_R , и I_r силы токов, текущих в этот момент через катушку, резистор и источник, соответственно. По закону электромагнитной индукции $U = L \frac{\Delta I_L}{\Delta t}$, где ΔI_L – изменение за малое время Δt силы тока, текущего через катушку. По закону Ома для однородного участка цепи напряжение на резисторе $U = I_R R$. По закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, $U = E - I_r r$. Поскольку согласно первому правилу Кирхгофа $I_r = I_L + I_R$, из последнего равенства можно исключить переменную I_r , переписав это равенство в виде: $U = E - \left(I_L + \frac{U}{R} \right) r$.

Кроме того, из записанных выше уравнений следует, что $L \Delta I_L = R I_R \Delta t = R \Delta q$, где $\Delta q = I_R \Delta t$ – заряд, протекший через резистор R за время Δt . Так как до замыкания ключа ток через катушку отсутствовал, а к рассматриваемому моменту времени стал равным I_L , то $L I_L = R q$. Выражая отсюда величину I_L и подставляя ее в записанное выше соотношение для U , получим уравнение:

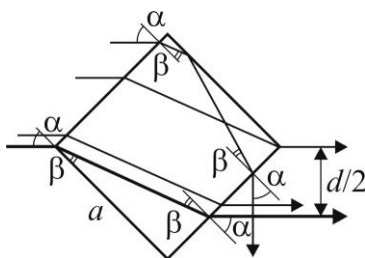
$$U = E - \left(\frac{Rq}{L} + \frac{U}{R} \right) r, \text{ из которого следует, что } U = \frac{R}{R+r} \left(E - \frac{Rr}{L} q \right). \text{ Ответ: } U = \frac{R}{R+r} \left(E - \frac{Rr}{L} q \right).$$

Варьируемый параметр E . Диапазон изменения от 5 до 15 В с шагом 1 В. Расчётная формула: $U = 0,8 \cdot (E - 4)$.

E	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6	6,4	7,2	8,0	8,8



5. Стекланный кубик освещается широким пучком параллельных световых лучей, параллельных одной из его граней, как показано на рисунке. Определите ширину d параллельного пучка лучей, выходящего из кубика в направлении падающего пучка. Длина ребра кубика $a = 1$ см, коэффициент преломления стекла $n = 1,5$. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до десятых.



Решение. (17 баллов). Ход лучей, падающих на верхнюю половину кубика, изображен на рисунке. Видно, что параллельный пучок лучей, выходящих из кубика в направлении падающего пучка, ограничен лучами, попадающими на ребро кубика и преломленными на нем. Отметим, что лучи, падающие изнутри на грань кубика под углом $90^\circ - \beta \approx 62^\circ$, испытывают на этой грани полное внутреннее отражение (критический угол $\alpha_{кр} \approx 42^\circ$) и наружу не выходят. Как видно из рисунка, $\frac{d}{2} = a(1 - \tan \beta) \cdot \sin \alpha$.

Учитывая, что по закону преломления $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$, а $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}$, получаем, что

$$\frac{d}{2} = a \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \cdot \sin \alpha. \text{ Поскольку } \alpha = 45^\circ, \text{ то } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ и } d = 2a \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{n^2 - 0,5}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: $d = 2a \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{n^2 - 0,5}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Варьируемый параметр *a*. Диапазон изменения от 3 до 8 см с шагом 0,5 см. Расчетная формула $d = a \cdot 0,658.$

<i>a</i>	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
<i>d</i>	2,0	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	3,9	4,3	4,6	4,9	5,3