Задания и решения отборочного этапа олимпиады школьников «Ломоносов» по физике 7-9 класс

2021/2022 учебный год.

1. Автомобиль двигался из пункта *А* в пункт *Б*. Первую треть своего пути от ехал со скоростью v_1 = 60 км/ч. Далее треть всего времени автомобиль двигался со скоростью v_2 = км/ч. Оставшийся путь он ехал со скоростью v_3 = 50 км/ч. Определите среднюю скорость $v_{ср}$ автомобиля на всем пути. Ответ приведите в км/ч, округлив до десятых.

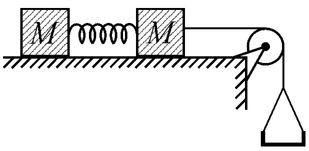
Решение. (20 баллов). Пусть τ – все время движения автомобиля, *S* – весь пройденный им путь. Тогда из условия задачи вытекают следующие равенства: $\tau = t_1 + t_2 + t_3$, $S = S_1 + S_2 + S_3$, $S_1 = \frac{S}{3}$, $t_2 = \frac{\tau}{3}$, $S_2 + S_3 = \frac{2S}{3}$ и $t_1 + t_3 = \frac{2\tau}{3}$. Учитывая, что $S_2 = \frac{v_2\tau}{3}$, имеем $S_3 = \frac{2S}{3} - \frac{v_2\tau}{3}$. Поскольку $t_1 = \frac{S}{3v_1}$ и $t_3 = \frac{S_3}{v_3}$, получим, что $t_1 + t_2 + t_3 = \frac{S}{3v_1} + \frac{\tau}{3} + \frac{2S}{3v_3} - \frac{v_2\tau}{3v_3} = \tau$, а потому $v_{ср} = \frac{S}{\tau} = \frac{2v_3 + v_2}{2 + v_3/v_1}$.

Ответ: $v_{ср} = \frac{2v_3 + v_2}{2 + v_3/v_1}$.

Варьируемый параметр v_2. Диапазон изменения от 50 до 100 км/ч с шагом 5 км/ч. Расчетная формула $v_{ср} = 0{,}3529 \cdot (100 + v_2)$.

v_2	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$v_{ср}$	52,9	54,7	56,5	58,2	60,0	61,7	63,5	65,3	67,0	68,8	70,6

2. На горизонтальном столе лежат два одинаковых кубика, связанных пружинкой (см. рисунок). Масса каждого кубика *M* = г. Правый кубик соединен с легкой чашей нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Коэффициент трения между кубиками и столом μ = 0,1. В исходном состоянии нить слегка натянута, а пружина не деформирована. Грузик какой минимальной массы *m* нужно осторожно (без толчка) положить на чашу, чтобы левый кубик сдвинулся с места? Нить, пружину и блок считайте невесомыми. Ответ приведите в граммах, округлив до десятых.



Решение. (20 баллов). Левый кубик сдвинется с места, когда сила упругости растянутой пружины станет равной по модулю максимальному значению силы трения покоя, удерживающей его на месте, т.е. при условии, что $kx = \mu Mg$, где *k* – коэффициент жесткости пружины, *x* – ее растяжение. До тех пор, пока левый кубик остается неподвижным, растяжение пружины совпадает с модулем перемещения правого кубика и чаши. Масса *m* грузика, лежащего на чаше, минимальна, если левый кубик начнет сдвигаться в момент, когда правый кубик остановится. В этом случае изменение потенциальной энергии грузика *mgx* расходуется только на работу против сил трения при движение правого кубика и потенциальную энергию деформации пружины. Имеем $mgx = \mu Mgx + \frac{kx^2}{2}$. Учитывая, что жесткость пружины может быть выражена через *x* как $k = \frac{\mu Mg}{x}$, в итоге получаем величину минимальной массы $m = \frac{3}{2}\mu M$. **Ответ:** $m = \frac{3}{2}\mu M$.

Варьируемый параметр *M*. Диапазон изменения от 100 до 300 г с шагом 20 г. Расчетная формула $m = 0{,}15 \cdot M$.

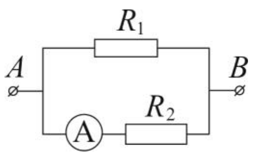
M	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
m	15,0	18,0	21,0	24,0	27,0	30,0	33,0	36,0	39,0	42,0	45,0

3. В калориметре находится смесь воды и льда в состоянии термодинамического равновесия. Через время $\tau_1 = 30$ мин после включения спирали, подключённой к источнику постоянного напряжения, весь лёд растаял, а ещё через время $\tau_2 =$ мин вода нагрелась на $\Delta t = 5$°С. Пренебрегая теплоёмкостью калориметра, определите отношение n массы воды $m_в$ к массе льда $m_л$ в момент включения спирали. Удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2$ Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ Дж/г. Ответ округлите до десятых.

Решение. (20 баллов). Пусть мощность, передаваемая спиралью содержимому калориметра, равна N. Поскольку в момент включения спирали смесь воды и льда находилась в состоянии термодинамического равновесия, т.е. при температуре таяния льда, то $m_л\lambda = N\tau_1$. По условию на нагрев образовавшейся и имевшейся в калориметре воды потребовалось время τ_2. Следовательно, $(m_л + m_в)c\Delta t = N\tau_2$ и $n = \dfrac{m_в}{m_л} = \dfrac{\tau_2\lambda}{\tau_1 c\Delta t} - 1$. **Ответ:** $n = \dfrac{\tau_2\lambda}{\tau_1 c\Delta t} - 1$

Варьируемый параметр τ_2. Диапазон изменения от 5 до 10 мин с шагом 0,5 мин. Расчетная формула $n = 0{,}54 \cdot \tau_2 - 1$.

τ_2	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
n	1,7	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0	3,3	3,6	3,9	4,1	4,4



4. Два резистора сопротивлениями $R_1 = 25$ Ом и $R_2 = 100$ Ом соединены параллельно и включены в цепь постоянного тока. Какая мощность N выделяется на участке между точками A и B, если идеальный амперметр, включенный последовательно с резистором R_2, показывает силу тока $I_2 =$ А? Ответ округлите до целых.

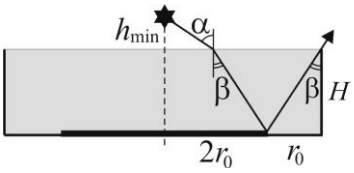
Решение. (20 баллов). Поскольку резисторы соединены параллельно, справедливо равенство $I_1R_1 = I_2R_2$. Кроме того, ток в неразветвленной цепи $I = I_1 + I_2$. Из этой системы уравнений находим, что $I = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot I_2$. По закону Джоуля–Ленца $N = R_{общ}I^2$, где $R_{общ} = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$. Из записанных выражений находим, что $N = \dfrac{(R_1 + R_2)R_2}{R_1}I_2^2$. **Ответ:** $N = \dfrac{(R_1 + R_2)R_2}{R_1}I_2^2$.

Варьируемый параметр I_2. Диапазон изменения от 0,1 до 1,1 А с шагом 0,1 А. Расчётная формула $N = 500 \cdot I_2^2$.

I_2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
N	5	20	45	80	125	180	245	320	405	500	605

5. Непрозрачный цилиндрический сосуд высотой $H =$ см и радиусом $3r_0$ до краев наполнен водой. В центре сосуда на дне расположено круглое зеркало радиусом $2r_0$. Точечный источник света находится над поверхностью воды точно над серединой зеркала. На какое минимальное расстояние h_{min} от поверхности воды можно приблизить источник света, чтобы при этом все световые лучи, отраженные от зеркала, вышли из сосуда. Показатель преломления воды примите равным $n = 1{,}33$, а $r_0 = 10$ см. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до десятых.

Решение. (20 баллов). Построим ход луча, падающего на край зеркала (см. рисунок). По закону



преломления света $\sin\alpha = n\sin\beta$, где $\sin\alpha = \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + h_{min}^2}}$ (здесь учтено равенство треугольников, из которого следует, что точка преломления находится на расстоянии r_0 от центра), а $\sin\beta = \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + H^2}}$. Подставляя эти выражения в первое равенство и решая относительно h_{min}, получим, что $h_{min} = \sqrt{\frac{r_0^2 + H^2}{n^2} - r_0^2}$.

Ответ: $h_{min} = \sqrt{\frac{r_0^2 + H^2}{n^2} - r_0^2}$.

Варьируемый параметр *H*. Диапазон изменения от 10 до 30 см, с шагом 2 см. Расчётная формула $h_{min} = \sqrt{0{,}565 \cdot (100 + H^2) - 100}$.

H	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
h_{min}	3,6	6,1	8,2	10,1	11,8	13,5	15,2	16,8	18,4	20.0	21,6