

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

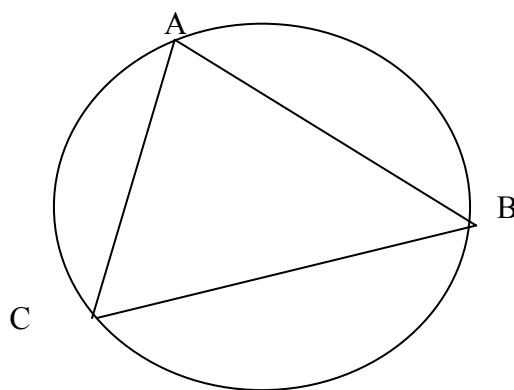
Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 1

Задание 1. (20 баллов)

Лагерь геологов и два месторождения находятся на окружности радиуса 12 километров. Расстояние от лагеря до одного из месторождений равно 6 километров. Расстояние между месторождениями равно 4 километра. Найдите расстояние (в километрах) от лагеря до другого месторождения. Сделайте чертеж.

Решение. Решение



A-месторождение 1

B-месторождение 2

C-лагерь

$$AC=6, AB=4, R=12$$

$BC=x$ Угол ABC обозначим через β

По теореме синусов $6=24\sin \beta$, значит $\sin \beta=\frac{1}{4}$ отсюда следует, что $\cos \beta = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$

$$\text{По теореме косинусов } 6^2 = x^2 + 4^2 - 8x\cos\beta$$

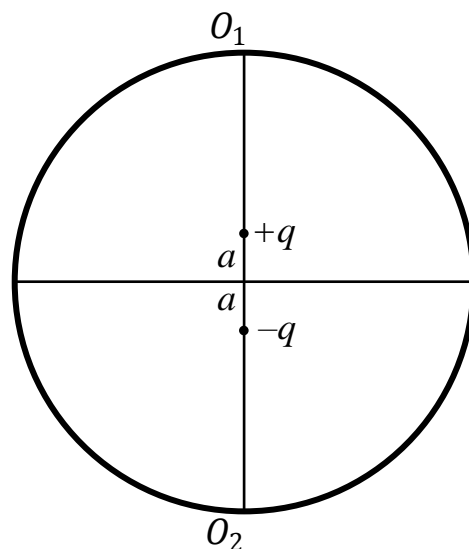
Решения, удовлетворяющие условию положительности $x = \sqrt{35} \pm \sqrt{15}$

$$\text{Ответ: } \sqrt{35} \pm \sqrt{15}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{35} \pm \sqrt{15}$$

Задание 2. (15 баллов)

На оси глобуса симметрично относительно его центра размещена система двух точечных электрических зарядов, одинаковых по величине, но противоположных по знаку – электрический диполь (см. рис.). Во сколько раз величина напряжённости электрического поля, создаваемого этим диполем на полюсах глобуса O_1 и O_2 , превосходит величину напряжённости электрического поля, создаваемого им на экваторе? Отношение расстояния $2a$ между точечными зарядами к диаметру глобуса $n = 5/12$. Влиянием оболочки глобуса на электрическое поле точечных зарядов пренебречь.



Решение.

Проведём ось z через полюсы глобуса (точки O_1 и O_2). Направление оси z совпадает с направлением от отрицательного точечного заряда к положительному (см. рис.).

Вектор напряжённости электрического поля, создаваемого положительным точечным зарядом $+q$ на полюсе O_1 глобуса, сонаправлен с осью z и имеет величину

$$E_1 = \frac{kq}{(R - a)^2}.$$

Вектор напряжённости электрического поля, создаваемого отрицательным точечным зарядом $-q$ на полюсе O_1 глобуса, направлен противоположно направлению оси z и имеет величину

$$E_2 = \frac{kq}{(R + a)^2}.$$

В силу принципа суперпозиции вектор напряжённости результирующего электрического поля этих зарядов на полюсе O_1 сонаправлен с осью z и имеет величину

$$E_{\text{пол}} = E_1 - E_2 = \frac{kq}{(R - a)^2} - \frac{kq}{(R + a)^2} = \frac{kq \cdot 4Ra}{(R^2 - a^2)^2}. \quad (1)$$

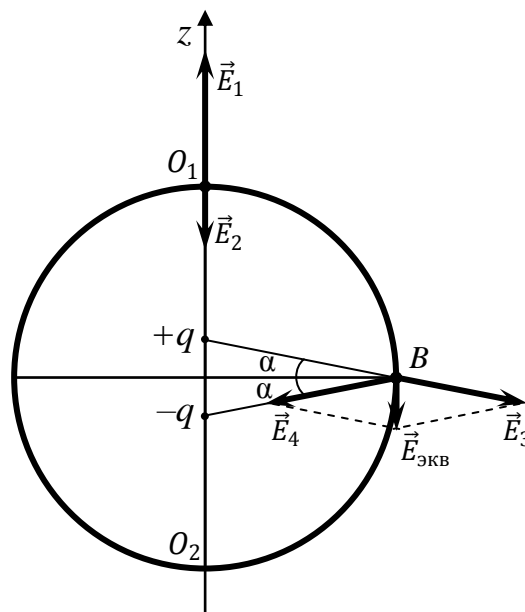
Величина напряжённости результирующего электрического поля точечных зарядов $+q$ и $-q$ на полюсе O_2 глобуса такая же и тоже определяется соотношением (1).

Векторы напряженности \vec{E}_3 и \vec{E}_4 электрических полей, создаваемых в произвольной точке B экватора каждым из точечных зарядов $+q$ и $-q$ по отдельности (см. рис.), имеют одинаковую величину

$$E = \frac{kq}{R^2 + a^2}$$

и составляют одинаковый угол α с плоскостью экватора. Из принципа суперпозиции находим, что вектор напряжённости результирующего поля этих двух точечных зарядов в точке B экватора параллелен оси глобуса, направлен противоположно оси z , а его проекция на эту ось

$$E_z = \frac{-2kq \cdot \sin \alpha}{R^2 + a^2},$$



где

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}.$$

Следовательно, величина напряжённости результирующего электрического поля, создаваемого точечными зарядами $+q$ и $-q$ в произвольной точке B на экваторе глобуса, равна

$$E_{\text{экв}} = |E_z| = \frac{2kqa}{(R^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Из(1) и (2) следует, что отношение модулей напряжённости электрического поля, создаваемого точечными зарядами на полюсах и экваторе глобуса, составляет

$$\beta = \frac{E_{\text{пол}}}{E_{\text{экв}}} = \frac{kq \cdot 4Ra}{(R^2 - a^2)^2} \cdot \frac{(R^2 + a^2)^{3/2}}{2kqa} = 2 \frac{(1 + n^2)^{3/2}}{(1 - n^2)^2} = \frac{2 \cdot 169^{3/2} \cdot 144^2}{144^{3/2} \cdot 119^2} = \frac{2 \cdot 13^3 \cdot 12}{119^2}.$$

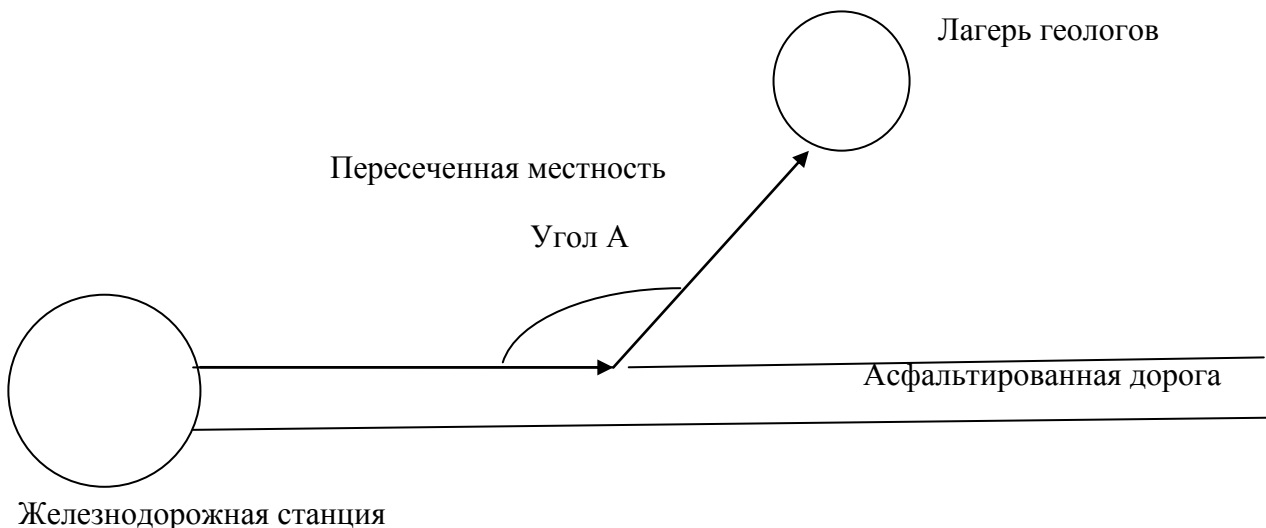
Ответ:

$$\beta = 2 \frac{(1 + n^2)^{3/2}}{(1 - n^2)^2} \approx 3,72$$

Ответ: 3,72

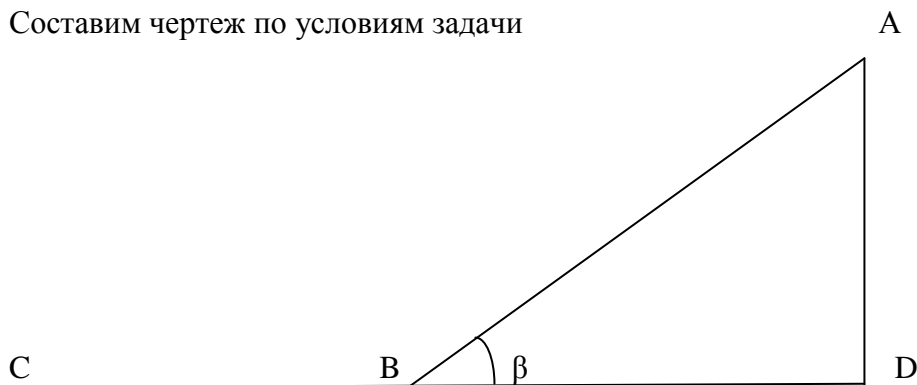
Задание 3. (20 баллов)

Лагерь геологов и железнодорожная станция, расположены согласно схеме (см. рисунок). Скорость передвижения по пересеченной местности составляет 15 км/ч. Скорость передвижения по асфальтированной дороге составляет 60 км/ч. Определите угол A , между направлением движения по асфальтированной дороге и направлением движения по пересеченной местности так, что время поездки от станции до лагеря было минимальным.



Решение.

Составим чертеж по условиям задачи



Обозначим

$$AD=h$$

$$BC=s$$

Составим функцию времени движения по указанному в условии маршруту в зависимости от угла β

$$f(\beta) = \frac{s}{60} - \frac{h \operatorname{ctg} \beta}{60} + \frac{h}{15 \sin \beta} \rightarrow \min$$

Вычислим производную и приравняем ее к нулю $\frac{15h - 60h \cos \beta}{900 \sin^2 \beta} = 0 \Rightarrow \cos \beta = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

Ответ: $\pi - \arccos \frac{1}{4}$

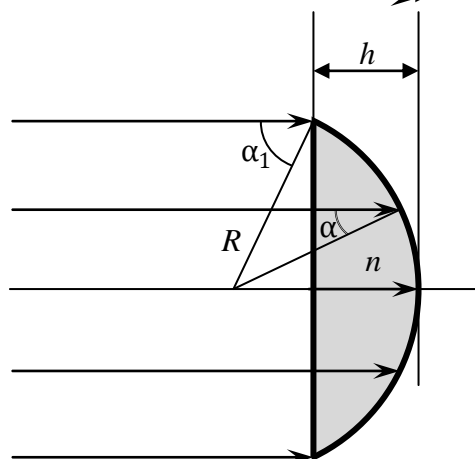
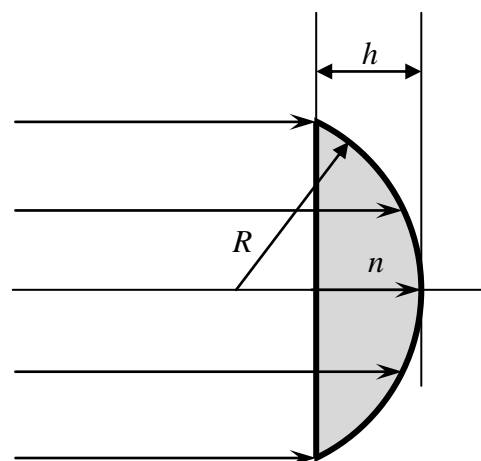
Ответ: $\pi - \arccos \left(\frac{1}{4}\right)$

Задание 4. (15 баллов)

На плоскую поверхность плосковыпуклой линзы параллельно её главной оптической оси падает пучок параллельных лучей света (см.рис.). Максимальная толщина линзы h , при которой все лучи падающего на линзу света проходят через сферическую поверхность линзы, $h_{\max} = 2$ см. Показатель преломления вещества линзы $n = 5/4$.

Чему равен радиус сферической поверхности линзы R , если $h_{\max} < R$?

Отражением лучей на сферической поверхности линзы пренебречь.



Решение.

Параллельные лучи, падающие на плоскую поверхность линзы, проходят внутрь вещества линзы, не изменяя своего направления, и падают на её сферическую поверхность (см. рис.). На рисунке

видно, что наибольший угол падения на сферическую поверхность α_1 будет у луча, который падает на самый край линзы. При этом из рисунка следует, что

$$\sin \alpha_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{R - h}{R}\right)^2}.$$

С другой стороны, по условию задачи все лучи, включая тот, который падает на самый край линзы, проходят через её сферическую поверхность. Значит, даже для этого крайнего луча угол падения не превосходит предельного угла полного внутреннего отражения:

$$\sin \alpha_1 \leq \frac{1}{n}.$$

Максимальному значению $h \leq R$ отвечает, как видно из первой формулы, максимальное значение α_1 , что приводит к уравнению

$$\sqrt{1 - \left(\frac{R - h_{\max}}{R}\right)^2} = \frac{1}{n}.$$

Решая это уравнение относительно R , получим сначала:

$$1 - \frac{h_{\max}}{R} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}},$$

откуда

$$R = \frac{h_{\max}}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{2 \text{ см}}{1 - \sqrt{1 - \frac{16}{25}}} = \frac{2 \text{ см}}{1 - \frac{3}{5}} = 5 \text{ см}.$$

Ответ: 5 см

Задание 5. (15 баллов)

Как геологи определяют возраст горных пород?

Ответ:

Геологи выделяют возраст пород абсолютный и относительный.

Абсолютный возраст – время прошедшее с момента формирования горной породы до настоящего момента. Он определяется по количеству радиоактивных изотопов химических элементов, входящих в состав минералов и количеству продуктов радиоактивного распада, на основании правила распада радиоактивных химических элементов. Например, уран-свинцовый, рубидий-стронциевый, радиоуглеродный и другие методы.

Относительный возраст определяется по отношению к другому геологическому событию или возрасту другой горной породы (т.е., раньше или позже). Выделяют следующие основные относительные методы определения относительного возраста:

- стратиграфический, основанный на принципе – более молодые слои горных пород залегают сверху.

- палеонтологический – основан на знании времени жизни в истории Земли ископаемых организмов и растений, которые встречаются в горных породах. Сходная фауна обитала в сходный период времени.

- литологический – сравнение (схожесть и отличие) структурно-текстурных характеристик горных пород, а также особенностей их состава.

- геофизический – схожесть и отличие физических характеристик горных пород.

Существуют и другие менее распространенные методы определения возраста, их описание добавляло баллы к итоговой оценке.

Задание 6. (15 баллов)

Что изображено на фотографии? Перенесите схематично на лист с ответами, обозначьте на рисунке основные элементы и опишите. Как это образовалось?



Ответ: На фотографии изображены складки – изгибы пластов горных пород без разрыва их сплошности.

Основными элементами складки являются – ядро, замок, крыло и угол складки. Их нужно отметить на схеме. Складки различаются по расположению в пространстве их элементов, например, бывают симметричные или асимметричные; острые или тупые; наклонные, опрокинутые, лежащие и т.д.

В большинстве случаев формирование складок происходит на большой глубине при сжатии и растяжении пластов горных пород под действием высоких давлений и температур (в результате эндогенных процессов). Тектонические движения, приводящие к образованию складок, могут быть, как вертикальными, так и горизонтальными; происходить, как одновременно с образованием пласта горных пород, так и после этого. Исходные горные породы, подвергшись складкообразованию, нередко претерпевают сильные метаморфические изменения.

Впоследствии сформированные на глубине складки оказываются на поверхности в результате тектонических движений и процессов выветривания, поэтому они оказываются доступны для изучения в обнажении горных пород.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 2

Задание 1. (20 баллов)

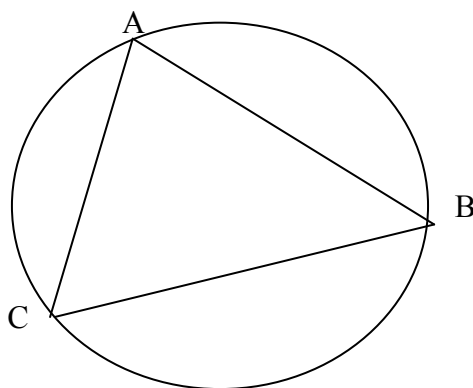
Лагерь геологов и два месторождения находятся на окружности радиуса 24 километров.

Расстояние от лагеря до одного из месторождений равно 12 километров. Расстояние между месторождениями равно 8 километров.

Найдите расстояние (в километрах) от лагеря до другого месторождения. Сделайте чертеж.

Решение.

Решение



А-месторождение 1

В-месторождение 2

С-лагерь

$$AC=12, AB=8, R=24$$

$BC=x$ Угол ABC обозначим через β

По теореме синусов $12=48\sin \beta$, значит $\sin \beta=\frac{1}{4}$ отсюда следует, что $\cos \beta = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$

По теореме косинусов $12^2 = x^2 + 8^2 - 16x\cos\beta$

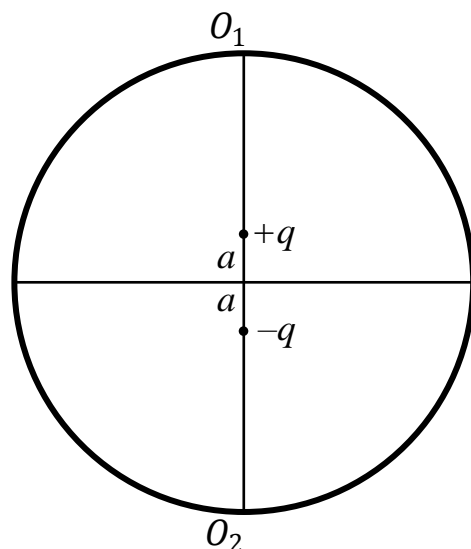
Решения, удовлетворяющие условию положительности $x = 2\sqrt{35} \pm 2\sqrt{15}$

Ответ: $2\sqrt{35} \pm 2\sqrt{15}$

Ответ: $2\sqrt{35} \pm 2\sqrt{15}$

Задание 2. (15 баллов)

На оси глобуса симметрично относительно его центра размещена система двух точечных электрических зарядов, одинаковых по величине, но противоположных по знаку – электрический диполь (см. рис.). Во сколько раз величина напряжённости электрического поля, создаваемого этим диполем на полюсах глобуса O_1 и O_2 , превосходит величину напряжённости электрического поля, создаваемого им на экваторе? Отношение расстояния $2a$ между точечными зарядами к диаметру глобуса $n = 7/24$. Влиянием оболочки глобуса на электрическое поле точечных зарядов пренебречь.



Решение.

Проведём ось z через полюсы глобуса (точки O_1 и O_2). Направление оси z совпадает с направлением от отрицательного точечного заряда к положительному (см. рис.).

Вектор напряжённости электрического поля, создаваемого положительным точечным зарядом $+q$ на полюсе O_1 глобуса, сонаправлен с осью z и имеет величину

$$E_1 = \frac{kq}{(R - a)^2}.$$

Вектор напряжённости электрического поля, создаваемого отрицательным точечным зарядом $-q$ на полюсе O_2 глобуса, направлен противоположно направлению оси z и имеет величину

$$E_2 = \frac{kq}{(R + a)^2}.$$

В силу принципа суперпозиции вектор напряжённости результирующего электрического поля этих зарядов на полюсе O_1 сонаправлен с осью z и имеет величину

$$E_{\text{пол}} = E_1 - E_2 = \frac{kq}{(R - a)^2} - \frac{kq}{(R + a)^2} = \frac{kq \cdot 4Ra}{(R^2 - a^2)^2}.$$

(1)

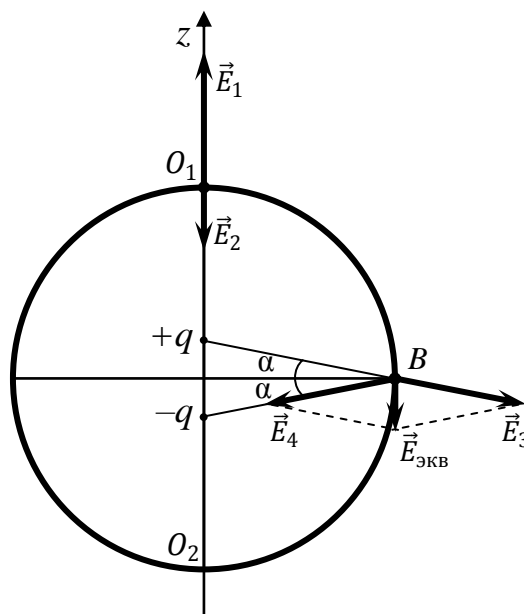
Величина напряжённости результирующего электрического поля точечных зарядов $+q$ и $-q$ на полюсе O_2 глобуса такая же и тоже определяется соотношением (1).

Векторы напряженности \vec{E}_3 и \vec{E}_4 электрических полей, создаваемых в произвольной точке B экватора каждым из точечных зарядов $+q$ и $-q$ по отдельности (см. рис.), имеют одинаковую величину

$$E = \frac{kq}{R^2 + a^2}$$

и составляют одинаковый угол α с плоскостью экватора. Из принципа суперпозиции находим, что вектор напряжённости результирующего поля этих двух точечных зарядов в точке B экватора параллелен оси глобуса, направлен противоположно оси z , а его проекция на эту ось

$$E_z = \frac{-2kq \cdot \sin \alpha}{R^2 + a^2},$$



где

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}.$$

Следовательно, величина напряжённости результирующего электрического поля, создаваемого точечными зарядами $+q$ и $-q$ в произвольной точке B на экваторе глобуса, равна

$$E_{\text{экв}} = |E_z| = \frac{2kqa}{(R^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что отношение модулей напряжённости электрического поля, создаваемого точечными зарядами на полюсах и экваторе глобуса, составляет

$$\beta = \frac{E_{\text{пол}}}{E_{\text{экв}}} = \frac{kq \cdot 4Ra}{(R^2 - a^2)^2} \cdot \frac{(R^2 + a^2)^{3/2}}{2kqa} = 2 \frac{(1 + n^2)^{3/2}}{(1 - n^2)^2} = \frac{2 \cdot 625^{3/2} \cdot 576^2}{576^{3/2} \cdot 527^2} = \frac{2 \cdot 25^3 \cdot 24}{527^2}.$$

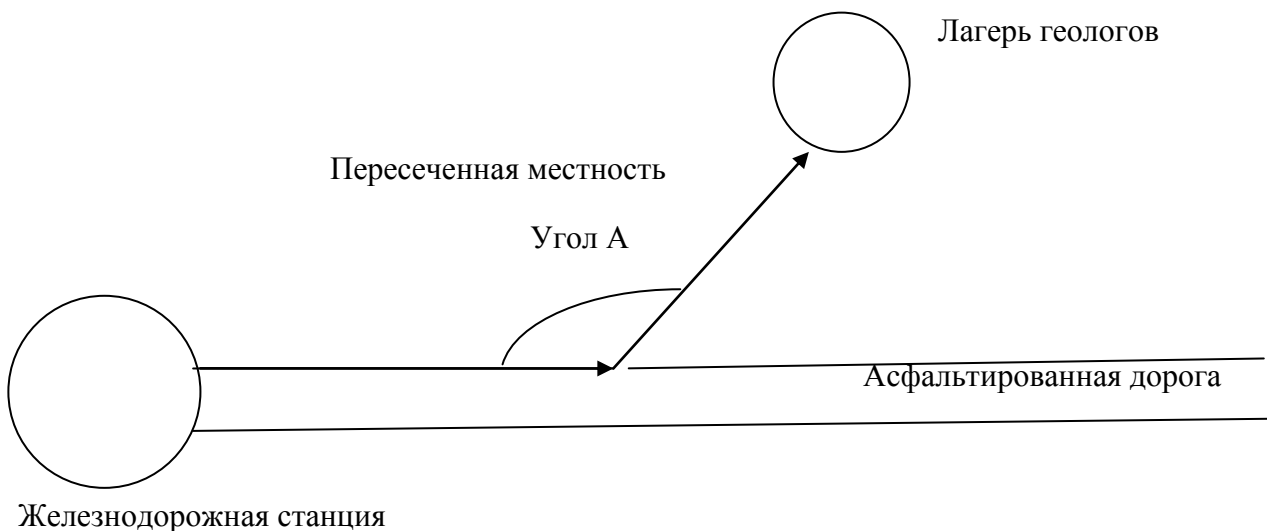
Ответ:

$$\beta = 2 \frac{(1 + n^2)^{3/2}}{(1 - n^2)^2} \approx 2,70$$

Ответ: 2,70

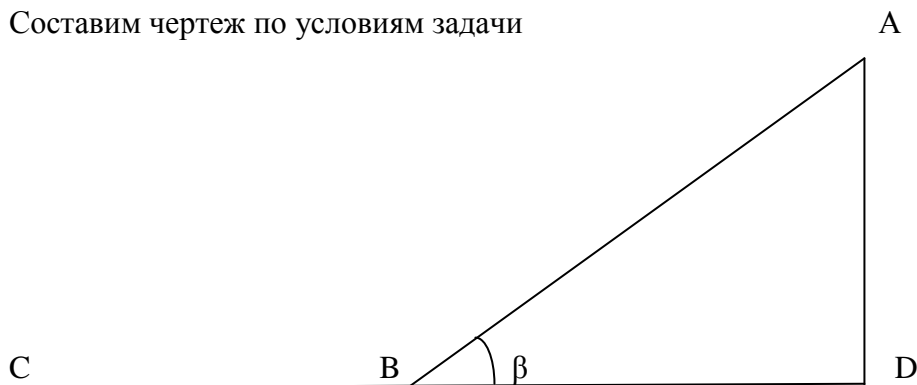
Задание 3. (20 баллов)

Лагерь геологов и железнодорожная станция, расположены согласно схеме (см. рисунок). Скорость передвижения по пересеченной местности составляет 8 км/ч. Скорость передвижения по асфальтированной дороге составляет 80 км/ч. Определите угол A , между направлением движения по асфальтированной дороге и направлением движения по пересеченной местности так, что время поездки от станции до лагеря было минимальным.



Решение.

Составим чертеж по условиям задачи



Обозначим

$$AD=h$$

$$BC=s$$

Составим функцию времени движения по указанному в условии маршруту в зависимости от

угла β
$$f(\beta) = \frac{s}{80} - \frac{h \operatorname{ctg} \beta}{80} + \frac{h}{8 \sin \beta} \rightarrow \min$$

Вычислим производную и приравняем ее к нулю
$$\frac{8h - 80h \cos \beta}{80 \sin^2 \beta} = 0$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$$

Ответ: $\pi - \arccos \frac{1}{10}$

Задание 4. (15 баллов)

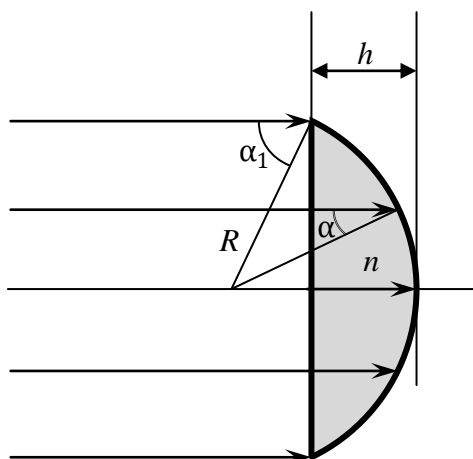
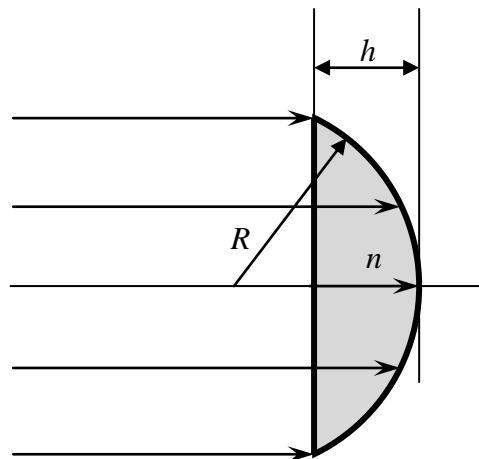
На плоскую поверхность плосковыпуклой линзы параллельно её главной оптической оси падает пучок параллельных лучей света (см.рис.). Максимальная толщина линзы h , при которой все лучи падающего на линзу света проходят через сферическую поверхность линзы, $h_{\max} = 2$ см. Показатель преломления вещества линзы $n = 5/3$.

Чему равен радиус сферической поверхности линзы R , если $h_{\max} < R$?

Отражением лучей на сферической поверхности линзы пренебречь.

Решение.

Параллельные лучи, падающие на плоскую поверхность линзы, проходят внутрь вещества линзы, не изменяя своего направления, и падают на её сферическую поверхность (см. рис.). На рисунке видно, что наибольший угол падения на сферическую



поверхность α_1 будет у луча, который падает на самый край линзы. При этом из рисунка следует, что

$$\sin \alpha_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{R - h}{R}\right)^2}.$$

С другой стороны, по условию задачи все лучи, включая тот, который падает на самый край линзы, проходят через её сферическую поверхность. Значит, даже для этого крайнего луча угол падения не превосходит предельного угла полного внутреннего отражения:

$$\sin \alpha_1 \leq \frac{1}{n}.$$

Максимальному значению $h \leq R$ отвечает, как видно из первой формулы, максимальное значение α_1 , что приводит к уравнению

$$\sqrt{1 - \left(\frac{R - h_{\max}}{R}\right)^2} = \frac{1}{n}.$$

Решая это уравнение относительно R , получим сначала:

$$1 - \frac{h_{\max}}{R} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}},$$

откуда

$$R = \frac{h_{\max}}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{2 \text{ см}}{1 - \sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = \frac{2 \text{ см}}{1 - \frac{4}{5}} = 10 \text{ см}.$$

Ответ: 10 см

Задание 5. (15 баллов)

Как геологи определяют состав и внутреннее строение Земли?

Ответ:

Геологи выделяют методы определения состава и строения Земли геологические и геофизические.

Геологические методы основываются на непосредственном изучении горных пород в геологических обнажениях, в глубоких скважинах. Эти методы позволяют очень подробно охарактеризовать состав пород, но лишь до не большой глубины (самая глубокая скважина ~ 12 км). Важную геологическую информацию о составе более глубоких оболочек можно получить, изучая включения (ксенолиты), выносимые с глубины при извержениях вулканов.

Внутреннее строение и состав самых глубоких оболочек – мантии и ядра Земли изучены геофизическими методами, основанными на изменении с глубиной различных физических характеристик (скорости сейсмических волн, электропроводности и т.д.). Полученные данные сравнивают с аналогичными характеристиками у известных веществ.

Существуют и другие менее известные методы определения состава и строения Земли, их описание добавляло баллы к итоговой оценке.

Для полного ответа следовало привести рисунок разреза Земли, подписать внутренние оболочки, а также их предполагаемый состав.

Задание 6. (15 баллов)

Что изображено на фотографии? Перенесите схематично на лист с ответами, обозначьте на рисунке основные элементы и опишите. Как это образовалось?



Ответ: На фотографии изображены складки – изгибы пластов горных пород без разрыва их сплошности.

Основными элементами складки являются – ядро, замок, крыло и угол складки. Их нужно отметить на схеме. Складки различаются по расположению в пространстве их элементов, например, бывают симметричные или ассиметричные; острые или тупые; наклонные, опрокинутые, лежащие и т.д.

В большинстве случаев формирование складок происходит на большой глубине при сжатии и растяжении пластов горных пород под действием высоких давлений и температур (в результате эндогенных процессов). Тектонические движения, приводящие к образованию складок, могут быть, как вертикальными, так и горизонтальными; происходить, как одновременно с образованием пласта горных пород, так и после этого. Исходные горные породы, подвергшись складкообразованию, нередко претерпевают сильные метаморфические изменения.

Впоследствии сформированные на глубине складки оказываются на поверхности в результате тектонических движений и процессов выветривания, поэтому они оказываются доступны для изучения в обнажении горных пород.