ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2022-2023 учебный год

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ

<u>Вопрос 1 (10 баллов).</u>

Какая горная порода относится к классу осадочных горных пород? доломит

Какой минерал добывается из россыпей? касситерит

В результате заполнения округлой полости минеральным веществом образуется секреция

К абразионной форме рельефа относится клиф

<u>Вопрос 2 (10 баллов).</u>

Какая горная порода может образоваться при вулканическом извержении? андезит

Участок земли, опущенный относительно окружающей местности по крутым тектоническим разломам, называется Грабен

Брекчиевидной магматической горной породой в трубках взрыва является кимберлит

Сколько SiO_2 в граните? 70%

<u>Вопрос 3 (10 баллов).</u>

Мы живём в кайнозое

Самый короткий геологический период в истории Земли четвертичный

Кораллы - это бентос

Мезозойская эра закончилась 65 млн. лет назад

<u>Вопрос 4 (10 баллов).</u>

Какой термин лишний? Шлиф

Какой термин лишний? Кальдера

Какой термин лишний? Лапилли

Какой термин лишний? Конкреция

<u>Вопрос 5 (10 баллов).</u>

На какой фотографии изображен Каолинит

На какой фотографии изображенаКальдера

На какой фотографии изображен Боксит

На какой фотографии изображенЭстуарий

Задание 6.
Вариант 1.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.46 + 0.52x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \le 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.61, то доля тория не менее 0.58. Во сколько раз изменится доля тория при x=1, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a,b,c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \le x \le 1$ следует $g(x) \ge \beta$, что означает $x_1 \le \delta \le 1 \le x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \le 2a\,\delta,\quad b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \le \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \ge 2a - b <=> a \le \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge b - 2a\delta$ следует $a \le \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \le 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.46, b = 0.52, \delta = 0.61, \beta = 0.58$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$ =0.53. Искомое отношение равно 1.5888.

Ответ: 1.59

Задание 6.
Вариант 2.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.48 + 0.54x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \leq 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.6, то доля тория не менее 0.58. Во сколько раз изменится доля тория при $x=1$, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a,b,c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \leq x \leq 1$ следует $g(x) \geq \beta$, что означает $x_1 \leq \delta \leq 1 \leq x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \leq 2a\,\delta, \quad b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \leq \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \geq 2a - b <=> a \leq \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq b - 2a\delta$ следует $a \leq \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \leq 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.48, b = 0.54, \delta = 0.6, \beta = 0.58$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$ =0.622. Искомое отношение равно 1.78.

Ответ: 1.78.

Задание 6.
Вариант 3.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.52 + 0.48x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \leq 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.6, то доля тория не менее 0.58. Во сколько раз изменится доля тория при x=1, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a, b, c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \leq x \leq 1$ следует $g(x) \geq \beta$, что означает $x_1 \leq \delta \leq 1 \leq x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \leq 2a\,\delta,\quad b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \leq \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \geq 2a - b <=> a \leq \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq b - 2a\delta$ следует $a \leq \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \leq 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.52, b = 0.48, \delta = 0.6, \beta = 0.58$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$ =0.63. Искомое отношение равно 1.86.

Ответ: 1.86.

Задание 6.
Вариант 4.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.42 + 0.58x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \leq 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.45, то доля тория не менее 0.58. Во сколько раз изменится доля тория при x=1, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a,b,c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \leq x \leq 1$ следует $g(x) \geq \beta$, что означает $x_1 \leq \delta \leq 1 \leq x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \leq 2a\,\delta$, $b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \leq \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \geq 2a - b <=> a \leq \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq b - 2a\delta$ следует $a \leq \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \leq 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.42, b = 0.58, \delta = 0.45, \beta = 0.58$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$ =0.4988. Искомое отношение равно 1.4975.

Ответ: 1.50.

Задание 6.
Вариант 5.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.21 + 0.8x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \le 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.4, то доля тория не менее 0.4. Во сколько раз изменится доля тория при x=1, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a, b, c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \le x \le 1$ следует $g(x) \ge \beta$, что означает $x_1 \le \delta \le 1 \le x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \le 2a\,\delta, \quad b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \le \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \ge 2a - b <=> a \le \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge b - 2a\delta$ следует $a \le \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \le 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.21, b = 0.8, \delta = 0.4, \beta = 0.4$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$=0.8125. Искомое отношение равно 3.057.

Ответ: 3.06

Задание 6.
Вариант 6.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.22 + 0.8x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \leq 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.42, то доля тория не менее 0.45. Во сколько раз изменится доля тория при $x=1$, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a,b,c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \leq x \leq 1$ следует $g(x) \geq \beta$, что означает $x_1 \leq \delta \leq 1 \leq x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \leq 2a\,\delta$, $b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \leq \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \geq 2a - b <=> a \leq \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq b - 2a\delta$ следует $a \leq \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \leq 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.22, b = 0.8, \delta = 0.42, \beta = 0.45$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$=0.6009. Искомое отношение равно 1.7169.

Ответ: 1.72.

Задание 6.
Вариант 7.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.4 + 0.6x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \leq 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.44, то доля тория не менее 0.6. Во сколько раз изменится доля тория при $x=1$, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a, b, c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \leq x \leq 1$ следует $g(x) \geq \beta$, что означает $x_1 \leq \delta \leq 1 \leq x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)}}{2a}, x_2 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \leq 2a\, \delta$, $b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \leq \frac{b^2}{4(\beta - c)}$, при условии $b - 2a\delta \geq 2a - b <=> a \leq \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \geq b - 2a\delta$ следует $a \leq \frac{b\delta + c - \beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta - c)}, \frac{b\delta + c - \beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \leq 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta - c)}, \frac{b\delta + c - \beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta - c)}, \frac{b\delta + c - \beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta - c)}, \frac{b\delta + c - \beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.4, b = 0.6, \delta = 0.44, \beta = 0.6$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta + c - \beta}{\delta^2}$=0.331. Искомое отношение равно 1.25.

Ответ: 1.25.

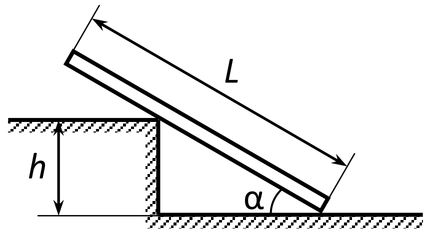
Задание 6.
Вариант 8.

В континентальной коре выявлена закономерность распределения доли тория при изменении доли урана в виде $g(x) = 0.52 + 0.5x - ax^2, a > 0$, здесь x – доля урана (г/т), $g(x)$ - доля тория, при этом в породе величина $x \le 1$. Кроме того, на исследованном участке есть закономерность, что если доля урана не менее 0.6, то доля тория не менее 0.6. Во сколько раз изменится доля тория при x=1, если величину параметра a уменьшить в 2 раза по сравнению с ее максимально возможным значением? Ответ обоснуйте и укажите с точностью до 0.01.

Решение. Рассмотрим решение в общем случае: доля тория $g(x) = c + bx - ax^2; a, b, c > 0$ По условию задачи из условия $\delta \le x \le 1$ следует $g(x) \ge \beta$, что означает $x_1 \le \delta \le 1 \le x_2$. Здесь x_1, x_2- корни уравнения $g(x) = \beta \Leftrightarrow ax^2 - bx + \beta - c = 0$. Поскольку $x_1 = \frac{b-\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}, x_2 = \frac{b+\sqrt{b^2-4a(\beta-c)}}{2a}$, то $b - \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \le 2a\,\delta, \quad b + \sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge 2a$. Отсюда следует $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge \max(b - 2a\delta, 2a - b)$. Случай $\max(b - 2a\delta, 2a - b) < 0$ приводит к неравенству $\delta > 1$, что невозможно по условию задачи. Поскольку $\beta - c > 0$, то условие существования корней x_1, x_2 означает $a \le \frac{b^2}{4(\beta-c)}$, при условии $b - 2a\delta \ge 2a - b <=> a \le \frac{b}{1+\delta}$, из неравенства $\sqrt{b^2 - 4a(\beta - c)} \ge b - 2a\delta$ следует $a \le \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$. Таким образом, максимально в этом случае значение параметра a равно $\min(\frac{b}{1+\delta}, \frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. Если величина a соответствует неравенству $b - 2a\delta \le 2a - b$, то $a \in \left[\frac{b}{1+\delta}, \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})\right]$. Следовательно, при выполнении условия $\frac{b}{1+\delta} < \min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$ максимально возможное значение параметра a равно $\min(\frac{b^2}{4(\beta-c)}, \frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2})$. В противном случае эта величина равна $\frac{b}{1+\delta}$. . Для заданных значений $c = 0.52, b = 0.5, \delta = 0.6, \beta = 0.6$ максимальное значение параметра a равно $\frac{b\delta+c-\beta}{\delta^2}$=0.611. Искомое отношение равно 1.7473.

Ответ: 1.75.

Задание 7.
Вариант 1.



Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}1\ м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}5$. Трением плиты об уступ пренебречь.

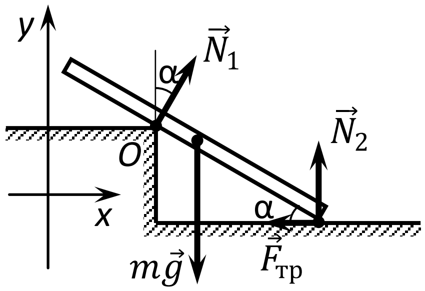
Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}1}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 2{,}72\ \text{м}.$$

Ответ: 2.72

Решение



Силы, действующие на плиту, показаны на рисунке.Сила $\vec{N}_1$ направлена перпендикулярно плоскости плиты, так как по условию трением плиты об уступ следует пренебречь.

Систему отсчёта, связанную с Землёй, считаем инерциальной. В этой ИСО плита покоится, если сумма всех приложенных к ней сил равна нулю и сумма их моментов тоже равна нулю. Моменты сил считаем относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку O.Относительно этой оси

плечо силы $\vec{N}_1$равно нулю,

плечо силы $\vec{N}_2$равно $h\ \mathrm{ctg}\,\alpha$,

плечо силы $\vec{N}_2$равноh,

плечо силы $m\vec{g}$равно$h\ \mathrm{ctg}\,\alpha - \frac{L}{2}\cos\alpha$, так как центр тяжести однородной прямоугольной плиты находится в её геометрическом центре.

Тогда условия равновесия плиты приводят к системе уравнений:

$$\begin{cases} N_1 \sin\alpha - F_{тр} = 0, \\ N_1 \cos\alpha + N_2 - mg = 0, \\ N_2 h\ \mathrm{ctg}\,\alpha - F_{тр} h - mg\left(h\ \mathrm{ctg}\,\alpha - \dfrac{L}{2}\cos\alpha\right) = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения получаем: $N_1 = F_{тр}/\sin\alpha$. Подставим его во второе уравнение и умножим второе уравнение почленно на $\mathrm{tg}\,\alpha$. Третье уравнение поделим почленно на h. Получим:

$$\begin{cases} F_{\text{тр}} + N_2 \operatorname{tg} \alpha = mg \operatorname{tg} \alpha, \\ N_2 \operatorname{ctg} \alpha - F_{\text{тр}} = mg\left(\operatorname{ctg} \alpha - \dfrac{L}{2h} \cos \alpha\right). \end{cases}$$

Сложив эти уравнения, получим, что

$$N_2 = mg - mg \cdot \frac{L}{2h} \cdot \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha},$$

$$F_{\text{тр}} = (N_2 - mg) \operatorname{tg} \alpha = mg \cdot \frac{L}{2h} \cdot \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Поскольку $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения покоя, выполняется неравенство: $F_{\text{тр}} \le \mu N_2$. В нашем случае оно выглядит так:

$$mg \cdot \frac{L}{2h} \cdot \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} \le \mu mg \left(1 - \frac{L}{2h} \cdot \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}\right).$$

Упростив, получим:

$$\frac{L}{2h} \cdot \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} \le \mu\,.$$

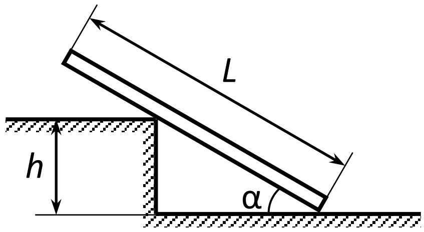
Отсюда

$$L_{max} = 2\mu h \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} = \frac{2\mu h}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}.$$

Исходя из геометрии задачи, должны выполняться условия:

$$\frac{h}{\sin \alpha} \le L_{max} \le \frac{2h}{\sin \alpha}.$$

Задание 7.
Вариант 2.



Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}2\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}5$. Трением плиты об уступ пренебречь.

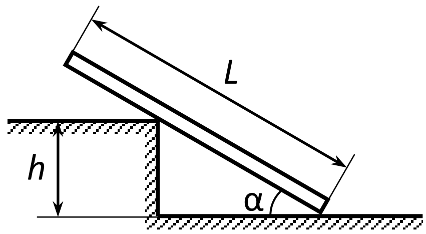
Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}2}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 2{,}97 \text{ м.}$$

Ответ: 2.97

Задание 7.
Вариант 3.



Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}3\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}5$. Трением плиты об уступ пренебречь.

Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

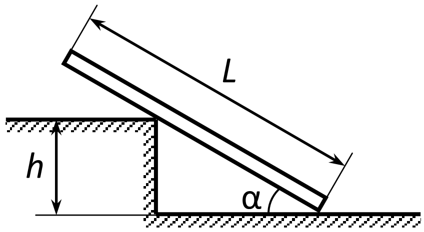
Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}3}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 3{,}22 \text{ м.}$$

Ответ: 3.22

Задание 7.
Вариант 4.

Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}5\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}5$. Трением плиты об уступ пренебречь.



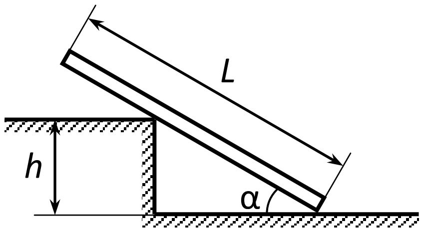
Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}4}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 3{,}71 \text{ м}.$$

Ответ: 3.71

Задание 7.
Вариант 5.



Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}6\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}6$. Трением плиты об уступ пренебречь.

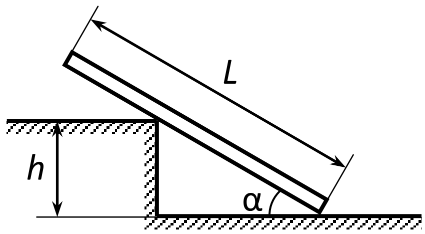
Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}6}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}6 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 4{,}35 \text{ м}.$$

Ответ:4.35

Задание 7.
Вариант 6.



Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}2\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}6$. Трением плиты об уступ пренебречь.

Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

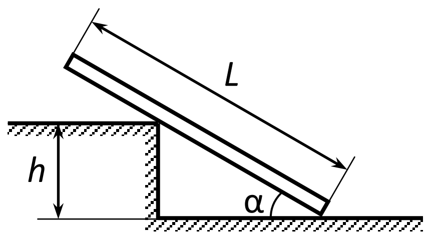
Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}2}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}6 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 3{,}26 \text{ м.}$$

Ответ: 3.26

Задание 7.
Вариант 7.

Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}3\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}6$. Трением плиты об уступ пренебречь.



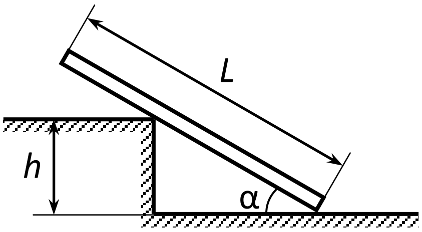
Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}3}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}6 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 3{,}53 \text{ м}.$$

Ответ: 3.53

Задание 7.
Вариант 8.



Тонкая однородная плита прямоугольной формы находится в состоянии покоя на плоской горизонтальной поверхности, опираясь на эту поверхность ребром и касаясь своей нижней стороной уступа в породе в виде ступени высотой $h = 1{,}5\,м$ (см. рисунок). Угол между плитой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 30°$. Какова максимальная длина плиты L, при которой плита ещё остаётся в покое? Коэффициент трения плиты о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}6$. Трением плиты об уступ пренебречь.

Ответ в метрах округлите до сотых долей (например, 2.83 м, 3.17 м).

Ответ:

$$L_{max} = \frac{2\mu h}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}5}{0{,}5 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot \left(0{,}5 + 0{,}6 \cdot 0{,}5\sqrt{3}\right)} \approx 4{,}08 \text{ м.}$$

Ответ: 4,08

Задание 8.
Вариант 1.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 1/5 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 2:3? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, K – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=1/5, t=2/3 получаем

Ответ: -0.19

Задание 8.
Вариант 2.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 1/6 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 1:3? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, K – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=1/6, t=1/3 получаем

Ответ: -0.32

Задание 8.
Вариант 3.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 1/7 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 6:7? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, К – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке А точка В получается как пересечение прямой ОА и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=1/7, t=6/7 получаем

Ответ: 0.08

Задание 8.
Вариант 4.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 1/2 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 2:3? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, K – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=1/2, t=2/3 получаем

Ответ: 0.69

Задание 8.
Вариант 5.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 1/2 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 2:3? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, К – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=2/7, t=3/5 получаем

Ответ: 0.02

Задание 8.
Вариант 6.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 2/3 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 2:5? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, К – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=2/3, t=2/5 получаем

Ответ: 0.85

Задание 8.
Вариант 7.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 2/7 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 4:5? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, K – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=2/7, t=4/5 получаем

Ответ: 0.53

Задание 8.
Вариант 8.

К стенке вертикальной скважины цилиндрической формы вертикально крепится зонд для исследования плотности флюида. Зонд представляет собой прямой цилиндр, верхнее основание которого находится на уровне поверхности Земли. На пересечении верхнего основания зонда и его цилиндрической поверхности находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, на плоскости поверхности Земли имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O, которые касаются друг друга внутренним образом в точке K. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности. При каком значении косинуса угла KO_1A расстояние от точки A до ближайшей от нее точки на стенке скважины равно 3/7 радиуса скважины, если отношение радиусов зонда и скважины равно 3:8? Ответ дайте с точностью до 0.01.

Решение. Пусть радиусы большой и малой окружностей равны R и r, точки A и A_1 - центры большой и малой окружностей соответственно, K – точка их внутреннего касания. Ближайшая к точке A точка B получается как пересечение прямой OA и большой окружности. Пусть искомая величина угла KO_1A равна x, отношение радиусов обозначим через t, отношение $\frac{AB}{R}$ - через k. Из теоремы косинусов для треугольника OO_1A получаем выражение для искомого косинуса угла x: $cosx = -1 + \frac{k(2-k)}{2t(1-t)}$. При заданных значениях k=3/7, t=3/8 получаем

Ответ: 0.44

Задание 9.
Вариант 1.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 15$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 150$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 =$ 6 МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 6$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 5$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1\ \text{год} \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{15 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6} \cdot \frac{150 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 20\ \text{лет}.$$

Ответ: **20**

Задание 9.
Вариант 2.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 13{,}5$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 150$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 = 6$ МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 6$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 5$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1\ \text{год} \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{13{,}5 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6} \cdot \frac{150 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 24\ \text{года}.$$

Ответ: **24**

Задание 9.
Вариант 3.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 18$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 150$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 = 6$ МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 6$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 5$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1\ \text{год} \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6} \cdot \frac{150 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 15\ \text{лет}.$$

Ответ: **15**

Задание 9.
Вариант 4.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 11$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 150$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 = 6$ МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 6$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 5$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1 \text{ год} \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{11 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6} \cdot \frac{150 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 36 \text{ лет.}$$

Ответ: **36**

Задание 9.
Вариант 5.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 13$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 160$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 =$ 5 МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 5$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 4$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1 \text{ год} \cdot \frac{5 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6} \cdot \frac{160 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6} = 25 \text{ лет.}$$

Ответ: **25**

Задание 9.
Вариант 6.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 11$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 180$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 =$ 5 МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 5$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 5$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1 \text{ год} \cdot \frac{5 \cdot 10^6}{11 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6} \cdot \frac{180 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 30 \text{ лет.}$$

Ответ: **30**

Задание 9.
Вариант 7.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 13{,}5$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 200$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 = 6$ МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 6$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 4$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1\ \text{год} \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{13{,}5 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6} \cdot \frac{200 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6} = 40\ \text{лет}.$$

Ответ: **40**

Задание 9.
Вариант 8.

В верхнюю часть газовой залежи для добычи газа пробурили скважину. Начальное давление газа в залежи $p_1 = 13{,}2$ МПа. На первом этапе эксплуатации месторождения из скважины был добыт объём газа $V_1 = 210$ млн. м^3, при этом давление в скважине упало до значения $p_2 = 6$ МПа. На втором этапе эксплуатации месторождения для сохранения производительности добычи газа в залежь через дополнительную скважину начали подавать воду под давлением $p_2 = 6$ МПа, поддерживая постоянное значение давления газа в залежи при его добыче. Сколько лет можно дополнительно эксплуатировать месторождение в новых условиях, добывая ежегодно $V_0 = 5$ млн. м^3 газа? Температуру газа в залежи считать постоянной. Ответ в годах округлите до целых.

(Примечание. Количество добываемого на месторождении газа принято измерять объёмом, который бы занимал этот газ при температуре $t = 0$ °C и нормальном атмосферном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа).

Ответ:

$$T = \tau \cdot \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1\text{ год} \cdot \frac{6 \cdot 10^6}{13{,}2 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6} \cdot \frac{210 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 35\text{ лет.}$$

Ответ: **35**