
10-11 классы

1. Оцинковка ведра

Для того, чтобы оцинковать железное ведро цилиндрической формы высотой $h = 40$ см и радиусом дна $r = 10$ см, его поместили в раствор сульфата цинка и подключили к отрицательному полюсу внешнего источника постоянного тока. Сила тока составила $I = 100$ А. Какой величины достигнет толщина слоя цинка через $\tau = 40$ минут? Плотность цинка составляет $\rho = 7,15$ г/см³. При расчётах считайте, что постоянная Фарадея $\Phi = 96485$ Кл/моль, а $\pi = 3,14$. Считайте, что при оцинковке покрытие наносится равномерно.

Требования к ответу

Толщину слоя цинка выразите в микронах и представьте в виде числа, округлив до целых, без указания единиц измерения.

Возможное решение

1. Площадь дна $S_b = 2\pi r^2$, площадь боковой стенки $S_w = 4\pi rh$, где r и h — радиус дна и высота ведра.

Общая площадь поверхности составляет $S = 5652$ см².

2. Заряд, протекший через систему за 40 мин (2400 сек) составил $I \cdot \tau = 240000$ Кл

3. Масса цинка, выпавшая на поверхности ведра составляет

$$m(\text{Zn}) = \frac{M(\text{Zn})}{n \cdot \Phi} \cdot I \cdot \tau = \frac{65,4}{2 \cdot 96485} \cdot 240000 = 81,3 \text{ г}$$

4. Объем выделившегося цинка равен $\frac{m}{\rho} = 138,3/7,15 = 11,4$ см³.

5. Толщина слоя равна $d = \frac{m}{\rho \cdot S} = 20,1 \approx 20$ мкм.

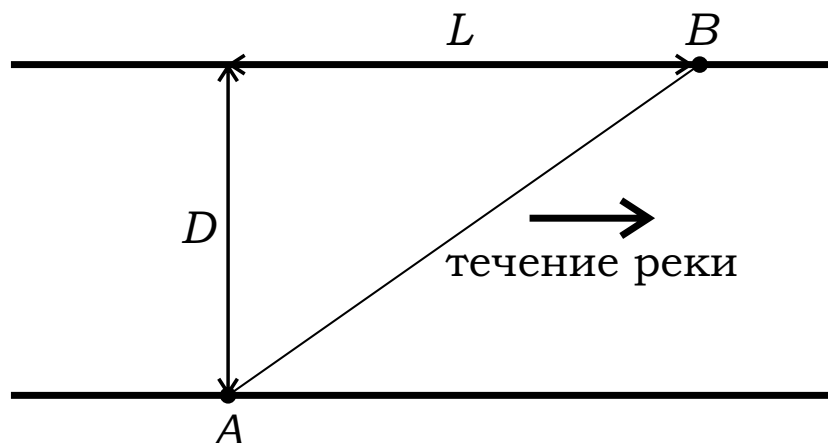
Ответ: 20.

Критерии

1. Ответ верный, но решения нет (в загруженном файле решение отсутствует) — 5 баллов.
2. Есть арифметическая ошибка в расчётах — минус 2 балла.
3. Не учтена внутренняя поверхность ведра и нет указаний о том, что рассматривает только наружная оцинковка — минус 3 балла.
4. Не учтена оцинковка дна ведра — минус 5 баллов.
5. Неверный заряд ионов цинка — минус 5 баллов.
6. Неверная формула для площади поверхности ведра — минус 3 балла.

2. Пересечение реки на катере

Катер курсирует между двумя пристанями A и B , расположенными так, как показано на рисунке. Ширина реки $D = 600$ метров, а $L = 800$ метров. Известно, что скорость катера в $n = 2$ раз больше скорости реки.



(1) Найти, во сколько раз время движения катера от пристани A к пристани B меньше, чем время, которое затрачивает катер на обратный путь. Считайте, что катер движется относительно берега по прямой, соединяющей пристани, а временем разгона и торможения катера у пристаней можно пренебречь.

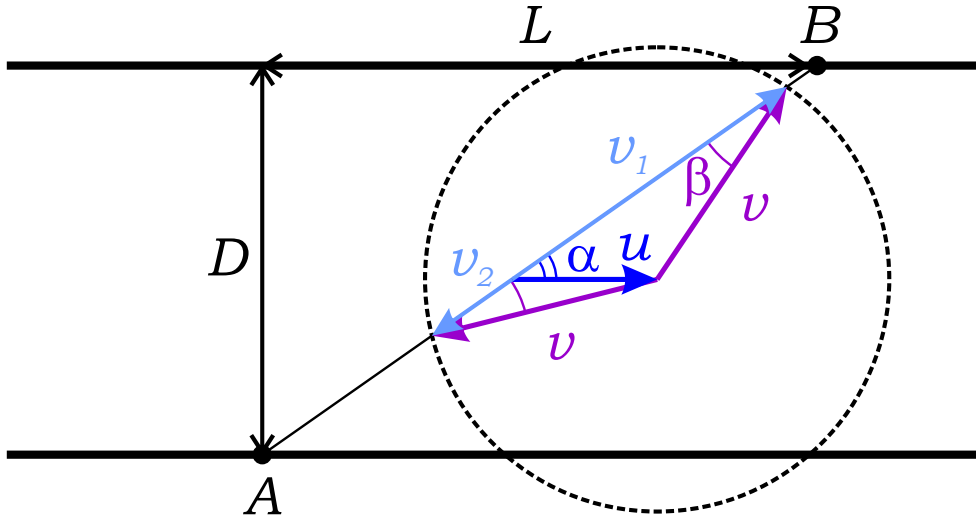
(2) При каком максимальном значении n катер не сможет преодолеть расстояние между пристанями, двигаясь от пристани B к пристани A по прямой?

Требования к ответу

Ответ на первый вопрос задачи представьте в виде числа, округлив с точностью до десятых.

Возможное решение

1. Сделаем построение (окружность с центром в конце вектора \vec{u} и радиусом v) и введём обозначения, указанные на рисунке.



2. Проекция скорости катера относительно берега при движении из точки A в точку B :

$$v_1 = v \cos \beta + u \cos \alpha.$$

3. Проекция скорости катера относительно берега при движении из точки B в точку A :

$$v_2 = v \cos \beta - u \cos \alpha.$$

4. Расстояние между точками A и B :

$$AB = \sqrt{L^2 + D^2}.$$

5. Время движения из A в B :

$$\tau_{AB} = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{v \cos \beta + u \cos \alpha}.$$

6. Время движения из B в A :

$$\tau_{BA} = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{v \cos \beta - u \cos \alpha}.$$

7. Отношение времён:

$$\frac{\tau_{BA}}{\tau_{AB}} = \frac{v \cos \beta + u \cos \alpha}{v \cos \beta - u \cos \alpha}.$$

8. По теореме синусов:

$$\frac{v}{\sin \alpha} = \frac{u}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}, \cos \beta = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}.$$

9. Отношение времён:

$$\frac{\tau_{BA}}{\tau_{AB}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha}.$$

10. Выразим $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ через данные задачи:

$$\cos \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + D^2}} = \frac{4}{5}, \quad \sin \alpha = \frac{D}{\sqrt{L^2 + D^2}} = \frac{3}{5}.$$

11. Итоговое выражение для отношения времён:

$$\frac{\tau_{BA}}{\tau_{AB}} = \frac{\sqrt{n^2 - \frac{9}{25}} + \frac{4}{5}}{\sqrt{n^2 - \frac{9}{25}} - \frac{4}{5}} \approx 2,4.$$

12. Время на движение из точки B в точку A обращается в бесконечность при $n = 1$.

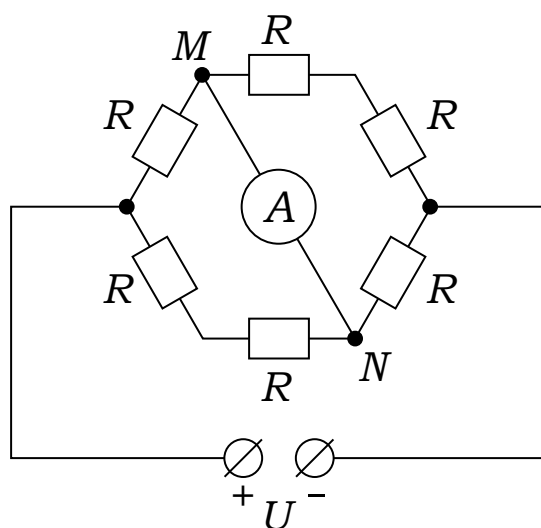
Ответ: (1) 2,4, (2) 1.

Критерии

1. Ответ верный, но решения нет (в загруженном файле решение отсутствует) — 5 баллов.
2. Правильно найдена проекция скорости катера относительно берега на прямую AB при движении в каждую сторону — $4 + 4 = 8$ баллов.
3. Верно определено расстояние между точками A и B — 1 балл.
4. Верно определены времена движения катера и получено итоговое отношение времён движения — 5 баллов.
5. Определена связь между углами α и β — 6 баллов.
6. Получено итоговое выражение и дан числовой ответ — 2 балла.
7. Дан ответ и обоснование на вторую часть вопроса — 3 балла.

3. Идеальный амперметр в электрической цепи

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех сторон шестиугольника одинаковы и равны $R = 1$ Ом. Напряжение идеальной батарейки $U = 12$ В. Идеальный амперметр подключили между точками M и N . Какую силу тока показывает идеальный амперметр?

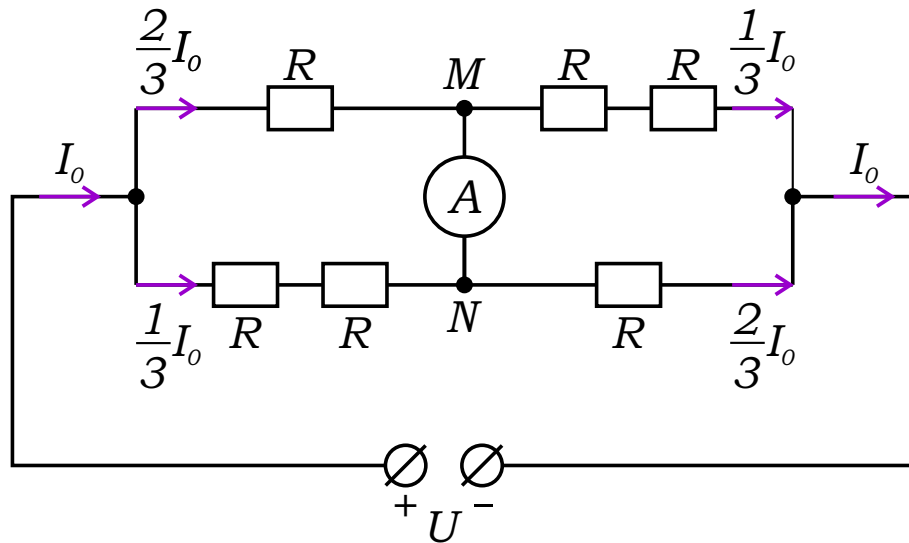


Требования к ответу

Силу тока выразите в амперах и представьте в виде числа, округлив с точностью до целых, без указания единиц измерения.

Возможное решение

1. Поскольку амперметр — идеальный, то его сопротивление равно нулю. Это означает, что точки M и N закорочены, то есть напряжение между этими точками равно нулю. Схему электрической цепи можно перерисовать так:



2. Сопротивление левой части цепи (слева от MN), содержащей параллельно соединённые ветви R и $2R$, обозначим как R_1 :

$$R_1 = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R}{3}.$$

3. Сопротивление правой части цепи (справа от MN), содержащей параллельно соединённые ветви R и $2R$, обозначим как R_2 :

$$R_2 = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R}{3} = R_1.$$

4. Полное сопротивление всей электрической цепи:

$$R_{\text{полн}} = R_1 + R_2 = \frac{4R}{3}.$$

5. Полный электрический ток I_0 в цепи:

$$I_0 = \frac{U}{R_{\text{полн}}} = \frac{3}{4} \frac{U}{R}.$$

6. Ток через идеальный амперметр течет от точки M к точке N и равен:

$$I_A = \frac{I_0}{3} = \frac{U}{4} = 3 \text{ А}.$$

Ответ: 3.

Критерии

1. Ответ верный, но решения нет (в загруженном файле решение отсутствует) — 5 баллов.

2. Правильно перерисована схема электрической цепи и показано направление тока через идеальный амперметр — 5 баллов.

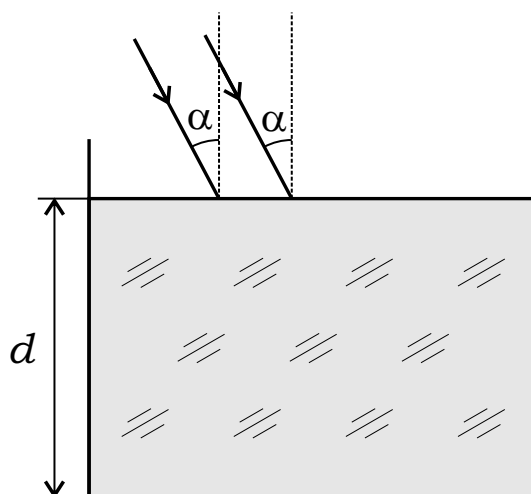
3. Получены сопротивления левой (2 балла) и правой (2 балла) частей электрической цепи, указано, что они равны (1 балл).

4. Найдено полное сопротивление цепи (3 балла) и полный ток в цепи (2 балла).

5. Получено выражение для силы тока, текущего через идеальный амперметр, (6 баллов) и подставлены численные значения (2 балла).

4. Прохождение белого света через сероуглерод

Параллельный пучок белого света падает из воздуха на горизонтальную поверхность сероуглерода, заполняющего аквариум, угол падения составляет $\alpha = 5^\circ$ (см. рисунок). Высота слоя сероуглерода в аквариуме равна $d = 50$ см. На сколько изменится ширина пучка белого света после прохождения сероуглерода по сравнению с исходным пучком? Преломлением света в материале дна аквариума пренебречь. Аквариум достаточно широкий, чтобы пучок света выходил через дно аквариума, не касаясь его стенок.



Справочные данные

- Показатель преломления луча с длиной волны, соответствующей красному цвету, в сероуглероде $n_{\text{кр}} = 1,6219$.
- Показатель преломления луча с длиной волны, соответствующей фиолетовому цвету, в сероуглероде $n_{\text{ф}} = 1,6990$.
- Принять, что синусы и тангенсы малых углов равны самим углам, выраженным в радианной мере.
- Шириной пучка называется ширина светового пятна, которое получается при нормальном падении светового пучка на поверхность (угол падения 0°).

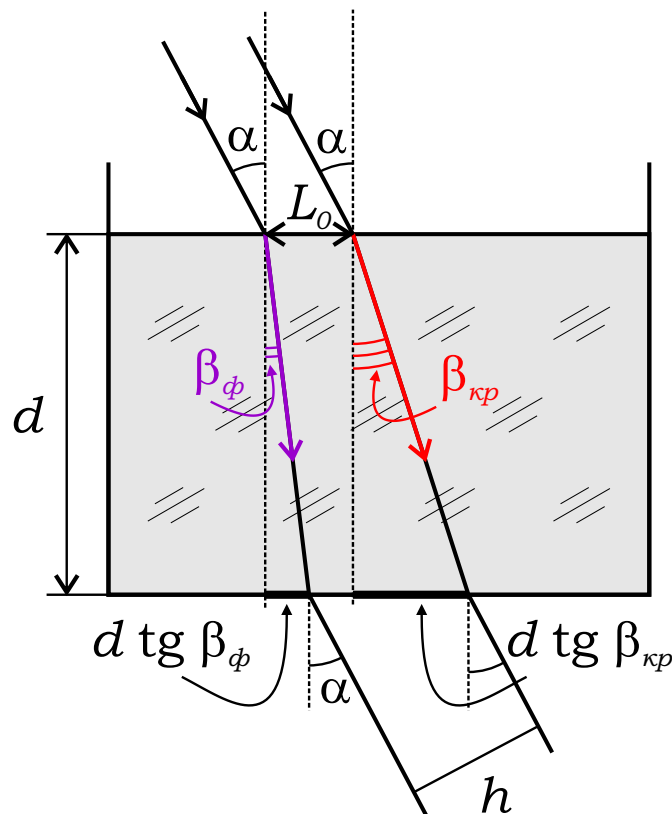
Требования к ответу:

Ответ выразите в миллиметрах и представьте в виде числа, округлив до сотых, без указания единиц измерения.

Возможное решение

1. Поскольку белый свет — это набор длин волн от красного (≈ 650 нм) до фиолетового (≈ 450 нм), то в сероуглероде будет наблюдаться дисперсия белого света.

2. Угол преломления красного света $\beta_{\text{кр}}$ будет наибольшим среди всех длин волн, а фиолетового $\beta_{\text{ф}}$ — наименьшим (см. рисунок).



3. Запишем закон преломления для красного и фиолетового лучей:

$$\sin \alpha = n_{\text{кр}} \sin \beta_{\text{кр}}, \quad \sin \alpha = n_{\text{ф}} \sin \beta_{\text{ф}}$$

4. Пусть ширина проекции на поверхность жидкости исходного пучка белого света была равна L_0 . Тогда ширина проекции на поверхность жидкости пучка белого света после его прохождения через сероуглерод равна:

$$L = L_0 + d \tan \beta_{\text{кр}} - d \tan \beta_{\text{ф}}.$$

5. Изменение ширины проекции на поверхность жидкости пучка белого света после прохождения через сероуглерод:

$$\Delta L = L - L_0 = d (\operatorname{tg} \beta_{\text{кр}} - \operatorname{tg} \beta_{\text{ф}}).$$

6. Воспользуемся тем, что синусы и тангенсы малых углов приближенно равны самим углам, выраженным в радианной мере. Тогда $\beta_{\text{кр}} \approx \frac{\alpha}{n_{\text{кр}}}$, $\beta_{\text{ф}} \approx \frac{\alpha}{n_{\text{ф}}}$, а ширина пучка h и ширина его проекции на поверхность жидкости связаны через величину угла падения: $h = L \cos \alpha$.

7. Изменение ширины пучка белого света после прохождения через сероуглерод:

$$\Delta h \approx \alpha d (\beta_{\text{кр}} - \beta_{\text{ф}}) \cos \alpha \approx d \cdot \alpha \left(\frac{1}{n_{\text{кр}}} - \frac{1}{n_{\text{ф}}} \right) \cos \alpha.$$

8. Подставляя в выражение в п. 6 численные значения, а также с учетом, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx 0,087$, получаем окончательный ответ:

$$\Delta h \approx 50 \cdot 0,087 \left(\frac{1}{1,6219} - \frac{1}{1,6990} \right) \cdot 0,996 \approx 1,22 \text{ мм.}$$

Ответ: 1,22.

Критерии

1. Ответ верный, но решения нет (в загруженном файле решение отсутствует) — 5 баллов.

2. Ответ: 0 (не учтен состав белого света) — 3 балла.

3. Ответ 0,01 – 0,9 (в решении приведена правильная формула для закона преломления света, правильное определение ширины пучка, не учтено уширение пучка за счет преломления фиолетового света) — 12 баллов.

4. Ответ 6,9(70) (в решении приведён расчёт размера пятна на дне аквариума вместо ширины пучка на выходе из аквариума; при расчёте угла преломления использована мера угла падения в градусах, а не в радианах) — 17 баллов.

5. Ответ 1,22 (в решении приведён расчёт размера пятна на дне аквариума вместо ширины пучка на выходе из аквариума) — 22 балла.

6. Ответ 1,22 (в решении приведён расчёт ширины пучка на выходе из аквариума) — 25 баллов.