

10 – 11 классы

Внимание! При вычислениях считать **ускорение свободного падения** $g = 10 \text{ м/с}^2$,
универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Везде, где не сказано иное, ответы давать **в единицах СИ**, при необходимости **округлив до сотых**.

1-1. Велосипедист выехал из поселка в город и, проехав $\frac{5}{8}$ всего пути, проколол колесо. Дальше он, взвалив велосипед на плечи, пошел пешком. При этом его скорость была в 5 раз меньше скорости, с которой он ехал на велосипеде. В результате весь путь занял 3 часа. Какое время он шел пешком? Ответ дать в минутах, округлив при необходимости до целого числа минут.

{135}

1-2. Велосипедист выехал из поселка в город и, проехав $\frac{5}{8}$ всего пути, проколол колесо. Дальше он, взвалив велосипед на плечи, пошел пешком. При этом его скорость была в 5 раз меньше скорости, с которой он ехал на велосипеде. В результате весь путь занял 5 часов. Какое время он шел пешком? Ответ дать в минутах, округлив при необходимости до целого числа минут.

{225}

1-3. Велосипедист выехал из поселка в город и, проехав $\frac{5}{8}$ всего пути, проколол колесо. Дальше он, взвалив велосипед на плечи, пошел пешком. При этом его скорость была в 5 раз меньше скорости, с которой он ехал на велосипеде. В результате весь путь занял 3 часа. Какое время он шел пешком? Ответ дать в минутах, округлив при необходимости до целого числа минут.

{135}

1-4. Велосипедист выехал из поселка в город и, проехав $\frac{5}{8}$ всего пути, проколол колесо. Дальше он, взвалив велосипед на плечи, пошел пешком. При этом его скорость была в 5 раз меньше скорости, с которой он ехал на велосипеде. В результате весь путь занял 5 часов. Какое время он шел пешком? Ответ дать в минутах, округлив при необходимости до целого числа минут.

{225}

2-1. Тело бросили с высоты 25 метров над уровнем Земли со скоростью 20 м/с под некоторым углом к горизонту. В точке наивысшего подъема скорость тела была 10 м/с. Найдите синус угла, который будет составлять вектор скорости тела с горизонтом при падении на Землю. При необходимости округлите ответ до сотых.

{0.94}

2-2. Тело бросили с высоты 25 метров над уровнем Земли со скоростью 20 м/с под некоторым углом к горизонту. В точке наивысшего подъема скорость тела была 10 м/с. Найдите синус угла, который будет составлять вектор скорости тела с вертикалью при падении на Землю. При необходимости округлите ответ до сотых.

{0.33}

2-3. Тело бросили с высоты 25 метров над уровнем Земли со скоростью 20 м/с под некоторым углом к горизонту. В точке наивысшего подъема скорость тела была 10 м/с. Найдите синус угла, который будет составлять вектор скорости тела с горизонтом при падении на Землю. При необходимости округлите ответ до сотых.

{0.94}

2-4. Тело бросили с высоты 25 метров над уровнем Земли со скоростью 20 м/с под некоторым углом к горизонту. В точке наивысшего подъема скорость

тела была 10 м/с. Найдите синус угла, который будет составлять вектор скорости тела с вертикалью при падении на Землю. При необходимости округлите ответ до сотых.

{0.33}

3-1. Медная пластина имеет форму выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = 20$ см, $CD = 5$ см, $AD = BC$, и известны углы $\angle BAD = 43^\circ$, $\angle ABC = 47^\circ$. Найдите массу пластины в граммах, если ее толщина равна 5 мм, а плотность меди $8,93$ г/см³.

{418,59}

3-2. Медная пластина имеет форму выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = 20$ см, $CD = 5$ см, $AD = BC$, и известны углы $\angle BAD = 42^\circ$, $\angle ABC = 48^\circ$. Найдите массу пластины в граммах, если ее толщина равна 5 мм, а плотность меди $8,91$ г/см³.

{417,66}

3-3. Латунная пластина имеет форму выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = 20$ см, $CD = 5$ см, $AD = BC$, и известны углы $\angle BAD = 41^\circ$, $\angle ABC = 49^\circ$. Найдите массу пластины в граммах, если ее толщина равна 5 мм, а плотность латуни $8,57$ г/см³.

{401,72}

3-4. Латунная пластина имеет форму выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = 20$ см, $CD = 5$ см, $AD = BC$, и известны углы $\angle BAD = 46^\circ$, $\angle ABC = 44^\circ$. Найдите массу пластины в граммах, если ее толщина равна 5 мм, а плотность латуни $8,55$ г/см³.

{400,78}

4-1. Невесомый блок, способный вращаться без потерь энергии на своей оси, прикреплен к потолку с помощью пружины жесткостью $k = 1000 \text{ Н/м}$. Через блок перекинули нерастяжимую и невесомую нить с прикрепленными на ее концах двумя одинаковыми массами по 2 кг. Система находилась в покое до тех пор, пока к одному из грузов не прикрепili еще один груз, масса которого 6 кг. После этого система пришла в движение. На сколько процентов выросла действующая на пружину сила по сравнению с тем состоянием, в котором система находилась в покое?

{60}

4-2. Невесомый блок, способный вращаться без потерь энергии на своей оси, прикреплен к потолку с помощью пружины жесткостью $k = 1000 \text{ Н/м}$. Через блок перекинули нерастяжимую и невесомую нить с прикрепленными на ее концах двумя одинаковыми массами по 2 кг. Система находилась в покое до тех пор, пока к одному из грузов не прикрепili еще один груз, масса которого 6 кг. После этого система пришла в движение. На сколько процентов выросла действующая на пружину сила по сравнению с тем состоянием, в котором система находилась в покое?

{60}

4-3. Невесомый блок, способный вращаться без потерь энергии на своей оси, прикреплен к потолку с помощью пружины жесткостью $k = 1000 \text{ Н/м}$. Через блок перекинули нерастяжимую и невесомую нить с прикрепленными на ее концах двумя одинаковыми массами по 2 кг. Система находилась в покое до тех пор, пока к одному из грузов не прикрепili еще один груз, масса которого 6 кг. После этого система пришла в движение. На сколько процентов выросла действующая на пружину сила по сравнению с тем состоянием, в котором система находилась в покое?

{60}

4-4. Невесомый блок, способный вращаться без потерь энергии на своей оси, прикреплен к потолку с помощью пружины жесткостью $k = 1000 \text{ Н/м}$. Через блок перекинули нерастяжимую и невесомую нить с прикрепленными на ее концах двумя одинаковыми массами по 2 кг. Система находилась в покое до тех пор, пока к одному из грузов не прикрепili еще один груз, масса которого 6 кг. После этого система пришла в движение. На сколько процентов выросла действующая на пружину сила по сравнению с тем состоянием, в котором система находилась в покое?

{60}

5-1. Лыжник выехал на лед, упал, и одна из лыж сорвалась с ноги и стала скользить по льду без трения до тех пор, пока не выехала на грунтовую дорогу. С какой скоростью (в метрах в секунду) двигалась лыжа по льду, если она полностью въехала на грунт и остановилась в положении, когда задняя часть лыжи находилась на стыке льда и грунта? Коэффициент трения лыж на поверхности грунта равен $\mu = 0,3$. Длина лыжи $l = 2$ метра.

{2,45}

5-2. Лыжник выехал на лед, упал, и одна из лыж сорвалась с ноги и стала скользить по льду без трения до тех пор, пока не выехала на грунтовую дорогу. С какой скоростью (в метрах в секунду) двигалась лыжа по льду, если она полностью въехала на грунт и остановилась в положении, когда задняя часть лыжи находилась на стыке льда и грунта? Коэффициент трения лыж на поверхности грунта равен $\mu = 0,3$. Длина лыжи $l = 1,9$ метра.

{2,39}

5-3. Лыжник выехал на лед, упал, и одна из лыж сорвалась с ноги и стала скользить по льду без трения до тех пор, пока не выехала на грунтовую дорогу. С какой скоростью (в метрах в секунду) двигалась лыжа по льду, если она полностью въехала на грунт и остановилась в положении, когда

задняя часть лыжи находилась на стыке льда и грунта? Коэффициент трения лыж на поверхности грунта равен $\mu = 0,2$. Длина лыжи $l = 1,9$ метра.

{1,95}

5-4. Лыжник выехал на лед, упал, и одна из лыж сорвалась с ноги и стала скользить по льду без трения до тех пор, пока не выехала на грунтовую дорогу. С какой скоростью (в метрах в секунду) двигалась лыжа по льду, если она полностью въехала на грунт и остановилась в положении, когда задняя часть лыжи находилась на стыке льда и грунта? Коэффициент трения лыж на поверхности грунта равен $\mu = 0,3$. Длина лыжи $l = 1,8$ метра.

{2,32}

6-1. Какая масса влаги окажется в комнате площадью $35,7 \text{ м}^2$ с высотой потолков $2,8 \text{ м}$ после того, как температура окружающего воздуха понизится с 20°C до 10°C , если влажность воздуха составляет 60% ? Давление насыщенных паров при 20°C равно $P_1 = 2,3 \text{ кПа}$, а при 10°C равно $P_2 = 1,2 \text{ кПа}$. Ответ дайте в граммах, округлив до ближайшего целого числа граммов.

{102}.

6-2. Какая масса влаги окажется в комнате площадью $35,7 \text{ м}^2$ с высотой потолков $2,8 \text{ м}$ после того, как температура окружающего воздуха понизится с 20°C до 10°C , если влажность воздуха составляет 60% ? Давление насыщенных паров при 20°C равно $P_1 = 2,3 \text{ кПа}$, а при 10°C равно $P_2 = 1,2 \text{ кПа}$. Ответ дайте в граммах, округлив до ближайшего целого числа граммов.

{102}.

6-3. Какая масса влаги окажется в комнате площадью $35,7 \text{ м}^2$ с высотой потолков $2,8 \text{ м}$ после того, как температура окружающего воздуха понизится с 20°C до 10°C , если влажность воздуха составляет 60% ? Давление насыщенных паров

при 20°C равно $P_1 = 2,3$ кПа, а при 10°C равно $P_2 = 1,2$ кПа. Ответ дайте в граммах, округлив до ближайшего целого числа граммов.

{102}.

6-4. Какая масса влаги окажется в комнате площадью $35,7 \text{ м}^2$ с высотой потолков $2,8 \text{ м}$ после того, как температура окружающего воздуха понизится с 20°C до 10°C , если влажность воздуха составляет 60% ? Давление насыщенных паров при 20°C равно $P_1 = 2,3$ кПа, а при 10°C равно $P_2 = 1,2$ кПа. Ответ дайте в граммах, округлив до ближайшего целого числа граммов.

{102}.

Решения

1. Составим систему уравнений: $\frac{5S}{8} = Ut_1$; $\frac{3S}{8} = Vt_2$; $t_1 + t_2 = 3$. Из первых двух уравнений, поделив первое на второе, получим $\frac{t_2}{t_1} = 3$. Это отношение вместе с третьим уравнением исходной системы дает решение: $t_1 = \frac{3}{4} \text{ ч} = 45 \text{ минут}$, $t_2 = \frac{9}{4} \text{ ч} = 135 \text{ минут}$.

Ответ: 135.

2. $V_0 = 20 \text{ м/с}$, $V_1 = V_0 \cos \alpha = 10 \text{ м/с} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = 60^{\circ}$.

Из закона сохранения энергии $V_k^2 = V_0^2 + 2gH \Rightarrow V_k = 30 \text{ м/с}$ – скорость при падении.

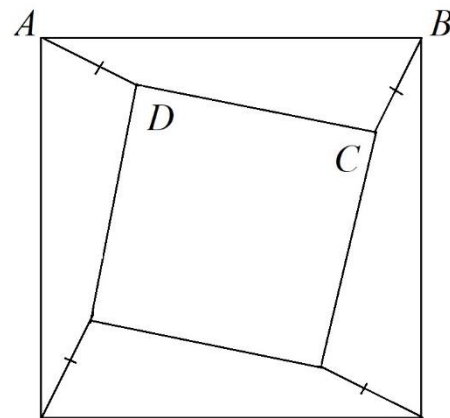
Учитывая, что скорость в горизонтальном направлении не меняется, получим

$$V_k \cos \beta = V_0 \cos \alpha \Rightarrow \cos \beta = \frac{V_0}{V_k} \cos \alpha \Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}. \text{ Значит,}$$

$$\sin \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0,94.$$

Ответ: 0,94.

3. Приложим к четырехугольнику $ABCD$ еще три таких же четырехугольника так, чтобы по внешнему контуру образовался квадрат со стороной 20 см (см. рисунок). Это сделать возможно, так как сумма двух острых углов равна 90° и $AD = BC$.



Тогда внутри образуется квадрат со стороной 5 см.

Тем самым учетверенная площадь $ABCD$ равна разности площадей этих двух квадратов, то есть

$$S_{ABCD} = \frac{20^2 - 5^2}{4} = \frac{375}{4} \text{ см}^2.$$

Значит, искомая масса равна $S_{ABCD} \cdot d \cdot \rho$, где $S_{ABCD} = \frac{375}{4} \text{ см}^2$, толщина

пластины $d = 0,5 \text{ см}$, плотность $\rho = 8,93 \text{ г/см}^3$. Получаем $\frac{375 \cdot 8,93}{4 \cdot 2} \approx 418,59 \text{ г}$.

Заметим, что площадь четырехугольника можно было найти без применения указанного дополнительного построения, но тогда выкладки гораздо более громоздкие.

Ответ: 418,59.

4. В первом состоянии из условия равновесия сила, действующая на пружину равна $T_1 = 2mg = 40 \text{ Н}$. В движении: $ma = T - mg$; $m_1a = m_1g - T$.

Отсюда получим (умножаем первое уравнение на m_1 , а второе на m и вычитаем из второго первое): $T = \frac{2mm_1}{m+m_1}g = 32 \text{ Н}$. Натяжение пружины определяется силой $T_2 = 2T = 64 \text{ Н}$.

Остается сравнить силы: $\frac{(64-40)}{40} = \frac{p}{100} \Rightarrow p = 60\%$.

Ответ: 60.

5. Пусть лыжа заехала на грунт частью длины равной x . В этот момент сила трения будет равна $F_t = \mu N$, где $N = mg \cdot \frac{x}{l}$ — сила реакции опоры над той частью лыжи, которая попала на грунт.

Тогда получим для силы следующее выражение: $F_t = \mu mg \cdot \frac{x}{l}$.

Минимальное значение силы трения равно нулю при $x = 0$.

Максимальное значение силы равно $F_t = \mu mg$ при $x = l$.

Зависимость силы от координаты x — линейная. Это значит, что работа силы трения равна по величине половине от максимальной силы, умноженной на перемещение l :

$$A = \frac{\mu mg \cdot l}{2}.$$

Из закона сохранения будем иметь: $0 - \frac{mV^2}{2} = \frac{\mu mg \cdot l}{2} \Rightarrow V = \sqrt{\mu \cdot g \cdot l} = \sqrt{6} \approx 2,45 \text{ м/с}.$

Ответ: 2,45.

6. Давление водяного пара при 20°C равно $\frac{p_0}{P_1} = \varphi \Rightarrow p_0 = P_1 \cdot \varphi = 1,38 \text{ кПа}$. Это давление больше, чем давление насыщенных паров при 10°C . Это значит, что часть пара перейдет в воду. Объем комнаты равен:

$$V = S \cdot h = 35,7 \cdot 2,8 = 99,96 \text{ м}^3.$$

Масса пара при 20°C определяется из закона М-К:

$$p_0 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \Rightarrow m_1 = \frac{1,38 \cdot 10^3 \cdot 99,96 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 293}.$$

Оставшийся пар будет подчиняться закону М-К:

$$P_2 V = \frac{m}{\mu} RT_2 \Rightarrow m_2 = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 99,96 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 283}.$$

Тогда для массы воды получим следующий результат:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{99,96 \cdot 18}{8,31} \left(\frac{1,38}{293} - \frac{1,2}{283} \right) \approx 0,10168 \text{ кг} \approx 102 \text{ г}.$$

Ответ: 102.

Олимпиада школьников «Ломоносов», механика и математическое моделирование
Отборочный этап 2022/2023 учебного года
Баллы за верные ответы на задания

Номер задания	7-8 классы	9 класс	10-11 классы
1	16	16	16
2	16	16	16
3	16	16	16
4	16	16	16
5	18	18	18
6	18	18	18