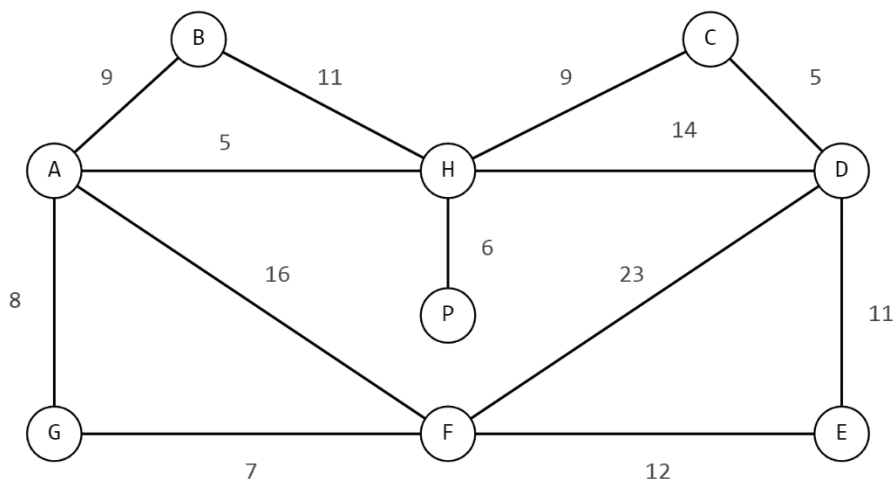


Олимпиада Ломоносов 2022–2023 учебный год
Робототехника. Отборочный этап
5–7 класс

1. Почтальон собирается развезти письма. Для этого ему нужно посетить все улицы, на которых живут адресаты (см. *схему*). Почтальон находится в отделении почты (на схеме обозначено точкой *P*). После доставки всех писем ему нужно вернуть в почтовое отделение. Почтальон хотел бы сделать это за наименьшее время.



Схема

Отрезками на схеме обозначены улицы. Кругами на схеме обозначены перекрестки, где почтальон может поменять направление движения. Цифрами на схеме обозначено время в минутах, которое потребуется почтальону, чтобы проехать по данной улице. Все указанные на схеме улицы почтальон должен посетить хотя бы по одному разу.

Какое наименьшее время в минутах потребуется почтальону на то, чтобы доставить все письма и вернуться в свое почтовое отделение? Для простоты считайте, что почтальон раскладывает письма по ящикам моментально.

Ответ: 142 мин.

Решение

На схеме представлен ненаправленный граф.

Поскольку почтальон должен посетить все ребра хотя бы по одному разу, то он потратит времени не меньше, чем суммарное время проезда по всем улицам по одному разу:

$$9 + 11 + 9 + 11 + 5 + 5 + 14 + 16 + 8 + 12 + 7 + 23 + 6 = 136(\text{мин.})$$

Так как из каждой вершины, кроме двух (*P*, *H*), выходит только четное число дорог, то для того, чтобы обойти весь граф, посетив каждое из рёбер по разу, то можно начать в вершине *P* и при этом вернуться в вершину *H*. Значит, после прохода по всем рёбрам, почтальон должен будет вернуться из вершины *H* в вершину *P* кратчайшим путём.

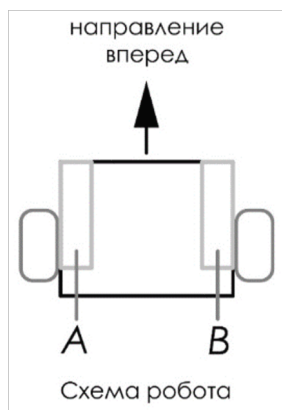
В данном случае минимальный путь – это *НР*.

Получается, что почтальон может управиться за следующее время:

$$136 + 6 = 142 \text{ (мин.)}$$

Ответ: 142 мин.

2. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 7 см 4 мм. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*).



Определите, на сколько градусов должна повернуться ось мотора *B* (*при работающем моторе A*), чтобы робот проехал прямолинейный участок трассы длиной 3 м 5 дм 6 см. Ширина колеи робота (расстояние между центрами колёс) равна 4 дм. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Ответ дайте в градусах, округлив результат до целых. Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 2758°.

Решение

Переведём длину трассы в миллиметры:

$$3 \text{ м } 5 \text{ дм } 6 \text{ см} = 3560 \text{ мм}$$

Переведем радиус колёс в миллиметры:

$$7 \text{ см } 4 \text{ мм} = 74 \text{ мм}$$

Длина окружности колеса равна:

$$2 * 74 * 3,14$$

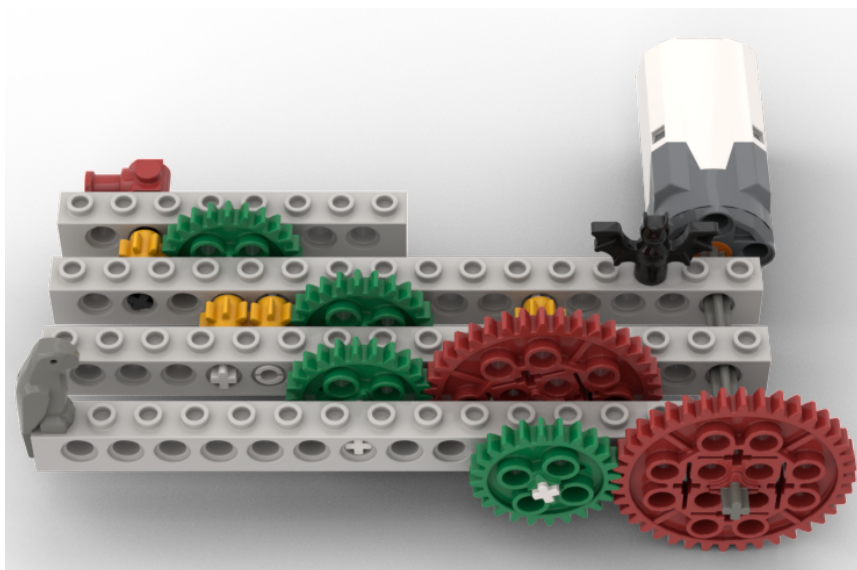
Моторы *A* и *B* повернутся на одно и то же число градусов.

Посчитаем количество градусов, на которое повернётся каждое из колёс. Для этого определим количество оборотов, которое сделает каждое их колёс и умножим его на 360°

$$(3560 : (2 * 74 * 3,14)) * 360^\circ = 2757,7896 \dots^\circ \approx 2758^\circ$$

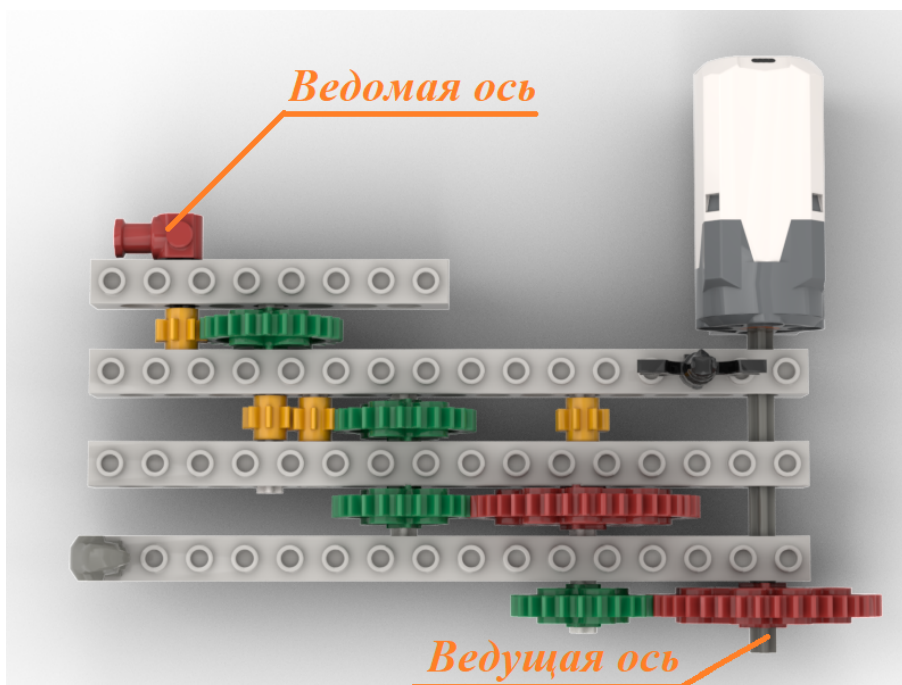
Ответ: 2758°.

3. Маша собрала передачу, используя для этого шестерёнки трёх видов – с 8, 24 и 40 зубьями (см. *передача, вид №1*).



Передача, вид №1

Шестерёнок с 8 зубьями было использовано 4 штуки, шестерёнок с 24 зубьями – 4 штуки, с 40 зубьями – 2 штуки. Известно, что ось мотора (см. *передача, вид №2*) совершает 12 оборотов за 2 минуты. Определите, сколько оборотов совершит ведомая ось за 1,5 минуты.



Передача, вид №2

Ответ: 225 об.

Решение

Определим, сколько оборотов в минуту делает ведущая ось:

$$12 : 2 = 6 \frac{\text{об.}}{\text{мин.}}$$

Посчитаем частоту, с которой будет вращаться ведомая ось:

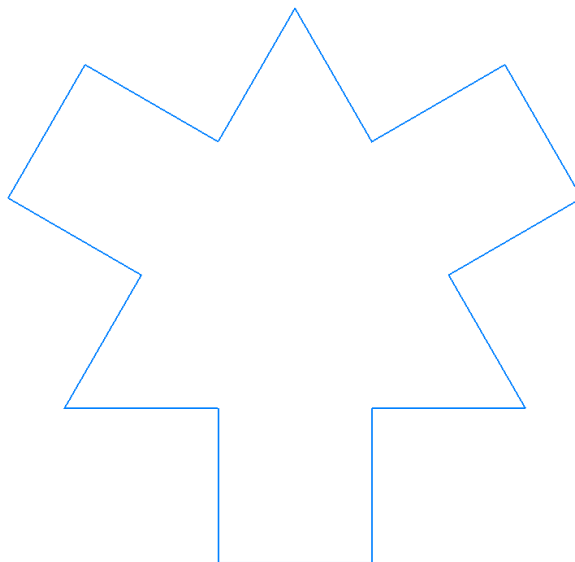
$$6 \cdot \frac{40}{24} \cdot \frac{40}{24} \cdot \frac{24}{8} \cdot \frac{24}{8} = 150 \frac{\text{об.}}{\text{мин}}$$

Определим количество оборотов, которое совершить ведомая ось за 1,5 минуты:

$$150 \cdot 1,5 = 225 \text{ об.}$$

Ответ: 225 об.

4. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 9 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Ширина колеи робота равна 21 см. Робот с помощью маркера, закреплённого по середине между колёс, наносит изображение (см. *изображение*).



Изображение

Изображение составлено из равностороннего треугольника и трёх равных квадратов. Длина стороны квадрата в 9 раз меньше периметра треугольника. Сторона треугольника равна удесятерённой длине окружности колеса робота. Определите, чему равна длина кривой, начерченной роботом. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 2826 см.

Решение

Определим длину окружности колеса:

$$2 \cdot \pi \cdot 9 = 18\pi$$

Посчитаем длину стороны треугольника:

$$b = 10 \cdot 18\pi = 180\pi$$

Определим периметр треугольника:

$$3 \cdot 180\pi = 540\pi$$

Посчитаем длину стороны квадрата:

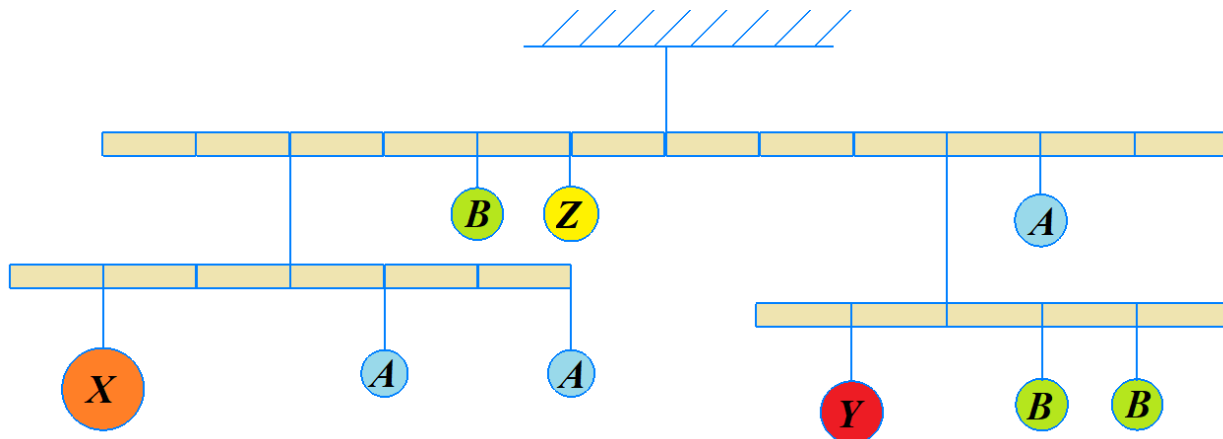
$$a = 540\pi : 9 = 60\pi$$

Определим длину кривой:

$$\begin{aligned} 6a + 3b &= 6 \cdot 60\pi + 3 \cdot 180\pi = 360\pi + 540\pi = 900\pi = \\ &= 900 \cdot 3,14 = 2826 \text{ (см)} \end{aligned}$$

Ответ: 2826 см.

5. Даша взяла три легких прочных твердых ровных невесомых балки и нанесла на них разметку с помощью маркера, разделив каждую из них на несколько равных частей. Скрепив балки и прикрепив к ним несколько шариков (см. схему), девочка подвесила получившуюся конструкцию к потолку, после чего все балки заняли горизонтальное положение.



Схема

У Дашы были шарики пяти типов. На схеме они обозначены одинаковыми буквами. Все шарики одного типа имеют одинаковую массу. Масса шариков А равна 10 граммам, масса шарика В равна 15 граммам. Длины балок равны 1 м 20 см, 50 см и 60 см. Определите, чему равна суммарная масса шариков X, Y и Z. Ответ дайте в граммах.

Ответ: 140 г.

Решение

Чтобы определить массу шариков X, Y и Z, необходимо записать условие равновесия рычага для каждой из балок:

$$\sum m_i g l_i = \sum m_j g l_j$$

Введем условные обозначения: для удобства массу шариков будем обозначать теми буквами, которыми они обозначены на рисунке.

Так как по условию задачи балка разделена на равные части, то мы можем пренебречь её длиной, учитывая только соотношения частей. Поэтому введем условную длину одного звена балки p , и длины плеч будем записывать как произведение условной длины на количество частей до точки подвеса.

Запишем условие равновесия балки с шариком X:

$$Xg \cdot 2p = Ag \cdot 1p + Ag \cdot 3p$$

Разделим обе части уравнения на g и на p и получим:

$$2X = 4A$$

$$X = 2A$$

Запишем условие равновесия балки с шариком X:

$$Yg \cdot 1p = Bg \cdot 1p + Bg \cdot 2p$$

Разделим обе части уравнения на g и на p и получим:

$$Y = 3B$$

Запишем условие равновесия балки с шариком Z:

$$(X + 2A)g \cdot 4p + Bg \cdot 2p + Zg \cdot 1p = (Y + 2B)g \cdot 3p + Ag \cdot 4p$$

Разделим обе части уравнения на g и на p и получим:

$$4(X + 2A) + 2B + Z = 3(Y + 2B) + 4A$$

$$4X + 8A + 2B + Z = 3Y + 6B + 4A$$

$$Z = 3Y + 6B + 4A - (4X + 8A + 2B)$$

$$Z = 3Y + 6B + 4A - 4X - 8A - 2B$$

$$Z = 3Y + 4B - 4A - 4X$$

Тогда сумма масс шариков X, Y, Z будет равна:

$$\begin{aligned} X + Y + Z &= X + Y + 3Y + 4B - 4A - 4X = 4Y - 3X + 4B - 4A = \\ &= 4 \cdot 3B - 3 \cdot 2A + 4B - 4A = 12B - 6A + 4B - 4A = 16B - 10A = \\ &= 16 \cdot 15 - 10 \cdot 10 = 240 - 100 = 140(\text{г}) \end{aligned}$$

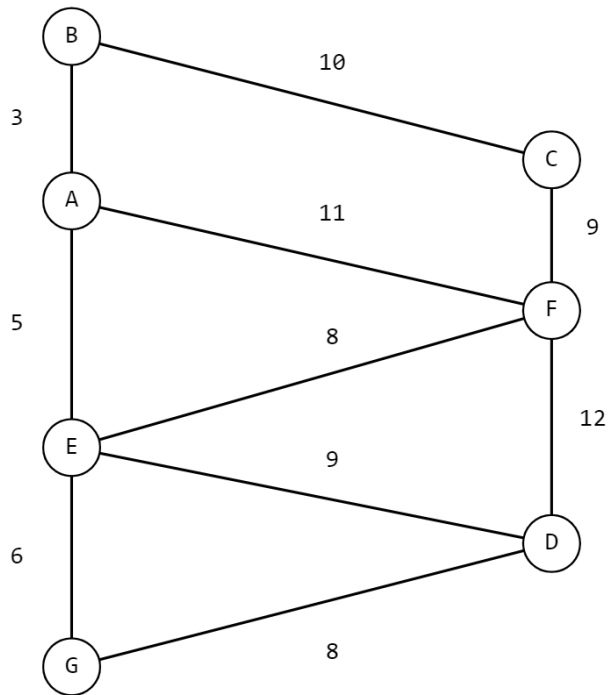
Ответ: 140 г.

Ответы и критерии проверки

№	Ответ	Баллы
1	142 мин.	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
2	2758°	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
3	225 об.	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
4	2826 см	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
5	140 г	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме

Олимпиада Ломоносов 2022–2023 учебный год
Робототехника. Отборочный этап
8–9 класс

1. Почтальон собирается развезти письма. Для этого ему нужно посетить все улицы, на которых живут адресаты (см. схему). Почтальон находится в отделении почты (на схеме обозначено точкой *A*). После доставки всех писем ему нужно вернуть в почтовое отделение. Почтальон хотел бы сделать это за наименьшее время.



Схема

Отрезками на схеме обозначены улицы. Кругами на схеме обозначены перекрестки, где почтальон может поменять направление движения. Цифрами на схеме обозначено время в минутах, которое потребуется почтальону, чтобы проехать по данной улице. Все указанные на схеме улицы почтальон должен посетить хотя бы по одному разу.

Какое наименьшее время в минутах потребуется почтальону на то, чтобы доставить все письма и вернуться в свое почтовое отделение? Для простоты считайте, что почтальон раскладывает письма по ящикам моментально.

Ответ: 95 мин.

Решение

На схеме представлен ненаправленный граф.

Поскольку почтальон должен посетить все ребра хотя бы по одному разу, то он потратит времени не меньше, чем суммарное время проезда по всем улицам по одному разу:

$$3 + 10 + 9 + 11 + 8 + 12 + 5 + 6 + 9 + 8 = 81 \text{ (мин.)}$$

Так как из каждой вершины, кроме двух (A, D), выходит только четное число дорог, то для того, чтобы обойти весь граф, посетив каждое из рёбер по разу, то можно начать в вершине A и при этом вернуться в вершину D . Значит, после прохода по всем рёбрам, почтальон должен будет вернуться из вершины D в вершину A кратчайшим путём.

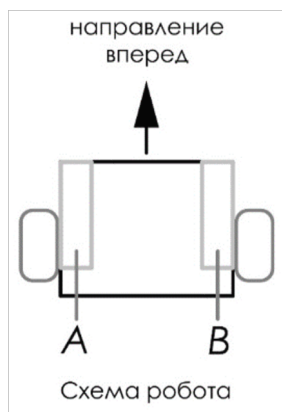
В данном случае минимальный путь – это $D-E-A$.

Получается, что почтальон может управиться за следующее время:

$$81 + 9 + 5 = 95 \text{ (мин.)}$$

Ответ: 95 мин.

2. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 15 см. Левым колесом управляет мотор A , правым колесом управляет мотор B . Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). Ширина колеи робота (расстояние между центрами колёс) равна 40 см.



Робот совершает поворот вокруг колеса A . Во время поворота робота ось мотора B (при выключенном моторе A) повернулась на 225° .

Определите градусную меру угла, на который повернулся робот. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в градусах, округлив результат до целого.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 42° .

Решение

Длину дуги окружности, которую проехало колесо, можно вычислить следующим образом:

$$3,14 * 15 * 225^\circ : 360^\circ$$

Длина окружности, радиус которой равен ширине колеи:

$$2 * 3,14 * 40$$

Тогда градусная мера угла, на которую повернулся робот, будет равна:

$$\begin{aligned} & ((3,14 * 15 * 225^\circ : 360^\circ) : (2 * 3,14 * 40)) * 360^\circ = \\ & = 225^\circ * 15 : 80 = 42,18 \dots \approx 42^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 42° .

3. Из двух шкивов и ремня собрали ремённую передачу. Один из шкивов посадили на ось мотора, второй шкив посадили на вал с патроном, в котором закрепили заготовку для обтачивания. Ведущий шкив совершает 24 оборота за пол минуты, ведомый шкив совершает 300 за 8 минут. Определите, на сколько процентов нужно уменьшить радиус ведомого шкива, чтобы ведомый шкив делал по 50 оборотов за треть минуты при той же частоте вращения ведущей оси. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$.

Ответ: 75%.

Решение

Определим частоту вращения ведущего шкива:

$$24 : 0,5 = 48 \text{ (об. /мин.)}$$

Определим первоначальную частоту вращения ведомого шкива:

$$300 : 8 = 37,5 \text{ (об. /мин.)}$$

Определим желаемую частоту вращения ведомого шкива:

$$50 : (1/3) = 150 \text{ (об./мин.)}$$

Обозначим за R радиус ведомого шкива. Тогда первоначальный радиус ведомого шкива равен:

$$R_1 = \frac{R \cdot 48}{37,5}$$

Рассчитаем желаемый радиус ведомого шкива:

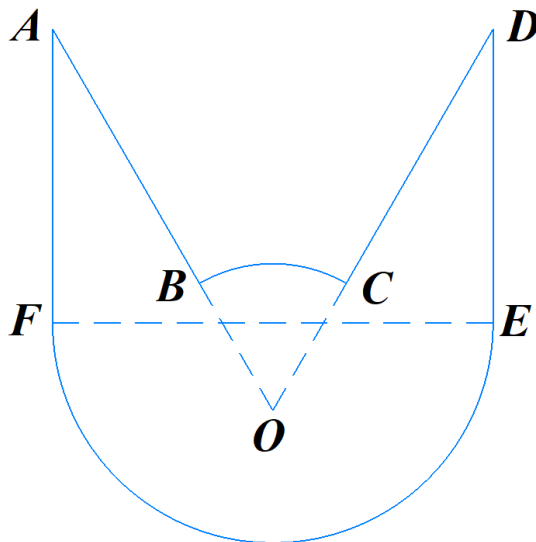
$$R_2 = \frac{R \cdot 48}{150}$$

Определим, на сколько процентов надо уменьшить радиус ведомого шкива:

$$\begin{aligned} \frac{R_1 - R_2}{R_1} \cdot 100\% &= \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{\frac{R \cdot 48}{150}}{\frac{R \cdot 48}{37,5}}\right) \cdot 100\% = \\ &= \left(1 - \frac{37,5}{150}\right) \cdot 100\% = 75\% \end{aligned}$$

Ответ: 75%.

4. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 9 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Ширина колеи робота равна 21 см. Робот с помощью маркера, закреплённого по середине между колёс, наносит изображение (см. *изображение*).



Изображение

Изображение составлено из четырех равных отрезков $FA=AB=CD=DE=0,4$ м, и двух дуг окружности. Отрезки FE , BO , OC роботу изображать не нужно. $AF \perp FE$, $DE \perp FE$, $AB \cap DC=O$. Дуга FE является полуокружностью, радиус дуги BC равен OC . $\angle BAF = \angle CDE=30^\circ$. Расстояние от точки O до отрезка BC равно $10\sqrt{3}$ см.

Определите, чему равна длина кривой, начерченной роботом. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 275 см.

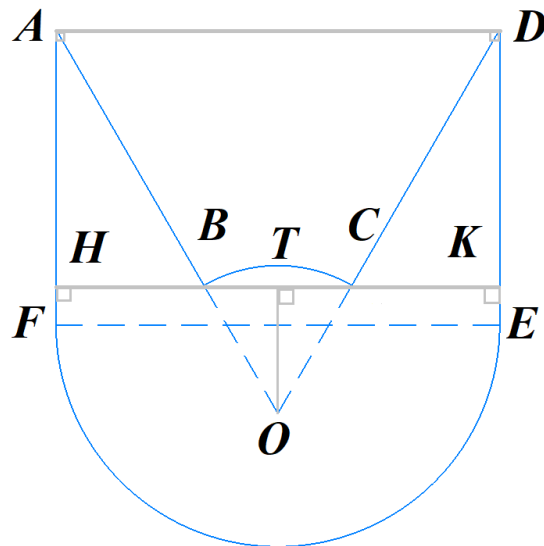
Решение

Если мы проведём отрезок AD , то получившийся четырёхугольник $ADEF$ будет параллелограммом и прямоугольником.

Так как углы $\angle DAF=\angle EDA=90^\circ$, а следовательно углы треугольника ADO будут равны $\angle DAO=\angle ODA=60^\circ$.

Тогда $\angle AOD=180^\circ - (60^\circ+60^\circ)=60^\circ$, а значит треугольник AOD – равносторонний, то есть $AO=OD=AD$. При этом $AD=FE$.

Так как $OB=OC$, и $\angle AOD=60^\circ$, то треугольник BOC – равнобедренный и равносторонний, а это значит, что $BC=BO=OC$.



Если из точки В опустить перпендикуляр на AF и точку пересечения назвать Н, то треугольник АВН будет прямоугольный.

Тогда, так как $\angle BAF = 30^\circ$, то

$$BH = 0,5 \cdot AB = 20 \text{ см}$$

Если из точки С опустить перпендикуляр на DE и точку пересечения назвать К, то треугольник CDE будет прямоугольный.

Тогда, так как $\angle CDE = 30^\circ$, то

$$CK = 0,5 \cdot CD = 20 \text{ см}$$

Опустим из точки О на ВС перпендикуляр ОТ. Его длина будет равна по условию $10\sqrt{3}$ см.

Тогда, так как треугольник ОВС – равносторонний, то $\angle BOT = 30^\circ$ и тогда

$$r = OB = OC = 10\sqrt{3} : \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 \text{ см}$$

Тогда длина дуги ВС будет равна:

$$2\pi r \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{6} = \frac{20\pi}{3}$$

Отрезок $NK = NB + BC + CK = 20 + 20 + 20 = 60$ см

НFEК – это прямоугольник, значит $NK = FE = 60$ см.

Тогда радиус полуокружности FK будет равен:

$$R = FE : 2 = 60 : 2 = 30 \text{ см}$$

Длина дуги FE равна:

$$2\pi R \frac{180^\circ}{360^\circ} = \pi R = 30\pi$$

Тогда длина кривой, начерченной роботом, будет равна

$$AF + AB + CD + DE + 30\pi + \frac{20\pi}{3} = 160 + \frac{110 \cdot 3,14}{3} = 275,13 \dots \approx 275 \text{ (см)}$$

Ответ: 275 см.

5. На робототехническом полигоне сделан лифт из двух неподвижных блоков, веревки и двух равных по массе платформ (масса каждой из платформ равна $M = 5 \text{ кг}$). Платформы располагались горизонтально, на одинаковой высоте от пола. Лифт находился в равновесии. Одну из платформ закрепили (привязали прочной ниткой) и на неё заехал робот. После его полной остановки веревку быстро убирают (см. схему лифта).

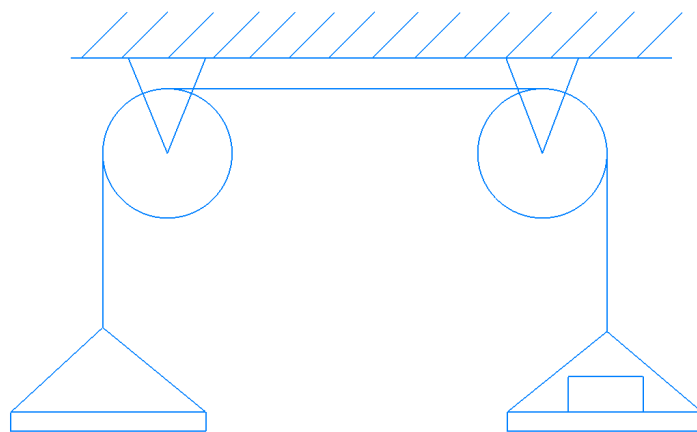


Схема лифта

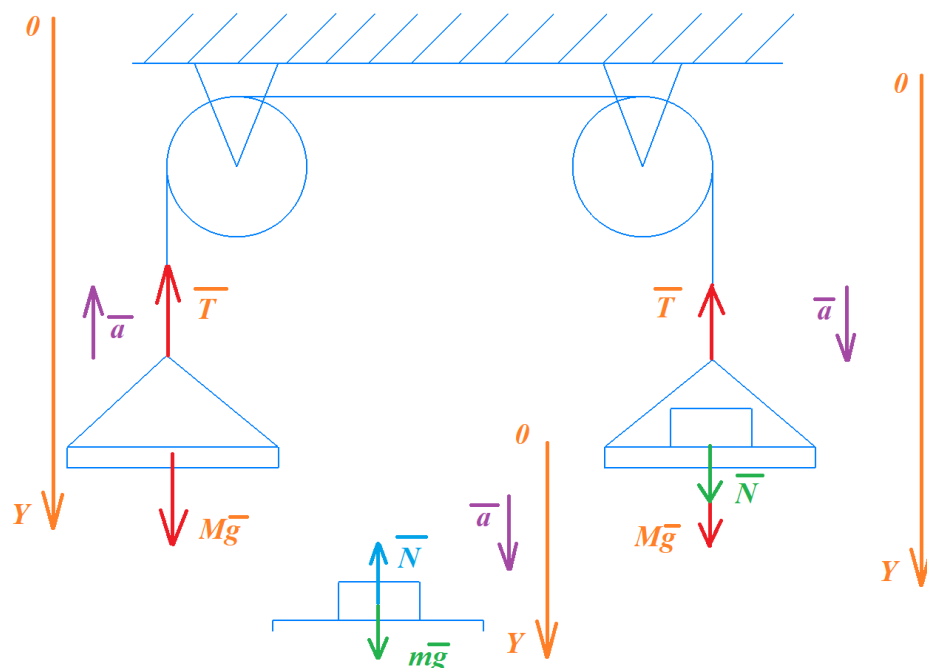
Определите время, за которое платформа с роботом опустится на $h = 2 \text{ м}$. Масса робота равна $m = 200 \text{ г}$. При расчетах примите $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Массой блоков и веревки можно пренебречь. Считайте, что трение в оси блока отсутствует, веревка нерастяжима. Ответ дайте в секундах, приведя результат с точностью до десятых. Чтобы получить более точный результата, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 4,6 с.

Решение

Обратим внимание на крепление платформ лифта. Можно показать, что сумма сил, действующих со стороны нитей, прикрепленных к платформе, будет равна вертикально расположенной силе натяжения.

Расставим силы на схеме, введем ось OY , направленную вертикально вниз:



Чтобы найти время, за которое платформа с роботом опустится, нам нужно определить ускорение, с которым будут двигаться платформы.

Запишем второй закон Ньютона для каждой из платформ и для робота. Спроецируем получившиеся векторные уравнения на ось ОУ.

Для левой платформы:

$$Mg - T = -Ma$$

$$T = Mg + Ma \quad (1)$$

Для робота:

$$mg - N = ma$$

$$N = mg - ma \quad (2)$$

Для правой платформы:

$$Mg - T + N = Ma \quad (3)$$

Подставим выражения для T и N из (1) и (2) в (3) и выразим ускорение a:

$$Mg - (Mg + Ma) + (mg - ma) = Ma$$

$$-Ma + mg - ma = Ma$$

$$a(2M + m) = mg$$

$$a = \frac{m}{2M + m} g$$

Определим время, за которое опустится платформа на величину h с нулевой начальной скоростью:

$$h = 0 + 0 + \frac{at^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h \cdot (2M + m)}{mg}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot (2 \cdot 5 + 0,2)}{0,2 \cdot 9,8}} \approx 4,562 \dots \approx 4,6(c)$$

Ответ: 4,6 с.

Ответы и критерии проверки

№	Ответ	Баллы
1	95 мин.	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
2	42°	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
3	75%	30 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
4	275 см.	20 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме
5	4,6 с.	10 баллов за полностью правильный ответ, приведённый в требуемой форме

Олимпиада школьников «Ломоносов», робототехника
Отборочный этап 2022/2023 учебного года
Баллы за верные ответы на задания

Номер задания	5-7 классы	8-9 классы	10-11 классы
1	20	20	20
2	20	20	30
3	20	30	20
4	20	20	20
5	20	10	10

Роботу необходимо нарисовать 4 разных изображения на полигоне таким образом, чтобы каждое из них было в произвольной зоне. Каждому участнику выдается фломастер произвольного цвета, который нужно закрепить на роботе. Для корректного использования фломастера, нужно собрать механизм, который позволит перемещаться роботу, не оставляя следов на поверхности.

Робототехнический полигон - баннерная ткань с нанесенной разметкой. Полигон разделен на 4 зоны черными линиями толщиной 3мм и имеет красный квадрат в центре - зона старта и финиша (сторона квадрата 25 см).

Рисунок - изображение, которое робот наносит на полигон с помощью фломастера. Для выполнения задачи доступно 4 разных рисунка: Линия, дуга, окружность и квадрат. Размер рисунков задан и не должен отличаться больше, чем на 2 см.

Задача

Робот должен в автономном режиме выполнить следующие действия:

- Начать движение в любом направлении из центра полигона - зоны старт/финиш;
- Нарисовать 4 рисунка в любой последовательности. Важно, чтобы в каждой зоне был только один рисунок. Допустима погрешность 3 см при нанесении изображений. При перемещении между рисунками робот не должен оставлять следов на полигоне. Если перед нанесением изображения маркер коснулся поверхности и оставил след, то этот рисунок засчитан не будет;
- Финишировать в зоне старт/финиш так;
- Зачетный заезд длится не более 3 минут (180 секунд);
- Если рисунок пересекает толстую линию полигона, то он не будет засчитан.

Размеры рисунков:

1. Линия: длина 25 см;
2. Дуга окружности: диаметр 40 см, длина 20 см;
3. Окружность: радиус 15 см;
4. Квадрат: периметр 80 см

Для демонстрации выполнения данной задачи дано две попытки. Первая попытка начинается через 60 минут после начала выполнения задания, вторая - через 60 минут после окончания первой попытки. Перед попыткой все участники прекращают работу над роботом и продолжают только после завершения всеми участниками зачетной попытки. Участник может отказаться от попытки. В зачет идет результат лучшей попытки.

Начисление баллов:

Действие	Балл за действие	Сумма
Робот полностью выехал со старта	5	5
Все точки вертикальной проекции робота покинули стартовую зону		
Изображен рисунок правильной формы	5*4	20
Изображен рисунок с верными размерами +- 3 см	5*4	20
Робот остановился в зоне финиша (при положительных баллах за рисунки)	5	5
Максимальный балл		50