

**Олимпиада школьников "Ломоносов" по физике**  
**2022/2023 учебный год**  
**ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП**

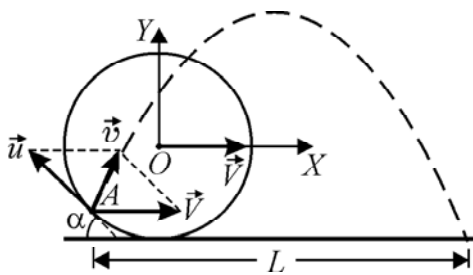
**Задание для 10 – 11 классов**

**1. (20 баллов).**



Два автомобиля едут друг за другом с постоянной скоростью  $V$  по горизонтальному прямолинейному шоссе. Асфальт на шоссе мокрый из-за недавно прошедшего дождя. На каком минимальном расстоянии  $S$  от переднего автомобиля должен держаться автомобиль, идущий позади, чтобы брызги от колес переднего автомобиля на него не попадали? При расчете учтите, что для впереди идущего автомобиля угол между горизонталью и касательной к заднему колесу, проведенной через край брызговика (см. рисунок), равен  $\alpha_0 = 42^\circ$ . Влиянием воздуха на движение капель воды можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ приведите в метрах, округлив до десятых.

**1. Решение.** Поскольку влияние воздуха мало, движение капли после отрыва от колеса автомобиля



происходит под действием только силы тяжести. В неподвижной системе отсчета скорость капли при отрыве от колеса в точке  $A$  равна скорости  $\vec{V}$  этой точки на поверхности колеса (см. рисунок). По закону сложения скоростей  $\vec{v} = \vec{u} + \vec{V}$ , где  $\vec{u}$  – скорость точки  $A$  относительно поступательно движущейся системы отсчета, связанной с центром колеса,  $\vec{V}$  – скорость автомобиля. Из условия отсутствия проскальзывания колес следует, что  $u = V$ .

Расположим координатную плоскость  $XOY$  в плоскости одного из задних колес автомобиля, идущего впереди. Начало координат совместим с мгновенным положением центра колеса, ось  $OX$  направим горизонтально в направлении движения машины, а ось  $OY$  – вертикально вверх (рис.). Очевидно, что движение капли будет происходить в плоскости  $XOY$ . Пусть вектор  $\vec{u}$  образует с горизонталью некоторый угол  $\alpha$ . Как следует из рисунка, проекции на оси координат скорости капли, отрывающейся от колеса в точке  $A$ , равны:

$$v_x = V - V \cos \alpha, \quad v_y = V \sin \alpha,$$

Траектория капли изображена на рис. штриховой линией. Пренебрегая высотой точки  $A$  над поверхностью шоссе по сравнению с высотой подъема капли, получаем время полета капли:

$$t_0 = \frac{2v_y}{g} = \frac{2V \sin \alpha}{g}.$$

Дальность полета капли составляет величину:

$$L = v_x t_0 = \frac{2V^2}{g} (\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha).$$

Перемещение идущего сзади автомобиля за время полета капли  $t_0$  равно:

$$L_A = V t_0 = \frac{2V^2 \sin \alpha}{g}.$$

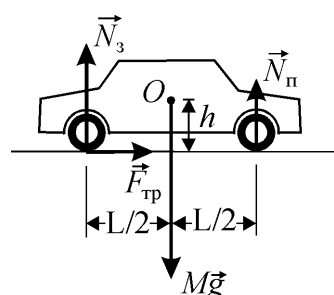
Следовательно, для того чтобы рассматриваемая капля не попала на этот автомобиль, расстояние между автомобилями должно быть не менее  $S = L_A - L = \frac{2V^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha$ . Максимум этого

выражения достигается при  $\alpha = 45^\circ$  и составляет  $S_{\max} = V^2 / g$ . С другой стороны, предельное значение угла  $\alpha$  равно  $\alpha_0$ , так как капли, оторвавшиеся от колеса выше точки, в которой касательная к окружности колеса составляет с горизонталью угол  $\alpha_0$ , будут задержаны брызговиком и колесной аркой, и на идущий сзади автомобиль не попадут. Таким образом, минимальное расстояние между автомобилями, при котором капли воды, поднятые в воздух

колесами первого автомобиля, не будут попадать на второй автомобиль, определяется соотношением  $S = \frac{2V^2}{g} \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$ . **Ответ:**  $S = \frac{2V^2}{g} \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$ .

**2. (23 балла).** С каким максимальным ускорением  $a_{\max}$  может тронуться с места автомобиль с задними ведущими колесами, если коэффициент трения между шинами и асфальтом  $\mu$ . Расстояние между передней и задней осями автомобиля  $L = 4$  м, а его центр тяжести расположен посередине между осями на расстоянии  $h = 0,8$  м от дороги. Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ округлите до сотых.

**2.Решение.** Автомобиль движется под действием сил, изображенных на рисунке, где  $M\vec{g}$  – сила тяжести,  $\vec{N}_3$  и  $\vec{N}_п$  – нормальные составляющие сил взаимодействия задних и передних колес автомобиля с дорогой, соответственно,  $\vec{F}_{тр}$  – сила трения покоя, приложенная к задним (ведущим) колесам. Перейдем в неинерциальную систему отсчета, связанную с автомобилем, и запишем в этой системе уравнение моментов относительно центра масс автомобиля (точки  $O$ ):  $N_3 \frac{L}{2} = N_п \frac{L}{2} + F_{тр} h$ .

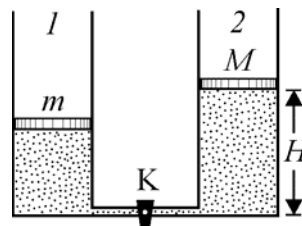


*Замечание.* В поступательно движущейся системе отсчета суммарный момент сил инерции, действующих на автомобиль, относительно его центра масс равен нулю. Обоснование этого утверждения можно найти, например, в книге: Г.Я. Мякишев. «Физика: Механика: 9 кл.» Учебник для углубленного изучения физики. М.: Дрофа, 1997, § 7.8.

Уравнение движения автомобиля в неподвижной системе отсчета имеет вид:  $Ma = F_{тр}$ . Учтем, что максимально возможное значение силы трения покоя  $(F_{тр})_{\max} = \mu N_3$ , и что  $N_п + N_3 = Mg$ . Решая записанную систему уравнений, получаем, что  $a_{\max} = \frac{\mu g}{2(1 - \mu h/L)}$ . **Ответ:**  $a_{\max} = \frac{\mu g}{2(1 - \mu h/L)}$ .

**3. (21 балла).** В гладком цилиндре 1 под поршнем массой  $m = 5$  кг находится идеальный газ.

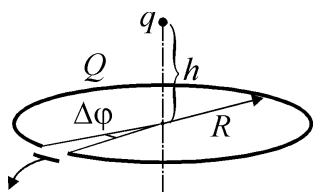
Цилиндр 1 соединен трубкой, снабженной краном, с таким же цилиндром 2, как показано на рисунке. Во втором цилиндре под поршнем массой  $M = 10$  кг находится такой же газ, как и в цилиндре 1. В начальном состоянии кран К закрыт, а поршень в цилиндре 2 находится на высоте  $H$  от дна. На какое расстояние  $\Delta h$  переместится поршень в цилиндре 1 после открывания крана? Температура газа в первом цилиндре в течение всего процесса поддерживается постоянной и равной  $T_1 = 300$  К, а во втором цилиндре – постоянной и равной  $T_2 = 350$  К. Объемом трубки с краном можно пренебречь, атмосферное давление не учитывайте. Толщина поршней больше диаметра соединительной трубки. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.



**3. Решение.** По условию задачи атмосферное давление не действует на поршни. Поскольку цилиндры являются гладкими, а находящийся в цилиндрах газ считается идеальным, уравнения состояния газа в цилиндрах до открывания крана можно представить в виде:  $mgh = \nu_1 RT_1$ ,  $MgH = \nu_2 RT_2$ , где  $h$  – начальная высота поршня в первом сосуде,  $g$  – модуль ускорения свободного падения,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – количества газа в цилиндрах. После открывания крана поршень во втором цилиндре будет медленно опускаться, т.к.

давление газа  $\frac{Mg}{S}$  в этом цилиндре больше давления газа  $\frac{mg}{S}$  в первом цилиндре. В приведенных соотношениях  $S$  – площадь поперечного сечения каждого из цилиндров. Процесс перемещения поршней закончится, когда более тяжелый поршень опустится на дно цилиндра 2, перекрыв соединительную трубку, а поршень в цилиндре 1 установится на такой высоте  $h + \Delta h$  при температуре  $T_1$  газа в нем, что  $mg(h + \Delta h) = (v_1 + v_2)RT_1$ . Подставляя в это уравнение значения  $v_1$  и  $v_2$  из первых двух соотношений, находим искомую высоту поднятия поршня в первом цилиндре:  $\Delta h = \frac{MT_1}{mT_2} H$ . **Ответ:**  $\Delta h = \frac{MT_1}{mT_2} H$ .

- 4. (18 баллов).** Тонкое диэлектрическое кольцо радиуса  $R = 10$  см равномерно зарядили зарядом  $Q$ . Затем из кольца вырезали и удалили небольшой кусочек, размер которого определяется малым углом  $\Delta\phi = 0,01$  рад. На расстоянии  $h = R$  от плоскости кольца на его оси поместили точечный заряд  $q = +1$  нКл. Найдите модуль  $F$  силы, действующей на заряд. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Ответ приведите в наноньютонах, округлив до целых.



- 4. Решение.** Напряженность  $\vec{E}_0$  электрического поля, создаваемого равномерно заряженным кольцом на его оси, направлена по оси кольца. Ее модуль определяется известным выражением  $E_0 = \frac{Qh}{4\pi\epsilon_0(R^2 + h^2)^{3/2}}$ . Подробный вывод этой формулы приведен, например, в учебнике: *Мякишев Г.Я., Сияков А.З., Слободсков Г.А. Физика: Электродинамика. 10–11 кл.: Учебник для углубленного изучения физики.* – М.: Дрофа, 2001, §1.16. При  $h = R$  модуль силы, действующей на заряд  $q$  со стороны целого кольца,

$$F_0 = \frac{Qq}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Согласно принципу суперпозиции, удаление небольшой части заряженного

кольца эквивалентно помещению на целое кольцо в месте выреза точечного заряда, равного по величине заряду  $\Delta Q = Q\Delta\phi/2\pi$  вырезанной части и противоположного ему по знаку. Этот заряд

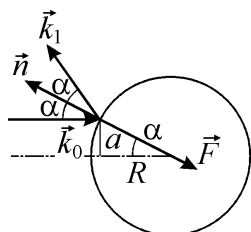
действует на заряд  $q$  силой  $F_1 = \frac{q\Delta Q}{4\pi\epsilon_0(R^2 + h^2)} = \frac{qQ\Delta\phi}{16\pi^2\epsilon_0 R^2}$ . Следовательно,  $\vec{F} = \vec{F}_0 + \vec{F}_1$  (см.

рисунок). По теореме косинусов имеем:  $F^2 = F_0^2 + F_1^2 - 2F_0F_1\cos\alpha$ , где  $\alpha = 45^\circ$ .

**Ответ:**  $F = \frac{qQ}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^2} \sqrt{1 - \frac{\Delta\phi}{\pi} + \frac{\Delta\phi^2}{2\pi^2}}.$

- 5. (18 баллов).** На закрепленный зеркальный шар радиусом  $R = 10$  см падает узкий параллельный пучок света мощностью  $N$ . Ось падающего пучка света проходит на расстоянии  $a = 5$  см от центра шара. Найдите модуль  $F$  силы, с которой свет действует на шар. Скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Ответ приведите в наноньютонах, округлив до десятых.

- 5. Решение.** При решении задачи будем считать шар неподвижным относительно инерциальной системы отсчета. Как известно, импульс фотона, обладающего энергией  $E$ , равен  $\vec{p}_0 = \vec{k}_0 \frac{E}{c}$ , где  $\vec{k}_0$  – единичный вектор, совпадающий с направлением скорости фотона. Поскольку на шар падает узкий параллельный пучок света, скорости всех падающих на шар фотонов направлены одинаково и



продолжения их векторов проходят на расстоянии  $a$  от центра шара, как показано на рисунке. По закону зеркального отражения угол падения и угол отражения равны. Поэтому приращение импульса фотона при зеркальном отражении от шара  $\Delta \vec{p}_\phi = \Delta \vec{k} \frac{E}{c}$  направлено по нормали  $\vec{n}$  к поверхности шара в точке падения. Здесь  $\Delta \vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_0 = 2 \vec{n} \cos \alpha$ ,  $\cos \alpha = \sqrt{1 - a^2 / R^2}$ . За время  $\Delta t$  на шар падает  $n_0 = \frac{N \Delta t}{E}$  фотонов. Следовательно, по закону изменения импульса и третьему закону Ньютона на шар со стороны фотонов действует сила  $\vec{F} = -n_0 \frac{\Delta \vec{p}_\phi}{\Delta t}$ . Эта сила направлена к центру шара, а её модуль равен  $F = 2 \frac{N}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}$ . **Ответ:**  $F = 2 \frac{N}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}$ .