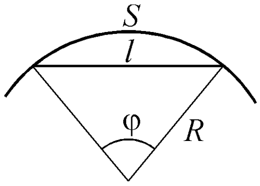
Олимпиада школьников "Ломоносов" по физике
2022/2023 учебный год
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

Задание для 7 – 9 классов

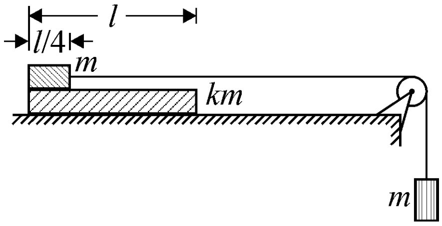
1. (20 баллов). Материальная точка, равномерно движущаяся по окружности, за время τ переместилась на расстояние $l = 4$ м, пройдя при этом путь, равный $S = \pi l/3 \approx 4{,}19$ м. Найдите ускорение a материальной точки. Ответ округлите до сотых.

1. Решение. Пусть R – радиус окружности, по которой движется материальная точка, а φ – угол, на который за время τ поворачивается линия, соединяющая точку с центром окружности. Из рисунка видно, что перемещение точки за время τ равно $l = 2R\sin\frac{\varphi}{2}$, а пройденный ею за это время путь $S = R\varphi$. Из этих соотношений получаем уравнение для угла φ, а именно $\varphi = 2\frac{S}{l}\sin\frac{\varphi}{2}$, или, с учетом условия задачи, $\varphi = \frac{2\pi}{3}\sin\frac{\varphi}{2}$. Непосредственной подстановкой убеждаемся в том, что решение этого уравнения: $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется точка, $R = l$. Учитывая, что модуль скорости точки $v = S/\tau$, получаем, что $a = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2}{9}\cdot\frac{l}{\tau^2}$.

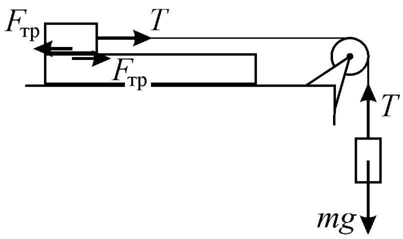


Ответ: $a = \frac{\pi^2}{9}\cdot\frac{l}{\tau^2}$.

2. (20 баллов). Брусок массой *m* лежит на доске массой *km*, как показано на рисунке. Доска располагается на гладком горизонтальном столе, а брусок соединен с грузом массой *m* с помощью невесомого блока и невесомой нерастяжимой нити, отрезок которой от блока до бруска горизонтален. Коэффициент трения между поверхностями доски и бруска $\mu = 0{,}3$. Груз удерживают так, что нить слегка натянута, и в некоторый момент времени отпускают из состояния покоя. Пренебрегая трением между поверхностью доски и столом, а также трением в оси блока, определите расстояние Δx, на которое сместится доска за время, в течение которого брусок будет находиться на доске всей своей поверхностью, если $k = 2$, длина доски *l*, а длина бруска равна*l*/4. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.



2. Решение. Тела системы движутся под действием сил, модули и направления которых изображены на рисунке, где mg – модуль силы тяжести, T – модуль силы натяжения нити, $F_{тр}$ – модуль силы трения скольжения между бруском и доской, причем $F_{тр} = \mu mg$. Согласно второму закону Ньютона, уравнения движения тел в проекциях направления их ускорений имеют вид:



$$ma_1 = T - \mu mg \text{ (для бруска)}, \quad ma_1 = mg - T \text{ (для груза)},$$
$$kma_2 = \mu mg \text{ (для доски)}.$$

Здесь a_1 – модуль ускорения бруска, равный модулю ускорения груза, a_2 – модуль ускорения доски. Из этой системы находим, что $a_1 = \frac{1-\mu}{2} g$, $a_2 = \frac{\mu}{k} g$. По закону равноускоренного движения перемещения бруска и доски за время t равны: $\Delta x_1(t) = \frac{a_1 t^2}{2}$ и $\Delta x_2(t) = \frac{a_2 t^2}{2}$. По условию эти перемещения связаны соотношением: $\Delta x_1(t_0) - \Delta x_2(t_0) = \frac{3}{4} l$, где t_0 – время движения бруска по доске всей поверхностью. Используя найденные выше значения ускорений бруска и доски, находим, что $t_0 = \sqrt{\frac{3kl}{g[k(1-\mu)-2\mu]}}$. Искомое перемещение доски $\Delta x = \Delta x_2(t_0)$.

Ответ: $\Delta x = \frac{3\mu l}{2[k(1-\mu)-2\mu]}$.

3. (20 баллов). В сосуд, содержащий воду массой $m_в = 200$ г при температуре $t_1 = 10$ °С, бросили кусок льда с вмерзшей в него железной деталью, имеющий суммарный объем $V = 125$ см^3 и температуру $t_2 = 0$ °С. После того как сосуду сообщили количество теплоты Q, температура его содержимого оказалась равной $t_3 = 20$ °С. Найдите массу детали $m_д$. Теплоемкостью сосуда и потерями теплоты можно пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_в = 4{,}2$ Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 334$ Дж/г, плотность льда $\rho_л = 0{,}9$ г/см^3, удельная теплоемкость железа $c_ж = 0{,}46$ Дж/(г·°С), плотность железа $\rho_ж = 7{,}8$г/см^3. Ответ приведите в граммах, округлив до целых.

3. Решение. Согласно первому закону термодинамики и условию задачи, количество теплоты, сообщенное сосуду, равно изменению внутренней энергии содержимого сосуда:

$$Q = m_в c_в (t_3 - t_1) + m_л \lambda + m_л c_в (t_3 - t_2) + m_д c_ж (t_3 - t_2),$$

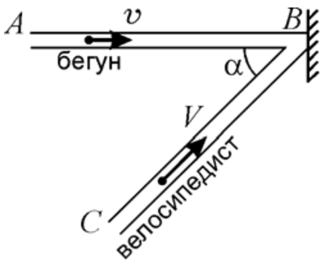
где $m_л$ – начальная масса льда, $m_д$ – масса детали. Поскольку объем льда вместе с деталью равен $V = \frac{m_д}{\rho_ж} + \frac{m_л}{\rho_л}$, то $m_л = \rho_л \left(V - \frac{m_д}{\rho_ж} \right)$. Подставляя массу льда в уравнение теплового баланса и выражая из него массу детали, получаем, что $m_д = \frac{m_в c_в (t_3 - t_1) + \rho_л V[\lambda + c_в (t_3 - t_2)] - Q}{(\rho_л / \rho_ж)[\lambda + c_в (t_3 - t_2)] - c_ж (t_3 - t_2)}$.

Ответ: $m_д = \frac{m_в c_в (t_3 - t_1) + \rho_л V[\lambda + c_в (t_3 - t_2)] - Q}{(\rho_л / \rho_ж)[\lambda + c_в (t_3 - t_2)] - c_ж (t_3 - t_2)}$.

4. (20 баллов). Два проводника, соединённые параллельно, имеют сопротивление $R_{пар}$. Сопротивление одного из этих проводников равно $R_1 = 4$ Ом. Найдите сопротивление цепи $R_{посл}$ при последовательном соединении этих проводников. Ответ округлите до десятых.

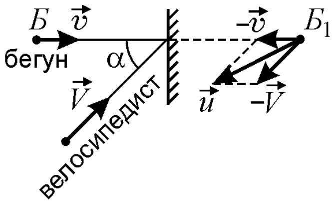
4. Решение. При параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление определяется по формуле $\frac{1}{R_{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, из которой следует, что $R_{пар} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$. Пусть сопротивление R_1 известно. Тогда $R_2 = \frac{R_1 \cdot R_{пар}}{R_1 - R_{пар}}$. При последовательном соединении этих проводников их общее сопротивление $R_{посл} = R_1 + R_2 = \frac{R_1^2}{R_1 - R_{пар}}$.

Ответ: $R_{\text{посл}} = \dfrac{R_1^2}{R_1 - R_{\text{пар}}}$.



5. (20 баллов). Две прямых дороги *AB* и *CB* пересекаются в точке *B* под углом $\alpha = 45°$. На перекрестке *B* установлено широкое плоское зеркало, расположенное перпендикулярно дороге *AB* так, что велосипедист, едущий к точке *B* по дороге *CB*, видит в зеркале бегуна, направляющегося к точке *B* по дороге *AB*. Какова скорость бегуна *v*, если скорость велосипедиста *V*, а изображение бегуна приближается к велосипедисту с относительной скоростью $u = \sqrt{2}\cdot V$? Ответ приведите в км/час, округлив до десятых.

5. Решение. Построение изображения $Б_1$ бегуна *Б* представлено на рисунке. Относительно



неподвижного наблюдателя это изображение движется по прямой $Б_1Б$ навстречу бегуну со скоростью, модуль которой равен v. Используя закон сложения скоростей, находим, что относительно велосипедиста изображение бегуна движется со скоростью $\vec{u} = -\vec{v} - \vec{V}$. По теореме косинусов: $u^2 = v^2 + V^2 - 2vV\cos(\pi - \alpha)$. Учитывая, что $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$, получаем квадратное уравнение: $v^2 + 2vV\cos\alpha + V^2 - u^2 = 0$. Условию задачи удовлетворяет положительный корень: $v = \sqrt{V^2\cos^2\alpha + u^2 - V^2} - V\cos\alpha$.

Ответ: $v = \left(\sqrt{\cos^2\alpha + 1} - \cos\alpha\right)V$.