

**Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова**  
**Олимпиада «Ломоносов 2022/2023» по физике**  
**Заключительный этап для 7-х – 9-х классов**

**1.1. Задача.** Шуховская телебашня в Москве имеет высоту  $H = 148,5$  м и массу  $M = 240$  т. Какую массу  $m$  будет иметь точная копия этой башни, если ее изготовить из материала, плотность которого  $\rho_2$  в 3 раза меньше плотности материала  $\rho_1$  оригинальной конструкции:  $\rho_2 = \rho_1/3$ . Высота копии башни  $h = 50$  см. Ответ выразить в граммах и округлить до целых.

**1.1. Решение.** Отношение линейных размеров башни и ее копии:  $\frac{H}{h} = \alpha$ . Тогда

отношение объемов конструкций башни и ее копии:  $\frac{V_{\text{башни}}}{V_{\text{копии}}} = \alpha^3 = \left(\frac{H}{h}\right)^3$ . Плотности

материалов оригинальной конструкции и копии равны соответственно  $\rho_1 = \frac{M}{V_{\text{башни}}}$  и

$\rho_2 = \frac{m}{V_{\text{копии}}}$ . Следовательно,  $m = \frac{M}{3} \left(\frac{h}{H}\right)^3 = 3 \text{ г}$ .

**Ответ:**  $m = \frac{M}{3} \left(\frac{h}{H}\right)^3 = 3 \text{ г}$ .

**Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):**

Записано отношение линейных размеров башни и ее копии – 3б;

Найдено отношение объемов конструкций башни и ее копии – 5б;

Правильно учтено определение плотности материалов оригинальной конструкции и копии – 5б;

Найдено общее выражение для массы башни – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б.

**2.1. Задача.** Горячий чай наливают до краев в большую кружку цилиндрической формы. В результате теплообмена с окружающей средой чай охлаждается на  $\Delta t = 1^\circ\text{C}$  за время  $\tau_1 = 1$  мин. За какое время  $\tau_2$  охладится на  $\Delta t = 1^\circ\text{C}$  тот же чай, если его разлить на восемь одинаковых маленьких кружек, наполнив их до краев? Считайте, что большая и маленькая кружки подобны друг другу. Теплоемкостью кружек пренебречь.

**2.1. Решение.** Масса  $m_1$  и объем чая  $V_1$  в большой кружке и масса  $m_2$  и объем чая  $V_2$  в маленькой кружке различаются в восемь раз:  $m_1 = 8m_2$ ,  $V_1 = 8V_2$ . Объем каждой чашки пропорционален кубу характерного размера чашки, а площадь поверхности – квадрату характерного объема. Следовательно, площади поверхностей  $S_1$  и  $S_2$  различаются в четыре раза. Тогда можно записать:

$$cm_1\Delta t = kS_1(t_0 - t)\tau_1, \quad cm_2\Delta t = kS_2(t_0 - t)\tau_2.$$

Здесь  $c$  – удельная теплоемкость,  $t_0$  – температура окружающей среды.

Преобразуя записанные соотношения, получаем:

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{2} = 0,5 \text{ мин.}$$

**Ответ:**  $\tau_2 = \frac{\tau_1}{2} = 0,5 \text{ мин.}$

**Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):**

Правильно записана формула для количества теплоты  $Q = cmt$  – 3б;

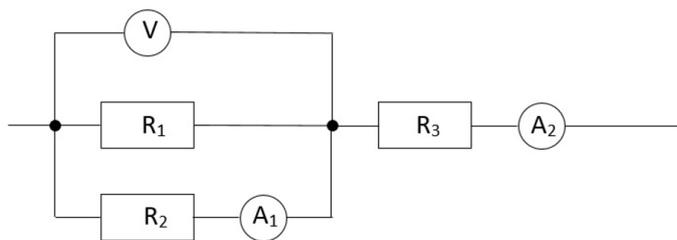
Записана связь скорости остывания от площади поверхности – 5б;

Записаны уравнения теплового баланса – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б

**3.1. Задача.** На рисунке приведен участок цепи постоянного тока. Сопротивления резисторов  $R_1 = R_3$ . Показания амперметров  $A_1$  и  $A_2$  равны  $I_1 = 0,2$  А и  $I_2 = 1,2$  А соответственно. Показание идеального вольтметра  $V$  равно  $U = 12$  В.



Определите мощность  $P_3$ , выделяющуюся на резисторе  $R_3$ . Сопротивлением подводящих проводов и обоих амперметров пренебречь.

**3.1. Решение.** Сила тока через резистор  $R_1$  равна  $I = \frac{U}{R_1}$ . Так как сопротивление вольтметра велико, то  $I + I_1 = I_2$ . Преобразуя записанные соотношения, получаем выражение для сопротивления первого резистора  $R_1 = \frac{U}{I_2 - I_1}$ .

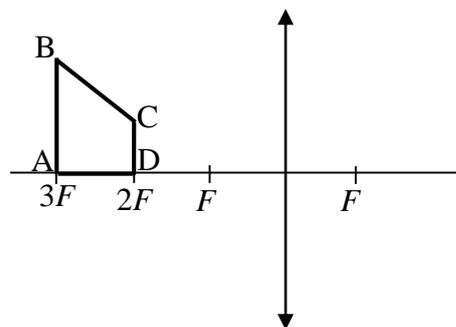
Следовательно, искомая мощность равна  $P_3 = I_2^2 R_3 = I_2^2 R_1 = \frac{UI_2^2}{I_2 - I_1} = 17,28$  Вт.

**Ответ:**  $P_3 = \frac{UI_2^2}{I_2 - I_1} = 17,28$  Вт.

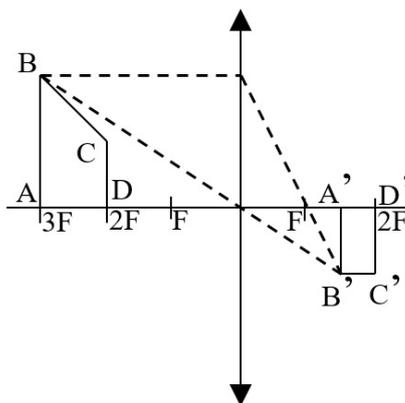
**Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):**

- Правильно записан закон Ома для сопротивления  $R_1$  – 3б;
- Записана связь токов протекающих через сопротивления – 5б;
- Правильно записана формула для мощности тока на участках цепи – 5б;
- Получено решение в общем случае – 5б;
- Получен верный численный ответ – 2б

**4.1. Задача.** Прямоугольная трапеция ABCD расположена перед тонкой линзой с фокусным расстоянием  $F = 20$  см так, как показано на рисунке (*рисунок сделан не в масштабе!*). Определите площадь изображения этой трапеции. Стороны AB и CD трапеции перпендикулярны главной оптической оси линзы.  $AB = 0,2 F$ ,  $CD = 0,1 F$ ,  $AD = F$ . Ответ приведите в  $\text{см}^2$ .



**4.1. Решение.** Построим изображение трапеции (*рисунок сделан не в масштабе!*):



Получим прямоугольник со сторонами  $0,1 F$  и  $F/2$ . Следовательно, площадь изображения равна  $S = \frac{0,1F^2}{2} = 20 \text{ см}^2$ .

**Ответ:**  $S = \frac{0,1F^2}{2} = 20 \text{ см}^2$ .

**Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):**

Правильно построено изображение хотя бы одной точки трапеции – 3б;

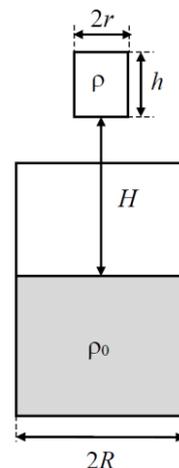
Правильно построено полное изображение всей трапеции – 5б;

Выражены геометрические размеры изображения через фокусное расстояние линзы – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

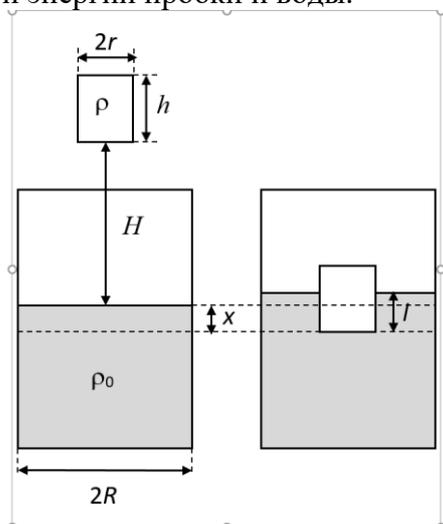
Получен верный численный ответ – 2б

**1.10.1. Задача.** Пробка, имеющая цилиндрическую форму радиусом  $r = 5$  см и высотой  $h = 2$  см, без начальной скорости падает в сосуд, который заполнен водой частично, поэтому при падении пробки вода из сосуда не выливается. Сосуд также имеет форму цилиндра радиусом  $R = 50$  см. До падения высота нижнего торца пробки над уровнем воды была равна  $H = 20$  см. Плотность материала, из которого сделана пробка, равна  $\rho = 400$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды –  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Какое количество теплоты выделится после того, как движение пробки и воды прекратится?



**1.10.1. Решение.**

После того, как движение пробки и воды прекратится, изменение кинетической энергии воды и пробки равно нулю, поэтому выделившееся количество теплоты будет равно изменению потенциальной энергии пробки и воды.



Определим глубину погружения пробки в жидкость:

$$\rho gh\pi r^2 = \rho_0 gl\pi r^2,$$

$$l = \frac{\rho h}{\rho_0}.$$

Уменьшение потенциальной энергии пробки равно  $mg(H + x)$ , где  $m = \rho h\pi r^2$  Увеличение

потенциальной энергии жидкости равно  $\Delta mg \frac{l-x}{2}$ , где  $\Delta m$  – масса жидкости,

потенциальная энергия которой увеличилась.

Поскольку

$$\pi R^2 \cdot x = \pi (R^2 - r^2) \cdot l,$$

$$x = \frac{R^2 - r^2}{R^2} l = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) l.$$

Определим массу жидкости  $\Delta m$ :

$$\Delta m = \rho_0 \pi R^2 x = \rho_0 \pi R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) l = \rho_0 \pi R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho h}{\rho_0} = \rho h \pi (R^2 - r^2)$$

В соответствии с законом сохранения механической энергии запишем

$$Q = mg(H + x) - \Delta mg \frac{l-x}{2}.$$

Подставив в формулу для определения количества теплоты выражения для  $m$ ,  $\Delta t$ ,  $x$ , и  $l$ , получим:

$$\begin{aligned}
 Q &= \rho h \pi r^2 g \left( H + \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) - \rho h \pi (R^2 - r^2) g \frac{1 - \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)}{2} \frac{\rho h}{\rho_0} = \\
 &= \rho h \pi r^2 g \left( H + \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) - \rho h \pi (R^2 - r^2) g \frac{r^2}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} = \rho h \pi r^2 g \left( H + \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{(R^2 - r^2)}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \\
 &= \rho h \pi r^2 g \left( H + \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{(R^2 - r^2)}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \rho h \pi r^2 g \left( H + \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \\
 &= \rho h \pi r^2 g \left( H + \frac{\rho h}{2\rho_0} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) = 400 \cdot 0,02 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 10 \cdot \left( 0,2 + \frac{400 \cdot 0,02}{2 \cdot 1000} \left( 1 - \frac{0,05^2}{0,5^2} \right) \right) \approx 128 \text{ мДж.}
 \end{aligned}$$

**Ответ:**  $Q = \rho h \pi r^2 g \left( H + \frac{\rho h}{2\rho_0} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) \approx 128 \text{ мДж.}$

**Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):**

Определены глубину погружения пробки в жидкость – 2б;

Определена высота  $x$  слоя жидкости, которая участвует в изменении потенциальной энергии жидкости – 4б;

Определена масса слоя жидкости, которая участвует в изменении потенциальной энергии жидкости – 4б;

Верно записан закон изменения механической энергии – 4б;

Получено выражение для выделившегося количества теплоты – 4б;

Получен верный численный ответ – 2б.