

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Олимпиада «Ломоносов 2022/2023» по физике
Заключительный этап для 7-х – 9-х классов

1.1. Задача. Шуховская телебашня в Москве имеет высоту $H = 148,5$ м и массу $M = 240$ т. Какую массу m будет иметь точная копия этой башни, если ее изготовить из материала, плотность которого ρ_2 в 3 раза меньше плотности материала ρ_1 оригинальной конструкции: $\rho_2 = \rho_1/3$. Высота копии башни $h = 50$ см. Ответ выразить в граммах и округлить до целых.

1.1. Решение. Отношение линейных размеров башни и ее копии: $\frac{H}{h} = \alpha$. Тогда

отношение объемов конструкций башни и ее копии: $\frac{V_{\text{башни}}}{V_{\text{копии}}} = \alpha^3 = \left(\frac{H}{h}\right)^3$. Плотности

материалов оригинальной конструкции и копии равны соответственно $\rho_1 = \frac{M}{V_{\text{башни}}}$ и

$\rho_2 = \frac{m}{V_{\text{копии}}}$. Следовательно, $m = \frac{M}{3} \left(\frac{h}{H}\right)^3 = 3 \text{ г}$.

Ответ: $m = \frac{M}{3} \left(\frac{h}{H}\right)^3 = 3 \text{ г}$.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Записано отношение линейных размеров башни и ее копии – 3б;

Найдено отношение объемов конструкций башни и ее копии – 5б;

Правильно учтено определение плотности материалов оригинальной конструкции и копии – 5б;

Найдено общее выражение для массы башни – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б.

2.1. Задача. Горячий чай наливают до краев в большую кружку цилиндрической формы. В результате теплообмена с окружающей средой чай охлаждается на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ за время $\tau_1 = 1$ мин. За какое время τ_2 охладится на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ тот же чай, если его разлить на восемь одинаковых маленьких кружек, наполнив их до краев? Считайте, что большая и маленькая кружки подобны друг другу. Теплоемкостью кружек пренебречь.

2.1. Решение. Масса m_1 и объем чая V_1 в большой кружке и масса m_2 и объем чая V_2 в маленькой кружке различаются в восемь раз: $m_1 = 8m_2$, $V_1 = 8V_2$. Объем каждой чашки пропорционален кубу характерного размера чашки, а площадь поверхности – квадрату характерного объема. Следовательно, площади поверхностей S_1 и S_2 различаются в четыре раза. Тогда можно записать:

$$cm_1\Delta t = kS_1(t_0 - t)\tau_1, \quad cm_2\Delta t = kS_2(t_0 - t)\tau_2.$$

Здесь c – удельная теплоемкость, t_0 – температура окружающей среды.

Преобразуя записанные соотношения, получаем:

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{2} = 0,5 \text{ мин.}$$

Ответ: $\tau_2 = \frac{\tau_1}{2} = 0,5 \text{ мин.}$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записана формула для количества теплоты $Q = cm\Delta t$ – 3б;

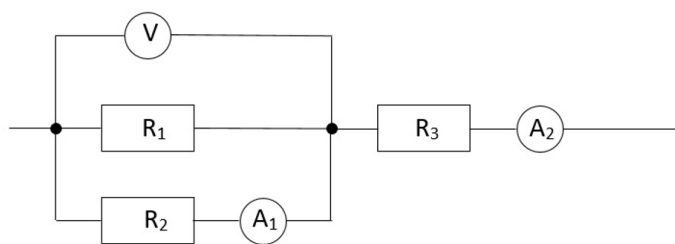
Записана связь скорости остывания от площади поверхности – 5б;

Записаны уравнения теплового баланса – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б

3.1. Задача. На рисунке приведен участок цепи постоянного тока. Сопротивления резисторов $R_1 = R_3$. Показания амперметров A_1 и A_2 равны $I_1 = 0,2$ А и $I_2 = 1,2$ А соответственно. Показание идеального вольтметра V равно $U = 12$ В. Определите мощность P_3 , выделяющуюся на резисторе R_3 . Сопротивлением подводящих проводов и обоих амперметров пренебречь.



3.1. Решение. Сила тока через резистор R_1 равна $I = \frac{U}{R_1}$. Так как сопротивление вольтметра велико, то $I + I_1 = I_2$. Преобразуя записанные соотношения, получаем выражение для сопротивления первого резистора $R_1 = \frac{U}{I_2 - I_1}$.

Следовательно, искомая мощность равна $P_3 = I_2^2 R_3 = I_2^2 R_1 = \frac{UI_2^2}{I_2 - I_1} = 17,28$ Вт.

Ответ: $P_3 = \frac{UI_2^2}{I_2 - I_1} = 17,28$ Вт.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно записан закон Ома для сопротивления R_1 – 3б;

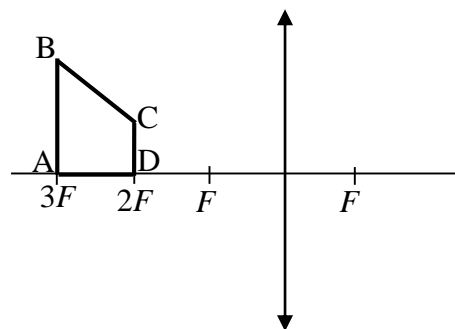
Записана связь токов протекающих через сопротивления – 5б;

Правильно записана формула для мощности тока на участках цепи – 5б;

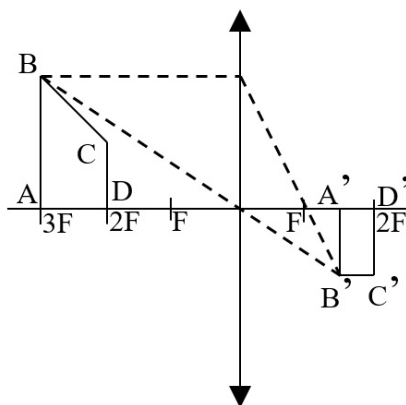
Получено решение в общем случае – 5б;

Получен верный численный ответ – 2б

4.1. Задача. Прямоугольная трапеция ABCD расположена перед тонкой линзой с фокусным расстоянием $F = 20$ см так, как показано на рисунке (*рисунок сделан не в масштабе!*). Определите площадь изображения этой трапеции. Стороны AB и CD трапеции перпендикулярны главной оптической оси линзы. $AB = 0,2 F$, $CD = 0,1 F$, $AD = F$. Ответ приведите в см^2 .



4.1. Решение. Построим изображение трапеции (*рисунок сделан не в масштабе!*):



Получим прямоугольник со сторонами $0,1 F$ и $F/2$. Следовательно, площадь изображения равна $S = \frac{0,1F^2}{2} = 20 \text{ см}^2$.

Ответ: $S = \frac{0,1F^2}{2} = 20 \text{ см}^2$.

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Правильно построено изображение хотя бы одной точки трапеции – 3б;

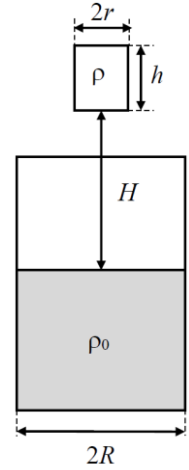
Правильно построено полное изображение всей трапеции – 5б;

Выражены геометрические размеры изображения через фокусное расстояние линзы – 5б;

Получено решение в общем случае – 5б;

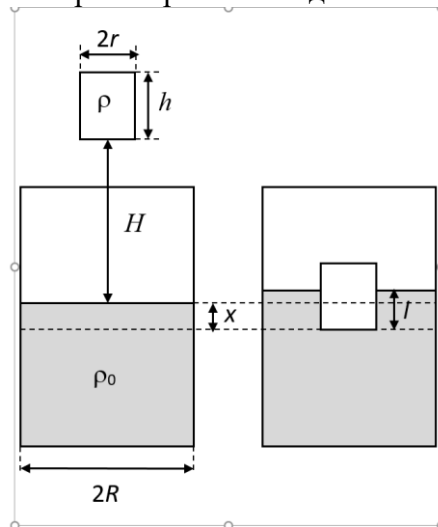
Получен верный численный ответ – 2б

1.10.1. Задача. Пробка, имеющая цилиндрическую форму радиусом $r = 5$ см и высотой $h = 2$ см, без начальной скорости падает в сосуд, который заполнен водой частично, поэтому при падении пробки вода из сосуда не выливается. Сосуд также имеет форму цилиндра радиусом $R = 50$ см. До падения высота нижнего торца пробки над уровнем воды была равна $H = 20$ см. Плотность материала, из которого сделана пробка, равна $\rho = 400$ кг/м³, плотность воды — $\rho_0 = 1000$ кг/м³. Какое количество теплоты выделится после того, как движение пробки и воды прекратится?



1.10.1. Решение.

После того, как движение пробки и воды прекратится, изменение кинетической энергии воды и пробки равно нулю, поэтому выделившееся количество теплоты будет равно изменению потенциальной энергии пробки и воды.



Определим глубину погружения пробки в жидкость:

$$\rho g h \pi r^2 = \rho_0 g l \pi r^2,$$

$$l = \frac{\rho h}{\rho_0}.$$

Уменьшение потенциальной энергии пробки равно $mg(H + x)$, где $m = \rho h \pi r^2$ Увеличение

потенциальной энергии жидкости равно $\Delta m g \frac{l - x}{2}$, где Δm — масса жидкости,

потенциальная энергия которой увеличилась.

Поскольку

$$\pi R^2 \cdot x = \pi (R^2 - r^2) \cdot l,$$

$$x = \frac{R^2 - r^2}{R^2} l = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) l.$$

Определим массу жидкости Δm :

$$\Delta m = \rho_0 \pi R^2 x = \rho_0 \pi R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) l = \rho_0 \pi R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho h}{\rho_0} = \rho h \pi (R^2 - r^2)$$

В соответствие с законом сохранения механической энергии запишем

$$Q = mg(H + x) - \Delta m g \frac{l - x}{2}.$$

Подставив в формулу для определения количества теплоты выражения для m , Δt , x , и l , получим:

$$\begin{aligned}
 Q &= \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) - \rho h \pi (R^2 - r^2) g \frac{1 - \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)}{2} \frac{\rho h}{\rho_0} = \\
 &= \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) - \rho h \pi (R^2 - r^2) g \frac{r^2}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} = \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{(R^2 - r^2)}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \\
 &= \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{(R^2 - r^2)}{2R^2} \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \rho h \pi r^2 g \left(H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{\rho h}{\rho_0} \right) = \\
 &= \rho h \pi r^2 g \left(H + \frac{\rho h}{2\rho_0} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) = 400 \cdot 0,02 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 10 \cdot \left(0,2 + \frac{400 \cdot 0,02}{2 \cdot 1000} \left(1 - \frac{0,05^2}{0,5^2} \right) \right) \approx 128 \text{ мДж.}
 \end{aligned}$$

Ответ: $Q = \rho h \pi r^2 g \left(H + \frac{\rho h}{2\rho_0} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) \approx 128 \text{ мДж.}$

Критерии оценки задачи (всего 20 баллов):

Определены глубину погружения пробки в жидкость – 2б;

Определена высота x слоя жидкости, которая участвует в изменении потенциальной энергии жидкости – 4б;

Определена масса слоя жидкости, которая участвует в изменении потенциальной энергии жидкости – 4б;

Верно записан закон изменения механической энергии – 4б;

Получено выражение для выделившегося количества теплоты – 4б;

Получен верный численный ответ – 2б.