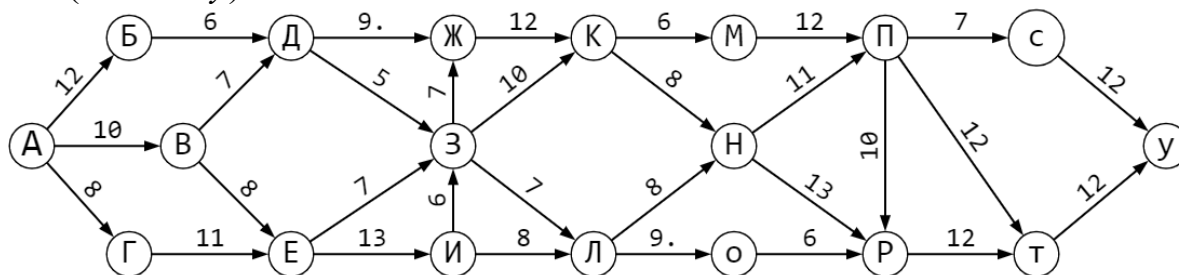


Задача №1 (5 баллов)

На соревновании робот должен проехать от старта (точка А) до финиша (точка У) за наименьшее время. По регламенту движение разрешено только по линиям в направлении, указанном стрелками. Линии, связывающие старт с финишем, показаны на схеме (см. схему).



Схема

Числами на схеме обозначено количество секунд, которое робот потратит на проезд данного участка. Менять отрезок, вдоль которого движется робот, можно только на перекрёстках, обозначенных кругами.

А) (3 балла) За какое минимальное время робот может доехать от старта до финиша, ни разу не нарушив регламент? Ответ дайте в секундах.

Б) (2 балла) Укажите путь, по которому должен двигаться робот, чтобы пройти поле за минимальное время. В ответ запишите последовательность заглавных букв, обозначающих вершины в порядке их посещения, например А-Б-Д-Ж-К-М-П-С-У.

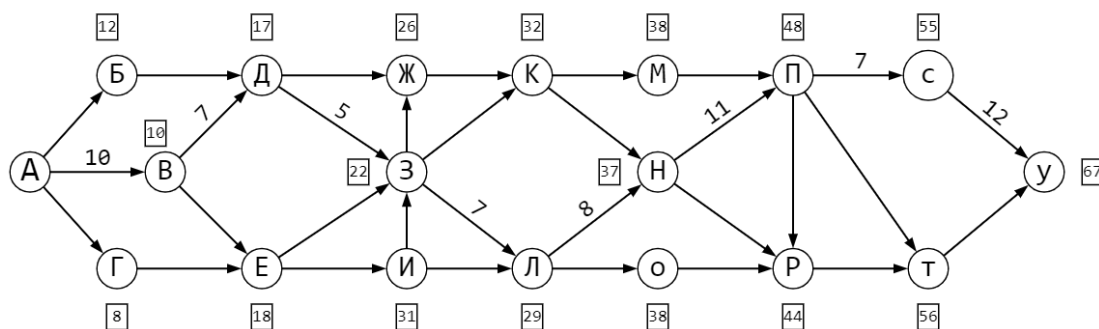
Ответ:

А) 67 секунд;

Б) А-В-Д-З-Л-Н-П-С-У.

Решение

Будем обходить вершины последовательно, в направлении от А к У, пометая около каждой вершины то время, которое мы затратили для того, чтобы до неё добраться от точки старта. Если до вершины можно добраться несколькими путями, то в качестве пометки мы выберем минимальное время из имеющихся показателей. Получим:



Самым быстрым окажется путь: А-В-Д-З-Л-Н-П-С-У.

Он займёт

$$10+7+5+7+8+11+7+12=67 \text{ секунд.}$$

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.
5-7 классы. 2023–2024 уч. г.

Ответ:

А) 67 секунд;

Б) А-В-Д-З-Л-Н-П-С-У.

№ п/п	Критерий	Баллы
	Пункт А	
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (67 секунд)	3
2	Дан неоптимальный ответ. Результат отличается от нужного не более чем на 5 секунд (67 ±секунд).	1
3	Приведён только верный ответ (67 секунд)	1
	Пункт Б	
4	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (А-В-Д-З-Л-Н-П-С-У)	2
5	Приведён только верный ответ (А-В-Д-З-Л-Н-П-С-У)	1

Задание №2 (5 баллов)

На выставке роботов в одном из залов показывали роботов, которые всегда говорят правду, и роботов, которые всегда лгут. Внешне все роботы выглядят одинаково. Роботов распаковали и расставили в ряд, при этом роботы разных типов оказались перемешаны.

Технику нужно развесить ярлыки на роботов, указав какие из роботов говорят правду, а какие — лгут. Он задал каждому из роботов по вопросу. Ответы, которые дали роботы:

Робот №1: Число 234567 делится на 9 без остатка;

Робот №2: Робот №1 — лжец;

Робот №3: Робот №2 — лжец;

Робот №4: Робот №3 говорит правду;

Робот №5: Робот №2 говорит правду;

Робот №6: Робот №1 говорит правду;

Робот №7: Робот №5 — лжец;

Робот №8: Робот №5 говорит правду;

Робот №9: Робот №4 — лжец.

Определите номера роботов, которые лгут. В ответ запишите число, составленное из номеров **лгущих** роботов, упорядоченных по возрастанию, например, 1234.

Ответ: 2589.

Решение

По имеющимся ответам, мы сможем разделить роботов на две группы.

Ответы, которые дали роботы:

Робот №1: Число 234567 делится на 9 без остатка;

Робот №2: Робот №1 — лжец;

Робот №3: Робот №2 — лжец;

Робот №4: Робот №3 говорит правду;

Робот №5: Робот №2 говорит правду;

Робот №6: Робот №1 говорит правду;

Робот №7: Робот №5 — лжец;

Робот №8: Робот №5 говорит правду;

Робот №9: Робот №4 — лжец.

Так как число 234567 делится на 9 без остатка, то робот №1 говорит правду. Значит, робот №2 - лжёт, а робот №3 - говорит правду и так далее.

Роботов можно разделить на две группы: №1, №3, №4, №6 и №7 - говорят правду. А роботы №2, №5, №8 и №9 -лгут.

Нам нужно записать в ответ в порядке возрастания номера роботов, которые лгут.

Получим: 2589

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (2589)	5
2	Приведён только верный ответ (2589).	3

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.
5-7 классы. 2023–2024 уч. г.

Задание №3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами равного радиуса. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Диаметр колёс робота равен 10 см.

По середине между центрами колёс робота установлен маркер. Робот чертит ломаную. Известно, что она состоит из 5 прямых отрезков. После того, как робот начертит очередной отрезок, он совершает танковый разворот на 90° направо. Каждый следующий начерченный отрезок длиннее предыдущего на 2 оборота колеса робота. Длина первого отрезка ломаной равна 50 см.

Определите, чему равна длина ломаной, начерченной роботом. Ответ дайте в дециметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 88 дм

Решение

Длина окружности колеса равна

$$3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ (см)}$$

При танковом развороте точка, расположенная по середине между колёс, совершает разворот на месте, значит при поворотах робот не будет чертить никаких линий.

Определим длины остальных отрезков ломаной:

$$50 + 2 \cdot 31,4 = 50 + 62,8 = 112,8 \text{ (см)}$$

$$112,8 + 62,8 = 175,6 \text{ (см)}$$

$$175,6 + 62,8 = 238,4 \text{ (см)}$$

$$238,4 + 62,8 = 301,2 \text{ (см)}$$

Длина ломаной равна:

$$50 + 112,8 + 175,6 + 238,4 + 301,2 = 878 \text{ (см)}$$

$$878 \text{ см} = 87,8 \text{ дм} \approx 88 \text{ дм}$$

Ответ: 88 дм.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (88 дм)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято пи другой точности, при этом ответ отличается не более чем на 2 дм ($88 \cong 2 \text{ дм}$)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен.	5
4	Приведён только верный ответ (88 дм)	3

Задание №4 (10 баллов)

На соревновании робот должен преодолеть прямолинейную трассу. Рома решил, что во время заезда его робот будет двигаться равномерно и прямолинейно. На попытке он использовал колёса диаметром 60 мм и между мотором и колёсами поставил одноступенчатую передачу. Данная передача была «самая быстрая», какую можно собрать из трёх шестерёнок с 8 зубьями, двух шестерёнок с 24 зубьями и двумя шестерёнками с 40 зубьями. При этом для создания передачи были использованы все семь шестерёнок. Робот проехал трассу за 24 секунды.

Определите, какова длина трассы, которую проехал робот, если мотор за 2 секунды поворачивается на 270° . Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только после получения финального результата.

Ответ: 848 см.

Решение

$$60 \text{ мм} = 6 \text{ см}$$

Определим, на сколько градусов повернулась ось мотора:

$$24:2 \cdot 270^\circ = 3 \cdot 240^\circ$$

Определим, сколько оборотов сделала ось мотора:

$$3 \cdot 240^\circ : 360^\circ = 9 \text{ (об.)}$$

Самая быстрая одноступенчатая передача, которую можно получить из набора предложенных шестерёнок, может ускорять вращение оси колёс в

$$40:8=5 \text{ раз}$$

Определим, сколько оборотов сделало каждое из колёс:

$$9 \cdot 5 = 45 \text{ (об.)}$$

Длина окружности колеса равна:

$$6 \cdot \pi = 6\pi \text{ (см)}$$

Длина пути, который проделал робот равна:

$$6\pi \cdot 45 \approx 6 \cdot 3,14 \cdot 45 \equiv 847,8 \approx 848 \text{ (см)}$$

Ответ: 848 см.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (848 см)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято π не рекомендованной точности, при этом ответ отличается не более чем на 5 см ($848 \text{ см} \pm 2 \text{ дм}$)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определено, во сколько раз передача из данных шестерёнок может ускорить вращение ведомой оси (5 раз) и длина окружности колеса (6π или 18,84 см)	5

4	Приведён только верный ответ (848 см)	3
---	---------------------------------------	---

Задание №5 (10 баллов)

Для макета ветряной мельницы Рома собрал двухступенчатую передачу (см. *Схему передачи*).

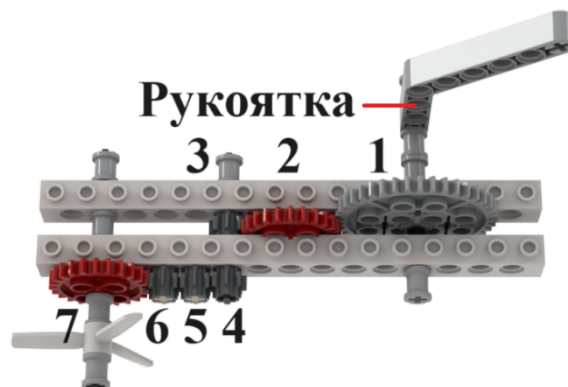


Схема передачи

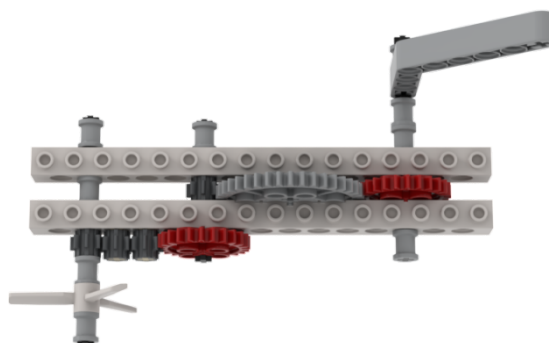
Винт можно вращать с помощью рукоятки, расположенной сзади. Передача собрана из четырёх шестерёнок с 8 зубьями, двух шестерёнок с 24 зубьями и одной шестерёнки с 40 зубьями. Опробовав механизм, Рома заметил, что винт крутится не очень быстро. Тогда он перебрал первую ступень передачи, поменяв местами шестерёнки с 40 и 24 зубьями. Попробовав новую конструкцию передачи, Рома заметил, что теперь винт вращается даже медленнее. Тогда Рома переделал конструкцию передачи, поменял местами шестерёнки №4 и №7. Результат его устроил, и он утвердил данную конструкцию как итоговую.

Определите, какое минимальное число оборотов в минуту нужно делать рукояткой передачи в итоговой сборке, чтобы винт совершал не менее 3 оборотов за секунду.

Ответ: 20 об/мин.

Решение

После двух изменений в конструкции передачи, Рома получил следующую конструкцию:



Данная передача ускоряет скорость вращения ручки в 9 раз. Это можно показать следующим образом:

$$(24:8) * (24:3) = 9$$

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.

5-7 классы. 2023–2024 уч. г.

Нам будет достаточно, чтобы винт совершал 3 оборота в секунду. Значит, в минуту он должен совершать:

$$3 * 60 = 180 \text{ (об./мин)}$$

Получается, что Роме нужно вращать ручку со скоростью:

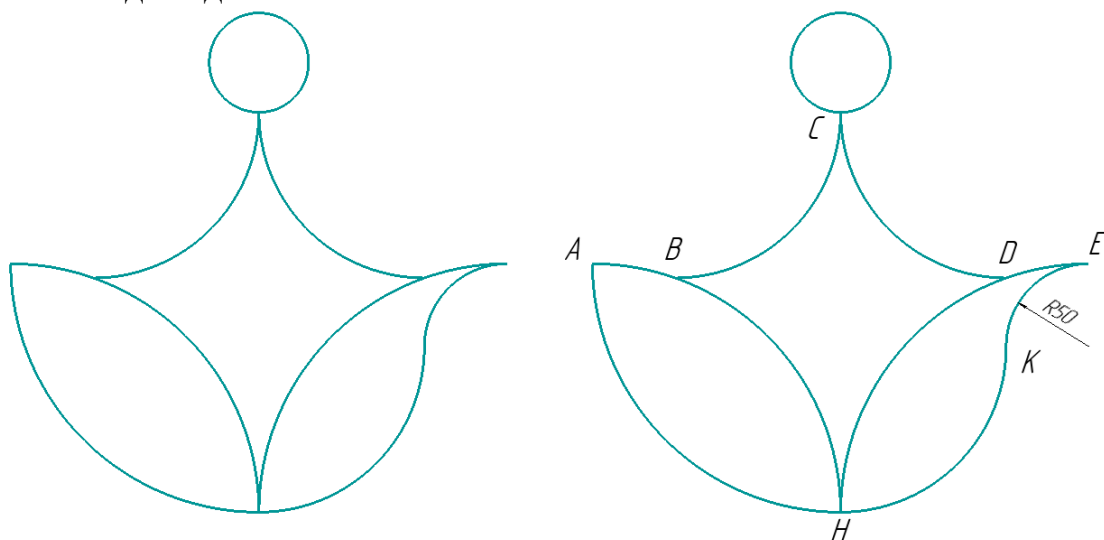
$$180 : 9 = 20 \text{ (об./мин)}$$

Ответ: 20 об./мин.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (20 об./мин.)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения или не выполнено округление, при этом ответ отличается не более чем на 1 оборот (20 ± 1 об./мин.)	5
3	Приведён только верный ответ (20 об./мин.)	3

Задание №6 (10 баллов)

Робот - чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и с помощью пера, закреплённого посередине между колёс, наносит на неё изображение (см. *Изображение*), составленное из окружности и дуг окружностей. Робот начертил данную фигуру одним росчерком пера, не отрывая пера от поверхности и не проводя ни одной линии дважды.

*Изображение*

Известно, что градусная мера всех дуг окружностей равна 90° . Радиусы дуг АВ, АН, ЕН равны. Радиус дуги НК составляет $\frac{2}{3}$ от радиуса дуги НЕ. Радиусы дуг НК, ВС, CD равны. Радиус окружности в 5 раз меньше, чем радиус дуги АН. Радиус дуги КЕ равен 50 см.

Определите длину линии, начерченной роботом. Ответ дайте в дециметрах с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

Ответ: 144 дм.

Решение

50 см = 5 дм

Определим радиусы дуг окружностей.

Обозначим длину радиуса дуги ЕН за x , тогда длина радиуса дуги НК составляет $\frac{2}{3}x$.

Поскольку все дуги по 90° , и конец дуги ЕН совпадает с концом дуги КЕ, а начало дуги ЕН совпадает с началом дуги НК, то радиус дуги ЕК равен разности радиусов дуг ЕН и НК:

$$x - \frac{2}{3}x = 5$$

$$x = 5 : \frac{1}{3} = 15(\text{дм})$$

Значит, радиусы дуг АВ, АН, ЕН равны 15 дм.

Радиус дуг НК, ВС, CD равны:

$$15 * \frac{2}{3} = 10(\text{дм})$$

Радиус окружности равен:

$$15:5 = 3(\text{дм})$$

Посчитаем суммарную длину всех дуг окружности:

$$2\pi * 3 + 2\pi * \frac{90}{360} * (15 + 15 + 15 + 10 + 10 + 10 + 5) \approx 46 * 3,14 = 144,44(\text{дм})$$

$$144,44 \text{ дм} \approx 144 \text{ дм}$$

Ответ: длина кривой равна 144 дм.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (144 дм)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято пи не рекомендованной точности, при этом ответ отличается не более чем на 2 дм (144 дм \pm 2 дм)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определён радиус окружности ЕН (15 дм) или дуги НК (10 дм)	5
4	Приведён только верный ответ (144 дм)	3

Роботу необходимо нарисовать 4 разных изображения на полигоне таким образом, чтобы каждое из них было в произвольной зоне. Каждому участнику выдается фломастер произвольного цвета, который нужно закрепить на роботе. Для корректного использования фломастера, нужно собрать механизм, который позволит перемещаться роботу, не оставляя следов на поверхности.

Робототехнический полигон - баннерная ткань с нанесенной разметкой. Полигон разделен на 4 зоны черными линиями толщиной 3мм и имеет красный квадрат в центре - зона старта и финиша (сторона квадрата 25 см).

Рисунок - изображение, которое робот наносит на полигон с помощью фломастера. Для выполнения задачи доступно 4 разных рисунка: Линия, треугольник, окружность и символ бесконечности. Размер рисунков задан должен быть в пределах погрешности.

Задача

Робот должен в автономном режиме выполнить следующие действия:

- Начать движение в любом направлении из центра полигона - зоны старт/финиш;
- Нарисовать 4 рисунка в любой последовательности. Важно, чтобы в каждой зоне был только один рисунок;
- Допустима погрешность 3 см при нанесении изображений;
- При перемещении между рисунками робот не должен оставлять следов на полигоне. Если перед нанесением изображения маркер коснулся поверхности и оставил след, то этот рисунок засчитан не будет;
- На каждом рисунке допустимы пропуски линий не более 1 см, включая углы;
- Финишировать в зоне старт/финиш;
- Зачетный заезд длится не более 3 минут (180 секунд);
- Если рисунок пересекает толстую линию полигона, то он не будет засчитан.

Размеры рисунков:

1. Линия: длина 30 см;
2. Треугольник: равнобедренный, один угол - 40 градусов. Размер основания 20 см. Погрешность угла ± 5 градусов;
3. Окружность: радиус 10 см;
4. Символ бесконечности: 20 см на 10 см. Символ должен быть симметричен.

Для демонстрации выполнения данной задачи дано две попытки. Первая попытка начинается через 60 минут после начала выполнения задания, вторая - через 60 минут после окончания первой попытки. Перед попыткой все участники прекращают работу над роботом и продолжают только после завершения всеми участниками зачетной попытки. Участник может отказаться от попытки. В зачет идет результат лучшей попытки.

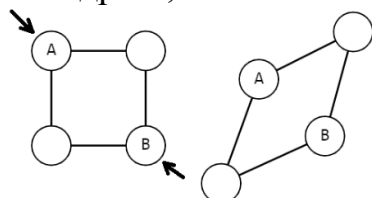
Начисление баллов:

Действие	Балл за действие	Сумма
Робот полностью выехал со старта	5	5
Все точки вертикальной проекции робота покинули стартовую зону		
Изображен рисунок правильной формы	5*4	20
Изображен рисунок с верными размерами ± 3 см	5*4	20
Робот остановился в зоне финиша (при положительных баллах за рисунки)	5	5
Максимальный балл		50

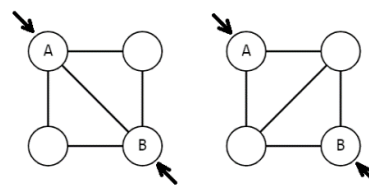
Задание №1 (5 баллов)

Рассмотрим структуры, построенные из стержней, скреплённых шарнирами. Все рассматриваемые нами структуры плоские и расположены на горизонтальной поверхности.

Стержни идеально жёсткие и недеформируемые. Шарниры соединяют стержни вместе так, что стержни могут образовывать любой угол. Стержень, соединяющий две несмежные вершины квадрата, называется скобой.

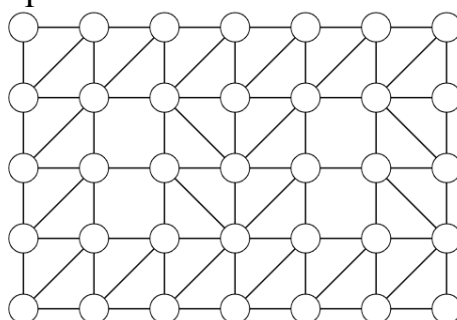


Не жёсткая структура



Жёсткая структура

Рассмотрим следующий каркас:



Данный каркас является жёсткой структурой, но данная структура не является минимальной.

А) (2 балла) Какое максимальное количество скоб можно убрать из каркаса, чтобы структура осталась жёсткой?

Б) (3 баллов) Приведите пример каркаса, полученного из данного путём убирания скоб, который является жёстким и содержит минимальное количество скоб, а также соответствующий ему двудольный граф.

Справочная информация

Структура называется жёсткой, если при воздействии на неё сил расстояние между её отдельными узлами не меняется.

Чтобы определить, является ли структура жёсткой, можно построить двудольный граф по следующим правилам:

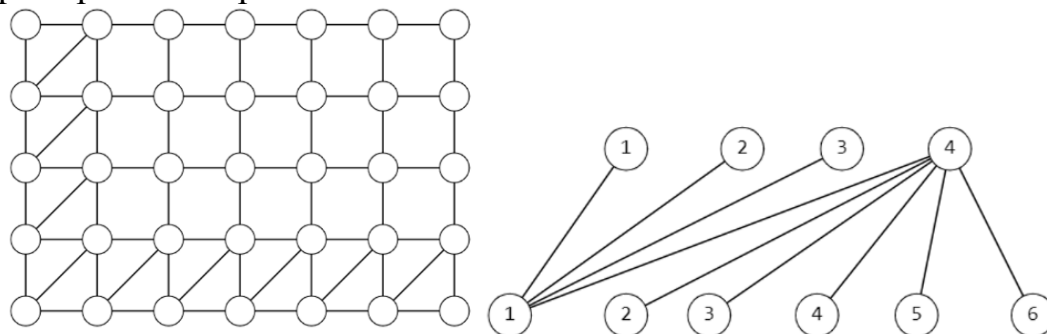
- *Вершины графа соответствуют строкам и столбцам каркаса;*
- *Ребра графа соединяют вершину-строку с вершиной-столбцом только тогда, когда между соответствующей строкой и столбцом в каркасе есть скоба.*

Прямоугольный каркас со скобами является жёстким тогда и только тогда, когда соответствующий двудольный граф связан. Если двудольный граф является остовным деревом, то связывание каркаса скобами является минимальным.

Ответ:

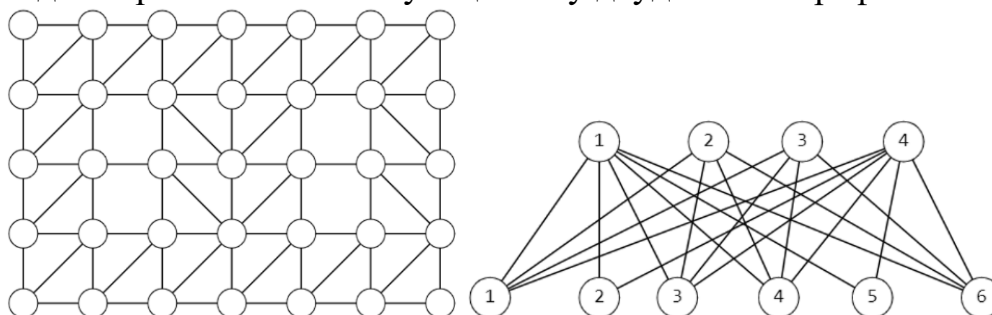
А) 11 скоб

Б) Например такой вариант:

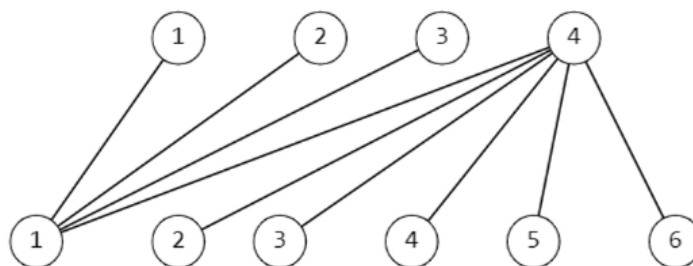


Решение

Построим для каркаса соответствующий ему двудольный граф:



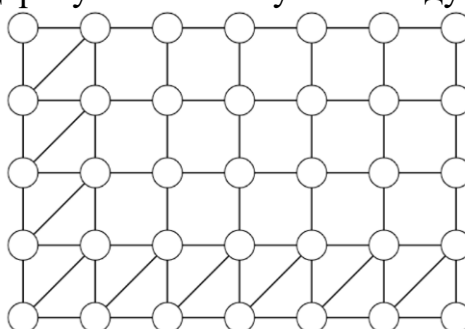
Для того, чтобы найти решение задачи, нам надо получить из данного графа остовное дерева. Для этого нам нужно удалить все циклы из соответствующего графа:



Для получения данного графа (остовного дерева) было убрано:

$$20 - 9 = 11 \text{ (скоб)}$$

По данному остовному дереву можно получить следующее расположение скоб:

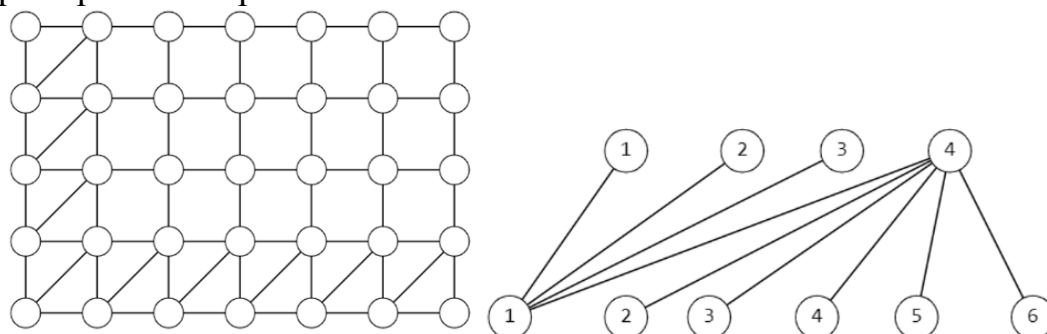


Приведённый вариант расположения скоб не является единственно возможным.

Ответ:

А) 11 скоб;

Б) Например такой вариант:



№	Критерии	Баллы
Пункт А		
1	Верно определена количество скоб, которое надо удалить (11 штук). В решении присутствует верное обоснование того, почему нужно удалить именно 11 скоб.	2
2	Дан верный ответ (11 штук). Решение отсутствует	1
Пункт Б		
3	Приведён правильный двудольный связный граф (содержащий ровно 11 рёбер) и рисунок каркаса, содержащего 11 скоб. Скобы должны быть расположен так, что если в двудольном графе есть ребро, соединяющее вершину «номер строки» с вершиной «номер столбца», то и на пересечении соответствующей строки и столбца в каркасе должна быть скоба. Приведено подробное решение. Правильно построен граф исходного каркаса. Отсутствуют ошибки.	3
4	Приведён правильно построенный, но не минимальный двудольный связный граф (содержащий больше 11, но меньше 20 рёбер) и верный рисунок каркаса, содержащего столько же скоб. Скобы должны быть расположен так, что если в двудольном графе есть ребро, соединяющее вершину «номер строки» с вершиной «номер столбца», то и на пересечении соответствующей строки и столбца в каркасе должна быть скоба. Приведено подробное решение.	1
5	Дан верный ответ: приведён правильный двудольный связный граф (содержащий ровно 11 рёбер) и рисунок каркаса, содержащего 11 скоб. Скобы должны быть расположен так, что если в двудольном графе есть ребро, соединяющее вершину	1

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.
8-10 классы. 2023–2024 уч. г.

	«номер строки» с вершиной «номер столбца», то и на пересечении соответствующей строки и столбца в каркасе должна быть скоба. Решение отсутствует	
--	--	--

Задание №2 (5 баллов)

На выставке роботов в одном из залов показывали роботов, которые всегда говорят правду, и роботов, которые всегда лгут. Внешне все роботы выглядят одинаково. Роботов распаковали и расставили в ряд, при этом смешав роботов разных типов.

Техник нужно развесить ярлыки на роботов, указав какие из роботов говорят правду, а какие — лгут. Он помнит, что «лжецов» было меньше, чем тех, которые говорят правду.

Техник задал каждому из роботов по вопросу. Ответы, которые дали роботы:

Робот №1: Робот №9 — лжец;

Робот №2: Робот №4 — лжец;

Робот №3: Робот №5 — лжец;

Робот №4: Робот №6 — лжец;

Робот №5: Робот №9 — лжец;

Робот №6: Робот №8 — лжец.

Робот №7: Робот №2 — лжец;

Робот №8: Робот №3 — лжец;

Робот №9: Робот №1 — лжец.

Определите номера роботов, которые говорят правду. В ответ запишите число, составленное из номеров **правдивых** роботов, упорядоченных по возрастанию, например, 12345.

Ответ: 14578.

Решение

По имеющимся ответам, мы сможем разделить роботов на две группы.

Ответы, которые дали роботы:

- Робот №1: Робот №9 — лжец;
- Робот №2: Робот №4 — лжец;
- Робот №3: Робот №5 — лжец;
- Робот №4: Робот №6 — лжец;
- Робот №5: Робот №9 — лжец;
- Робот №6: Робот №8 — лжец.
- Робот №7: Робот №2 — лжец;
- Робот №8: Робот №3 — лжец;
- Робот №9: Робот №1 — лжец.

Первая группа — это группа, которая отвечает так же, как и робот №1. Это роботы с номерами 5, 8, 4 и 7.

Вторая группа — это роботы, которые отвечают также, как и робот №9. Это роботы с номерами 3, 6 и 2.

Так как роботов - лжецов по условию меньше, чем роботов, которые говорят правду, то говорят правду роботы из первой группы, то есть роботы под номерами 1, 4, 5, 7, 8. Значит, ответ 14578.

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.
8-10 классы. 2023–2024 уч. г.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (14578)	5
2	Приведён только верный ответ (14578).	3

Задание №3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами равного радиуса. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо. Диаметр колёс робота равен 8 см. Ширина колеи равна 16 см.

По середине между центрами колёс робота установлен маркер. Робот чертит кривую.

Робот повторяет N раз последовательно следующие шаги:

Шаг №1. Ось мотора А поворачивается на K градусов, одновременно с этим ось мотора В поворачивается на K градусов.

Шаг №2. Ось мотора А поворачивается на 360° , одновременно с этим ось мотора В зафиксирована.

Шаг №3. $K=K+180$.

Определите, чему равна длина кривой, начерченной роботом, если в начале $N = 30$, $K = 540$. Ответ дайте в метрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 70 м.

Решение

Длина окружности колеса равна

$$\pi * 8 = 8\pi \text{ (см)}$$

Рассмотрим, из каких элементов состоит кривая, которую изображает робот. За одну итерацию цикла робот выполнит следующие шаги:

На шаге №1 робот проезжает прямо, повернув каждое из колёс на K градусов.

На шаге №2 робот совершает поворот вокруг колеса В направо на

$$360 * (8:2) : 16 = 90^\circ$$

При развороте вокруг колеса точка, расположенная по середине между колёс, совершает разворот по окружности радиуса, равного половине колеи, то есть

$$16:2 = 8 \text{ см}$$

Шаг №3. увеличение значения переменной на 180.

Значит, за N шагов робот начертит N отрезков и N четвертей окружности радиуса 8 см.

Посчитаем суммарную длину дуг окружности:

$$2 * 8 * \pi * \frac{90}{360} * N = 4\pi N \text{ (см)}$$

Посчитаем длину ломаной. Для этого нам нужно посчитать на сколько градусов суммарно повернутся оси колёс. Длины отрезков и градусные меры поворотов моторов при проезде по прямым отрезкам составляют арифметические прогрессии. Посчитаем сумму арифметической прогрессии углов поворота осей моторов.

Первый элемент будет равен 540.

Разность арифметической прогрессии равна 180° .

Тогда сумма первых N членов прогрессии будет равна:

$$\frac{2 * 540 + 180 * (N - 1)}{2} * N = 540N + 90N(N - 1)$$

Суммарная длина прямых отрезков кривой будет равна:

$$\frac{540 + 90(N - 1)}{360} * N * 8\pi = 12\pi N + 2\pi N(N - 1)(\text{см})$$

Тогда длина траектории равна:

$$4\pi N + 12\pi N + 2\pi N(N - 1) = 16\pi N + 2\pi N^2 - 2\pi N = 2\pi N(7 + N)(\text{см})$$

Определим длину траектории при $N=30$:

$$2 * \pi * 30 * (7 + 30) = 2220\pi \approx 2220 * 3,14 = 6970,8(\text{см})$$

$$6970,8 \text{ см} = 69,708 \text{ м} \approx 70 \text{ м}$$

Ответ: 70 м.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (70 м)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято пи другой точности, при этом ответ отличается не более чем на 2 дм ($70 \text{ м} \cong 0,2 \text{ м}$)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен.	5
4	Приведён только верный ответ (70 м)	3

Задание №4 (10 баллов)

На горизонтальном полигоне расположена тонкая вертикальная стенка. На высоте $h = 4$ дм над поверхностью полигона на ней расположено квадратное отверстие (окно), сторона которого равна $b = 20$ см. На роботе установлено устройство, позволяющее выстреливать небольшой шарик под углом к горизонту. Угол, под которым устройство может выстреливать шарик варьируется от 15° до 75° . Робот находится в стартовой зоне так, что точка, из которой робот может выстрелить шариком, расположена на расстоянии $s_1 = 1,2$ м. По заданию робот должен так выстрелить шариком, чтобы он пролетел через окно, после чего пересёк тонкую линию, которая находится на расстоянии $s_2 = 10$ м от точки старта шарика. При этом, засчитывается только место первого приземления шарика.

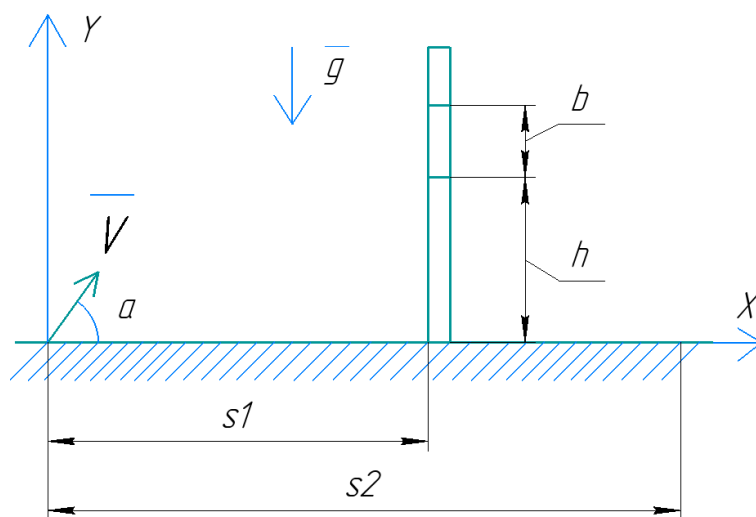
Считайте, что начальная скорость, которую приобретает шарик при выстреле, равна $V = 12$ м/с и что шарик стартует с уровня полигона.

Определите, под каким минимальным углом к горизонту нужно выстрелить шариком, чтобы робот смог выполнить задание. Ответ дайте в градусах, приведя результат с точностью до целых. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$, $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только после получения финального результата. Сопротивлением воздуха пренебрегите.

Ответ: 21° .

Решение

Сделаем рисунок к задаче



По условию задачи шарик должен пройти на расстоянии s_1 на высоте не менее h и не больше $h+b$, при этом должен коснуться полигона на расстоянии s_2 от точки старта или дальше. При этом, мы должны минимизировать угол наклона вектора начальной скорости к горизонту.

Введём оси, спроецируем уравнение движения шара на оси.

По ОХ:

$$X(t) = 0 + Vt\cos(\alpha) + 0$$

По оси ОУ:

$$Y(t) = 0 + Vt \sin(a) - \frac{gt^2}{2}$$

Так как стенка тонкая, то будем считать её толщину пренебрежимо малой.

Посчитаем, решаема ли задача. В качестве угла наклона к горизонту выберем 45° . При таком угле наклона при прочих условиях длина полёта шарика максимальна.

$$t = \frac{S}{V * \cos(45^\circ)} > 0$$

В момент времени t шар коснётся полигона. Значит, высота подъёма будет равна 0:

$$0 = Y(t) = V * t * \sin(45^\circ) - \frac{g * t^2}{2}$$

$$0 = V \sin(45^\circ) - \frac{g * t}{2}$$

$$V \sin(45^\circ) = \frac{g}{2} * \frac{S}{V * \cos(45^\circ)}$$

$$S = \frac{V^2}{g} \sin(90^\circ) = \frac{V^2}{g} = \frac{12^2}{9,8} \approx 14,69(\text{м})$$

Проведём вычисления и получим, что $S \approx 14,69$. Значит, можно продолжать решать задачу.

Так как $2 * s_1 < s_2$, то высота поднятия h не может быть высшей точкой траектории движения шарика. Значит, проверим вариант, при котором наивысшая точка траектории может быть достигнута на расстоянии $s_2/2$ от точки старта, поскольку это наименьшая по длине дистанция, которая удовлетворяет условию, что шар должен коснуться поля дальше или на линии на расстоянии s_2 от точки старта.

$$t_2 = \frac{s_2}{V * \cos(a)} > 0$$

$$0 = Y(t_2) = V * t_2 * \sin(a) - \frac{g * t_2^2}{2}$$

$$V * \sin(a) = \frac{g * t_2}{2}$$

$$V * \sin(a) = \frac{g}{2} * \left(\frac{s_2}{V * \cos(a)} \right)$$

$$2 * \sin(a) \cos(a) = g \left(\frac{s_2}{V * V} \right)$$

$$\sin(2a) = \frac{g * s_2}{V^2}$$

$$a = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{g * s_2}{V^2}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{9,8 * 10}{12^2}\right) \approx 21,44^\circ$$

Посчитаем, чему равна высота подъёма шара при на расстоянии s_1 от точки старта при угле подъёма равного $a=21,44^\circ$.

$$t_1 = \frac{s_1}{V * \cos(a)}$$

$$\begin{aligned} h_1 &= Y(t_1) = V * t_1 * \sin(a) - \frac{g * (t_1)^2}{2} = \\ &= V * \frac{s_1}{V * \cos(a)} * \sin(a) - \frac{g}{2} * \left(\frac{s_1}{V * \cos(a)}\right)^2 = \\ &= s_1 * \operatorname{tg}(a) - \frac{g}{2} * \left(\frac{s_1}{V}\right)^2 * \frac{1}{(\cos(a))^2} \end{aligned}$$

$$h_1 = 1,2 * \operatorname{tg}(21,44^\circ) - \frac{9,8}{2} * \left(\frac{1,2}{12}\right)^2 * \frac{1}{\cos^2(21,44^\circ)} \approx 0,415 \text{ м}$$

Так как $h < h_1 < h + b$, то найденное нами решение подходит.

$$21,44^\circ \approx 21^\circ$$

Ответ: 21° .

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (21°)	10
2	Не выполнено округление, или взято g не рекомендованной точности, при этом ответ отличается не более чем на 3° ($21^\circ \pm 3^\circ$)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Сделан рисунок, записаны уравнения движения, и верно приведены проекции уравнения движения на оси, и указано, что нужно искать угол полёта при длине полёта s_2 (10 м)	5
4	Приведён только верный ответ (21°)	3

Задание №5 (10 баллов)

Ящик поставили на бок, в его верхней стенке просверлили отверстие и пропустили через него ось. Ось закрепили в отверстии так, что она не может перемещаться по вертикали, но может вращаться практически без трения вокруг своей оси. К нижней части оси прикрепили тонкую, прочную, нерастяжимую нить. К свободному концу нити привязали железный шарик массы $m = 200$ г. Масса нити пренебрежимо мала. Длина нити равна $L=0,5$ м.

На ящике закрепили мотор, который может совершать до 100 оборотов в минуту. Между осью маятника и мотором можно установить передачу, у которой будет не более 3-х ступеней. На ось маятника поставили коническую шестерёнку с 10 зубьями и перпендикулярно ей ось с шестерёнкой с 20 зубьями.

Для сбора оставшейся части передачи можно использовать только набор из шестерёнок с 20, 40 и 60 зубьями. В наборе по 3 шестерёнки каждого вида.

Какое минимальное число оборотов в минуту должен совершать мотор, чтобы шарик, подвешенный к оси, поднялся на высоту не менее $h=2$ см. Ответ округлите до целых. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 51 об./мин.

Решение

Тяжёлый шарик на длинной нерастяжимой невесомой нити - это математический маятник. Чтобы шарик поднялся на 2 см, нужно привести ось, на которой висит маятник, во вращение.

Определим минимальную угловую скорость, с которой должен вращаться математический маятник, чтобы маятник поднялся на высоту $h=0,02$ м.

Сделаем рисунок, обозначим на нём силы, действующие на шарик, спроецируем их на введённые оси (см. рисунок).

На ось OX:

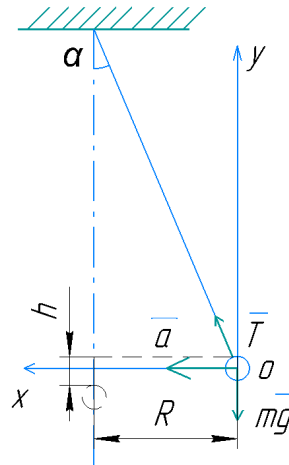
$$T * \sin \alpha + 0 = ma$$

На ось OY:

$$T * \cos \alpha - mg = 0$$

Шарик будет вращаться по окружности радиуса

$$R = L * \cos \alpha$$



Рисунок

Выразим центростремительное ускорение:

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$a = \frac{T * \sin \alpha}{m} = \frac{mg}{\cos \alpha} * \frac{\sin \alpha}{m} = g * \operatorname{tg} \alpha$$

Центростремительное ускорение можно выразить через угловую скорость:

$$a = w^2 R = w^2 L * \cos \alpha$$

$$w^2 = \frac{a}{L * \cos \alpha} = \frac{g * \operatorname{tg} \alpha}{L * \cos \alpha} = \frac{g * \sin \alpha}{L * \cos^2 \alpha}$$

$$w = \sqrt{\frac{g * \sin \alpha}{L * \cos^2 \alpha}}$$

Так как шарик поднялся на высоту h из первоначального положения, то

$$L - h = L * \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{L - h}{L}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{L - h}{L}\right) \approx 16,26^\circ$$

Число оборотов, которое должна делать ось можно определить по формуле:

$$N_{\text{оси}} = 2\pi w = 2\pi \sqrt{\frac{g * \sin \alpha}{L * \cos^2 \alpha}} \text{ (об./с)}$$

Переведём обороты в секунду в обороты в минуту:

$$N_{\text{оси}} = 60 * 2\pi \sqrt{\frac{g * \sin \alpha}{L * \cos^2 \alpha}} = 120\pi \sqrt{\frac{g * \sin \alpha}{L * \cos^2 \alpha}} \text{ (об./мин.)}$$

Достроим передачу до трёх ступеней. Поставим шестерёнки так, чтобы скорость вращения оси маятника была максимальной. Для этого соберём передачу, на первой ступени которой на ведущей оси (на оси мотора) находится шестерёнка с 60 зубьями, на ведомой оси первой ступени - с 20 зубьями, на ведущей оси второй ступени - с 60 зубьями, на ведомой оси второй ступени - с 20 зубьями. Значит, мотору нужно будет делать

$$N_{\text{оси}} : \left(\frac{60}{20} * \frac{60}{20} * \frac{20}{10} \right) = \frac{120}{18} \pi \sqrt{\frac{g * \sin \alpha}{L * \cos^2 \alpha}} \approx$$
$$\approx \frac{20 * 3,14}{3} \sqrt{\frac{9,8 * 0,28}{0,5 * 0,96^2}} \approx 51,08 \approx 51 (\text{об./мин})$$

Ответ: 51 об./мин.

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.
8-10 классы. 2023–2024 уч. г.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (51 об./мин)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или неверно выполнено округление, или взято g не рекомендованной точности, при этом ответ отличается не более чем на 2 об./мин. (51 ± 2 об./мин.)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определён угол отклонения маятника ($\approx 16^\circ$) и центростремительное ускорение ($g * \operatorname{tg} \alpha \approx 2,86 \text{ м/с}^2$)	5
4	Приведён только верный ответ (51 об./мин)	3

Задание №6 (10 баллов)

Робот - чертёжник оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Робот движется по ровной горизонтальной поверхности и с помощью кисти, закреплённой посередине между колёс, наносит на неё следующее изображение (см. *Рисунок №1*).

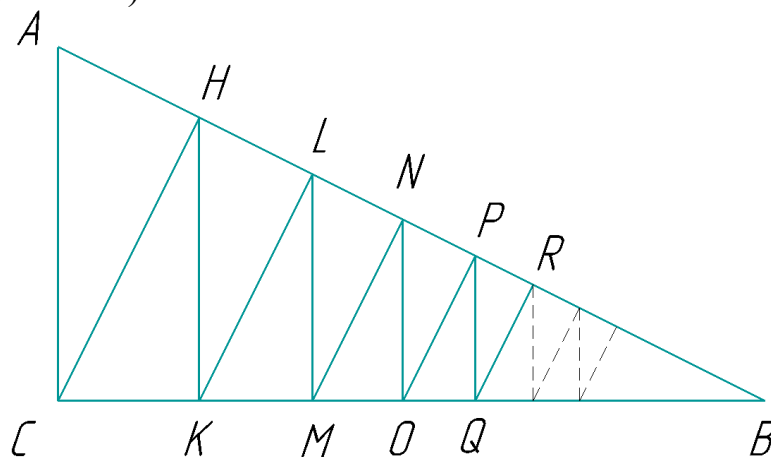


Рисунок №1

Известно, что робот после того, как вычерчивает треугольник, выезжает из вершины С, двигаясь перпендикулярно АВ, затем из точки Н, двигаясь перпендикулярно СВ и так далее, $AC \parallel HK \parallel LM \parallel NO \parallel PQ \dots$, $HC \parallel LK \parallel NM \parallel PO \parallel RQ \dots$, $AC = 7$ м, $BC = 24$ м, $AB = 25$ м. Определите длину линии, начерченной роботом, если внутри треугольника робот начертил 30 отрезков. Ответ дайте в дециметрах с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

Ответ: 1796 дм.

Решение

$$7 \text{ м} = 70 \text{ дм}$$

$$24 \text{ м} = 240 \text{ дм}$$

$$25 \text{ м} = 250 \text{ дм}$$

Проанализируем данное изображение. Оно состоит из треугольника и нескольких последовательно уменьшающихся отрезков. Данные отрезки являются высотами в последовательно уменьшающихся прямоугольных треугольниках.

Проверим, является ли треугольник ABC - прямоугольным:

$$7^2 + 24^2 = 625 = 25^2$$

Да, треугольник ABC является прямоугольным с прямым углом С.

Так как $\angle CHA = 90^\circ$ и $HC \parallel LK \parallel NM \parallel PO \parallel RQ \dots$, то $\angle RLH = \angle MNL = \angle OPN = \angle QRP = \dots = 90^\circ$.

Так как $\angle ACB = 90^\circ$ и $AC \parallel HK \parallel LM \parallel NO \parallel PQ \dots$, то $\angle HKC = \angle KMK = \angle NOM = \angle PQO = \dots = 90^\circ$.

Вычислим значение $\angle ACH$:

$$\angle ACH = 90^\circ - \angle A = \angle B.$$

Треугольники ACB и CHB подобны по 2 углам с коэффициентом подобия, равного $k = \cos(\angle B)$. Значит,

$$CH = CA * k = CA * \cos(\angle B) = CA * \frac{CB}{AB}$$

Треугольники CHB и HKB подобны по 2 углам с коэффициентом подобия, равного $k = \cos(\angle B)$. Значит,

$$HK = CH * \frac{CB}{AB}$$

Аналогично, треугольники HKB и KLB подобны по 2 углам с коэффициентом подобия, равного $k = \cos(\angle B)$. Значит,

Посчитает длину KL :

$$KL = HK * \cos(\angle B)$$

Таким образом, мы имеем последовательность значений длин, которые образуют геометрическую прогрессию.

Первый элемент геометрической прогрессии равен

$$CH = CA * \frac{CB}{AB}$$

Знаменатель геометрической прогрессии равен

$$k = \cos(\angle B) = \frac{CB}{AB} = \frac{24}{25}$$

Сумма первых N элементов геометрической прогрессии равна:

$$\frac{CH * (1 - k^N)}{1 - k} = 70 * \frac{24}{25} * \frac{1 - (\frac{24}{25})^{30}}{1 - \frac{24}{25}} = 70 * 25 * (1 - (\frac{24}{25})^{30}) \approx 1235,76(\text{дм})$$

Тогда длина всей линии будет равна:

$$1235,76 + 250 + 240 + 70 = 1795,76 (\text{дм})$$

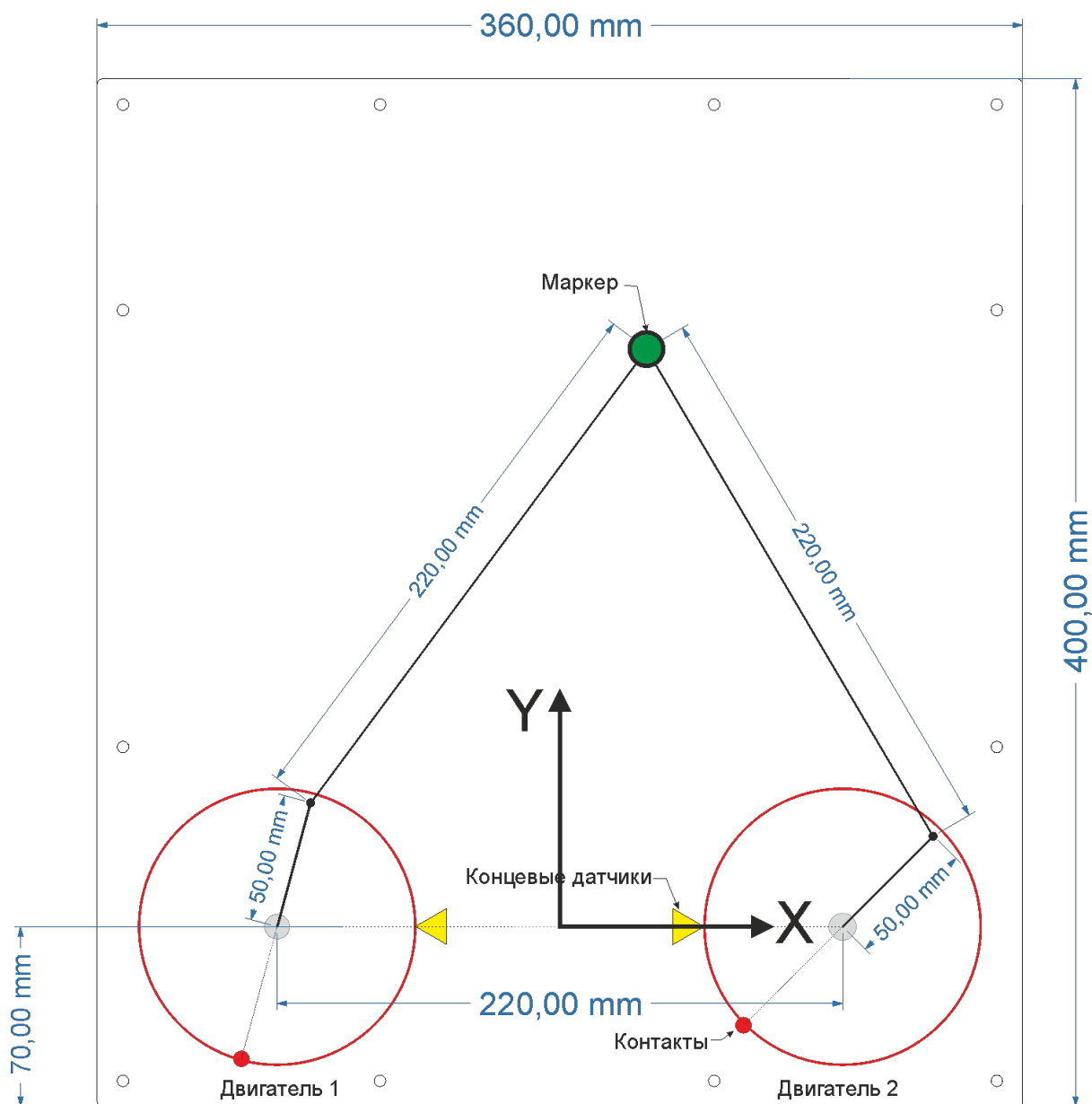
$$1795,76 \text{ дм} \approx 1796 \text{ дм}$$

Ответ: 1796 дм.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (1796 дм)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения или не выполнено округление, при этом ответ отличается не более чем на 10 дм (1796 дм \pm 10 дм)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определён первый элемент прогрессии $CH=6,72$ м и знаменатель геометрической прогрессии $\cos(\angle B) = \frac{24}{25}=0,96$	5
4	Приведён только верный ответ (1796 дм)	3

Олимпиада «Ломоносов» по Робототехнике. Заключительный этап.
8-10 классы. 2023–2024 уч. г.

Задача практического тура 2024



Задача 10-11

С использованием данного устройства:

1. Нарисовать окружность максимального размера
2. Нарисовать отрезок, лежащий на оси у, и любую перпендикулярную ему прямую
3. Построить график функции:

$$y = \begin{cases} \frac{e^{\ln(\sqrt[5]{x^{10}+4})} - \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(\ln(e^{-x^2-16})))}{2} + 8, & \text{если } \pi^{x^2+2x} < 1; \\ \frac{-4x^4 + x^3 + 83x^2 - 20x - 60}{(\sqrt{x} + 1)(4x^{\frac{3}{2}} - 4x + 3x^{\frac{1}{2}} - 3)} + 2, & \text{если } \sqrt[5]{x^{10}} - 4 < 0. \end{cases}$$

Указания для решения задач

Ось x проходит через центры крепления колес, ориентирована вправо, ось у - вертикально вверх. Начало координат - середина отрезка, соединяющего центры колес.

Единичный отрезок равен 1 см.

Участникам необходимо разработать алгоритм, написать программу в Arduino IDE и продемонстрировать ее работу на устройстве, предоставленном организаторами.

Каждое задание сдается отдельно.

Концевой выключатель в разомкнутом положении выдаёт 1, в замкнутом - 0.

Положительное направление движения моторов - по часовой стрелке.

```
#define pinStep1 3      //Пин шага левого двигателя (Двигатель 1 на схеме)
#define pinDirection1 6  //Пин направления левого двигателя
#define pinEndStop1 10   //Левый концевой выключатель "Ноль"
```

```
#define pinStep2 2      //Пин шага правого двигателя (Двигатель 2 на схеме)
#define pinDirection2 5  //Пин направления правого двигателя
#define pinEndStop2 9    //Правый концевой выключатель "Ноль"
```

Критерии оценивания

Решение первой задачи - 10 баллов

Решение второй задачи - 10 баллов

Решение третьей задачи - 10 баллов

Решение четвертой задачи - 20 баллов

2 попытки - выбирается лучшая попытка

Частичное решение задачи - штраф 50% баллов за задачу

Задача 8-9:

С использованием данного устройства:

1. Нарисовать окружность максимального размера
2. Нарисовать вертикальную прямую максимальной длины
3. Отметить на окружности вершины квадрата
4. Отметить на окружности вершины правильного n-угольника, где n - сумма корней уравнения:

$$x^3 - 6x^2 - ax + 14 = 0, \text{ если } x_1 = 7.$$

Указания для решения задач

Ось x проходит через центры крепления колес, ориентирована вправо, ось y - вертикально вверх. Начало координат - середина отрезка, соединяющего центры колес.

Единичный отрезок равен 1 см.

Участникам необходимо разработать алгоритм, написать программу в Arduino IDE и продемонстрировать ее работу на устройстве, предоставленном организаторами.

Каждое задание сдается отдельно.

Концевой выключатель в разомкнутом положении выдаёт 1, в замкнутом - 0.

Положительное направление движения моторов - по часовой стрелке.

```
#define pinStep1 3      //Пин шага левого двигателя (Двигатель 1 на схеме)
#define pinDirection1 6  //Пин направления левого двигателя
#define pinEndStop1 10   //Левый концевой выключатель "Ноль"
```

```
#define pinStep2 2      //Пин шага правого двигателя (Двигатель 2 на схеме)
#define pinDirection2 5  //Пин направления правого двигателя
#define pinEndStop2 9   //Правый концевой выключатель "Ноль"
```

Критерии оценивания

Решение первой задачи - 5 баллов

Решение второй задачи - 10 баллов

Решение третьей задачи - 15 баллов

2 попытки - выбирается лучшая попытка

Частичное решение задачи - штраф 50% баллов за задачу