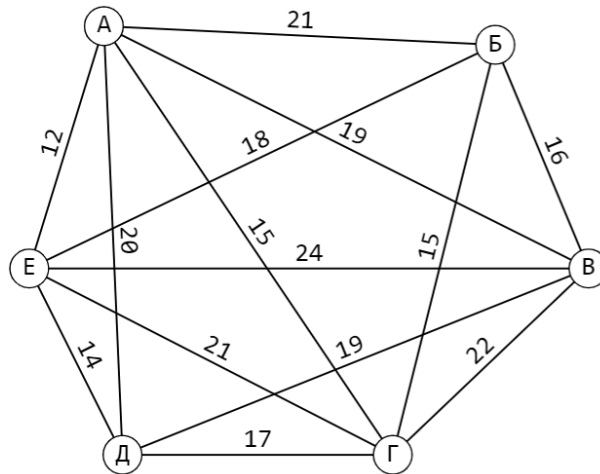


Задание №1 (5 баллов)

На поле зоны расположены в вершинах шестиугольника. Одна из зон (вершина Д) является зоной старта и и финиша, в остальных зонах расположено по 3 кольца. По заданию робот должен стартовать, посетить все зоны с кольцами, забрать по 2 кольца из каждой, после чего вернуться в зону финиша за наименьшее время. По регламенту движение разрешено только по линиям. Линии, связывающие зоны, показаны на графе (см. *Граф*).



Граф

Числами на схеме обозначено количество секунд, которое робот потратит на проезд данного участка. Менять отрезок, вдоль которого движется робот, можно только в зонах расположения колец, обозначенных кругами. Время на повороты робота в зонах можно не учитывать. Считайте, что на то, чтобы взять одно кольцо робот тратит 5 секунд, и что на работе хватит места для 14 колец. За какое минимальное время робот может стартовать, забрать из всех зон необходимое число колец, после чего финишировать, ни разу не нарушив регламент? Ответ дайте в секундах.

Ответ: 141 с.

Решение

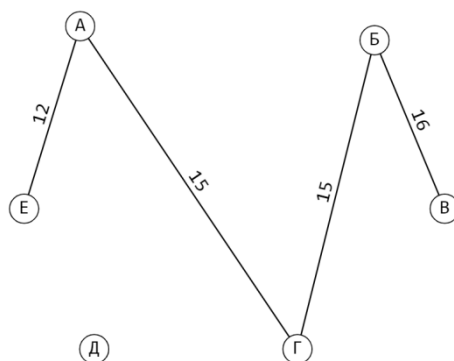
Время, потраченное роботом, будет состоять из времени, потраченного на сбор колец и времени, потраченного на проезд по полю.

На сбор колец робот потратит

$$2 \cdot 5 \cdot (6-1) = 50 \text{ (с)}$$

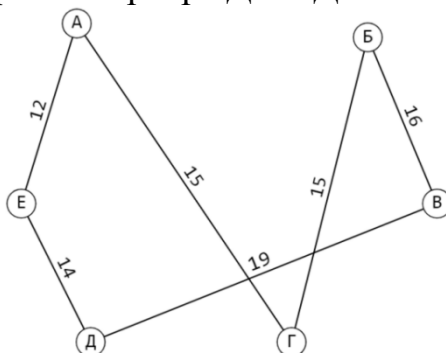
Определим минимальное время, которое робот потратит на перемещения по полю.

Для этого временно удалим точку старта (вершину Д) и все связанные с ней рёбра, после чего будем последовательно удалять по одному из оставшихся рёбер, выбирая каждый раз то ребро, у которого максимальный вес. Удалять рёбра будем до тех пор, пока в графе не останется ни одного цикла.



Теперь нам нужно добавить 2 рёбра, исходящих из вершины Д так, чтобы получившуюся фигуру можно было изобразить одним росчерком пера при старте в вершине Д, при этом старт и финиш должен совпадать. Это можно добиться, если из вершины Д будет выходить чётное число рёбер, и из остальных вершин выходило чётное число рёбер.

Получается, что нужно провести рёбра ДЕ и ДВ.



Посчитаем, сколько секунд робот потратит на проезд по полю:

$$12+15+15+16+14+19=91 \text{ (с)}$$

Робот потратит на выполнение задания:

$$91+50=141 \text{ (с)}$$

Ответ: 141 с.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (141 с)	5
2	Дан неоптимальный ответ. Результат отличается от нужного не более чем на 5 секунд (141 ± 5 секунд).	3
3	Приведён только верный ответ (141 с)	2

Задание №2 (5 баллов)

На выставке роботов в одном из залов показывали 9 роботов, некоторые из которых всегда говорят правду, а другие - всегда лгут. Внешне все роботы выглядят одинаково. Роботов распаковали и расставили в ряд, при этом смешав роботов разных типов.

Технику нужно развесить ярлыки на роботов, указав какие из роботов говорят правду, а какие — лгут. Он задал каждому из роботов по вопросу. Ответы, которые дали роботы:

Робот №1: Робот №1 говорит правду.

Робот №2: Робот №1 говорит правду.

Робот №3: Робот №2 говорит правду.

Робот №4: Робот №1 лжёт.

Робот №5: Робот №4 и робот №2 - лгут.

Робот №6: Робот №2 - лжец.

Робот №7: Высказывание робота № 6 - ложь.

Робот №8: Робот №7 говорит правду.

Робот №9: Робот №8 лжёт.

Робот №10: Робот №5 лжец.

Техник помнит, что лгущих роботов было на 2 больше, чем говорящих правду.

Определите номера роботов, которые лгут. В ответ запишите число, составленное из номеров **лгущих** роботов, упорядоченных по возрастанию, например, 12345678910.

Ответ: 123578.

Решение

Всего у нас 10 роботов. Лжецов на 2 больше, чем тех, которые говорят правду. Составим линейное уравнение, решим его и получим, что число лжецов равно 6, а правдивых роботов - 4 штуки.

По имеющимся ответам, мы сможем разделить роботов на группы.

- Робот №1: Робот №1 говорит правду.
- Робот №2: Робот №1 говорит правду.
- Робот №3: Робот №2 говорит правду.
- Робот №4: Робот №1 лжёт.
- Робот №5: Робот №4 и робот №2 - лгут.
- Робот №6: Робот №2 - лжец.
- Робот №7: Высказывание робота № 6 - ложь.
- Робот №8: Робот №7 говорит правду.
- Робот №9: Робот №8 лжёт.
- Робот №10: Робот №5 лжец.

Можно утверждать, что роботы №1, №2, №3, №7 и №8 входят в одну группу по правдивости. Роботы №4, №6, №9 входят в противоположную по отношению к первой группе роботов группу.

Так как высказывания роботов №2 и №4 противоречат друг другу, то одновременно оба робота не могут лгать. Значит, робот №5 лжёт, а робот №10 - говорит правду.

По высказыванию робота №1 невозможно определить, говорит ли он правду или же лжёт, поскольку и лжец, и правдивый робот заявили бы, что они говорят правду.

Если робот №1 говорит правду, то и роботы №2, №3, №7 и №8 говорят правду, если робот №1 лжёт, то и роботы №2, №3, №7 и №8 лгут. Так как говорящих правду роботов всего 4 штуки, то роботы №1, №2, №3, №7, №8 - лгут. Также лжёт робот №5. А правду говорят роботы №4, №6, №9 и №10.

Значит, ответ 123578.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (123578)	5
2	Приведён только верный ответ (123578).	3

Задание №3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами равного радиуса. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо. Радиус колёс робота равен 6 см. Ширина колеи равна 16 см.

Посередине между центрами колёс робота установлен маркер. Робот чертит кривую.

Робот повторяет N раз последовательно следующие шаги:

Шаг №1 $K=K*1,5$.

Шаг №2. Ось мотора А поворачивается на K градусов, одновременно с этим ось мотора В поворачивается на K градусов.

Шаг №3. Ось мотора А поворачивается на 240° , одновременно с этим ось мотора В зафиксирована.

Определите, чему равна длина кривой, начерченной роботом, если $N=10$, $K=4096$. Ответ дайте в метрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 730 м.

Решение

Длина окружности колеса равна

$$2*\pi*6=12\pi \text{ (см)}$$

Рассмотрим, из каких элементов состоит кривая, которую изображает робот. За одну итерацию цикла робот выполнит следующие шаги:

На шаге №1 происходит увеличение значения переменной K в 1,5 раза.

На шаге №2 робот проезжает прямо, повернув каждое из колёс на K градусов.

Шаг №3. Робот совершает поворот вокруг колеса В направо на

$$240 * 6 : 16 = 90^\circ$$

При развороте вокруг колеса точка, расположенная по середине между колёс, совершает разворот по окружности радиуса, равного половине колеи, то есть

$$16:2 = 8 \text{ см}$$

Значит, за N шагов робот начертит N отрезков и N четвертей окружности радиуса 8 см.

Посчитаем суммарную длину дуг окружности:

$$2 * 8 * \pi * \frac{90}{360} * N = 4\pi N \text{ (см)}$$

Посчитаем длину ломаной. Для этого нам нужно посчитать на сколько градусов суммарно повернутся оси колёс. Длины отрезков и градусные меры поворотов моторов при проезде по прямым отрезкам составляют геометрические прогрессии. Посчитаем сумму геометрической прогрессии углов поворота осей моторов.

Первый элемент будет равен

$$4096 * 1,5 = 6144$$

Знаменатель геометрической прогрессии равен 1,5.

Тогда сумма первых N членов прогрессии будет равна:

$$\frac{6144 * (1 - 1,5^N)}{1 - 1,5} = -2 * 6144 * (1 - 1,5^N) = 12288(1,5^N - 1)$$

Тогда длина траектории равна:

$$4\pi N + \frac{12288(1,5^N - 1)}{360} * 12\pi = 4\pi N + 409,6 * \pi * (1,5^N - 1)$$

Определим длину траектории при N=10:

$$\begin{aligned} 4\pi N + 409,6 * \pi * (1,5^N - 1) &= 4\pi * 10 + 409,6 * \pi * (1,5^{10} - 1) = \\ &= 40\pi + 23\,210\pi = 23250\pi \approx 23250 * 3,14 = 73005(\text{см}) \\ 73005 \text{ см} &= 730,05 \text{ м} \approx 730 \text{ м} \end{aligned}$$

Ответ: 730 м.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (730 м)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято пи другой точности, при этом ответ отличается не более чем на 2 м ($730 \text{ м} \cong 2 \text{ м}$)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен.	5
4	Приведён только верный ответ (730 м)	3

Задание №4 (10 баллов)

На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha=30^\circ$ к горизонту расположено небольшое пусковое устройство, которое может запустить небольшой шарик вертикально вверх. Робот активирует устройство и шарик, поднявшись на $h = 15$ дм над точкой старта, падает на поверхность наклонной плоскости. Ударившись, шарик начинает прыжками перемещаться вниз по наклонной плоскости. Определите, на каком расстоянии от точки старта окажется шарик в момент третьего удара о поверхность наклонной плоскости. Считайте, что все удары шарика о поверхность наклонной плоскости абсолютно упругие, и что длина наклонной плоскости позволяет шарiku удариться о её поверхность более трёх раз. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дайте в метрах с точностью до целых. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$, $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только после получения финального результата.

Ответ: 18 м.

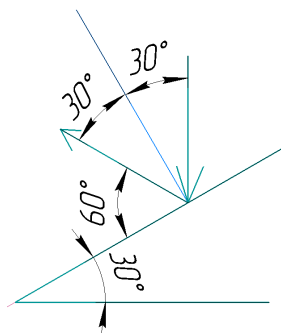
Решение

Поскольку сопротивления воздуха нет, то модуль скорости, с которой стартует шарик вверх будет равна скорости, с которой шарик будет падать на поверхность наклонной плоскости.

На шарик действует только сила тяжести, так что до удара на шарик будет двигаться с ускорением g . В верхней точке траектории скорость движения шарика будет равна 0.

$$h = \frac{0 - V_0^2}{-2g} = \frac{V_0^2}{2g}$$
$$V_0 = \sqrt{2gh}$$

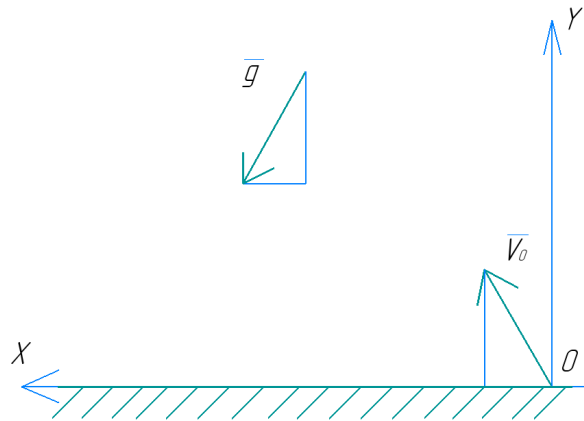
При абсолютно упругом ударе угол падения равен углу отражения, при этом модуль скорости сохраняется:



Значит, после первого абсолютно упругого удара скорость шарика будет направлена под углом к поверхности наклонной плоскости:

$$180^\circ - (90^\circ - 30^\circ) - 30^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Сделаем рисунок. Направим ось ОУ перпендикулярно наклонной плоскости, а ось ОХ - вниз вдоль наклонной плоскости. Точку начала отсчёта расположим в точке удара:



Запишем уравнения движения, спроецировав их на оси координат:

$$V_x = V_0 \sin(a) + g t \sin(a) = 0,5 * (V_0 + g t)$$

$$V_y = V_0 \cos(a) - g t \cos(a) = \frac{\sqrt{3}}{2} * (V_0 - g t)$$

$$X = 0 + V_0 \sin(a) t + g \frac{t^2}{2} \sin(a)$$

$$Y = 0 + V_0 \cos(a) t - g \frac{t^2}{2} \cos(a)$$

Определим расстояние вдоль плоскости, на котором упадёт шарик от первого удара о плоскость. При этом $Y(t_{\pi})=0$

$$Y = V_0 \cos(a) t_{\pi} - g \frac{t_{\pi}^2}{2} \cos(a) = 0$$

$$t_{\pi} (V_0 \cos(a) - g \frac{t_{\pi}}{2} \cos(a)) = 0$$

$$t_{\pi} = \frac{2V_0}{g}$$

$$X_1(t_{\pi}) = 4 \frac{V_0^2}{g} \sin(a) = 4 \frac{V_0^2}{g} \sin(30^\circ) = 2 \frac{V_0^2}{g}$$

$$X_1 = 2 \frac{(\sqrt{2gh})^2}{g} = 4h$$

Определим угол, под которым шарик упадёт на наклонную плоскость:

$$V_{1x} = V_0 \sin(a) + g \frac{2V_0}{g} \sin(a) = 0,5 * 3V_0 = 1,5V_0$$

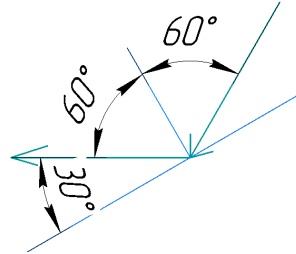
$$V_{1y} = V_0 \cos(a) - g \frac{2V_0}{g} \cos(a) = -\frac{\sqrt{3}}{2} * V_0$$

$$V_1 = V_0 \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 0,5V_0 \sqrt{12} = V_0 \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg}(a_1) = \frac{|V_{1x}|}{|V_{1y}|} = \frac{\frac{3}{2} V_0}{\frac{\sqrt{3}}{2} * V_0} = \sqrt{3}$$

$$\alpha_1 = \arctg(\sqrt{3}) = 60^\circ$$

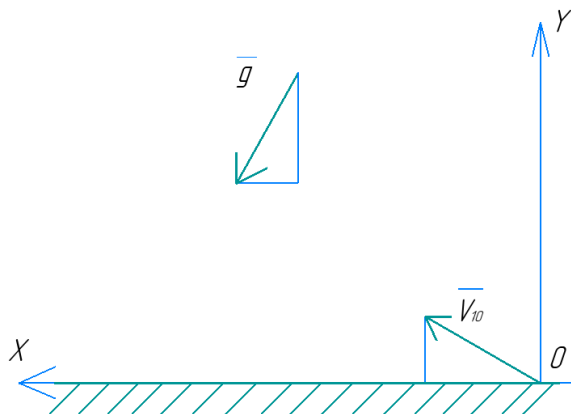
При абсолютно упругом ударе угол падения равен углу отражения, при этом модуль скорости сохраняется:



Значит, после второго абсолютно упругого удара скорость шарика будет направлена под углом к поверхности наклонной плоскости:

$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Сделаем рисунок. Направим ось OY перпендикулярно наклонной плоскости, а ось OX - вниз вдоль наклонной плоскости. Точку начала отсчёта расположим в точке удара.



Запишем уравнения движения, спроецировав их на оси координат:

$$V_x = V_{10} \cos(\alpha) + g t \sin(\alpha)$$

$$V_y = V_{10} \sin(\alpha) - g t \cos(\alpha)$$

$$X = 0 + V_{10} \cos(\alpha) t + g \frac{t^2}{2} \sin(\alpha)$$

$$Y = 0 + V_{10} \sin(\alpha) t - g \frac{t^2}{2} \cos(\alpha)$$

Определим расстояние вдоль плоскости, на котором упадёт шарик от первого удара о плоскость. При этом $Y(t_{1п}) = 0$

$$Y = V_{10} \sin(\alpha) t_{1п} - g \frac{t_{1п}^2}{2} \cos(\alpha) = 0$$

$$t_{1п} (V_{10} \sin(\alpha) - g \frac{t_{1п}}{2} \cos(\alpha)) = 0$$

$$V_{10} \sin(\alpha) = g \frac{t_{1п}}{2} \cos(\alpha)$$

$$t_{1п} = \frac{2V_{10} \sin(\alpha)}{g \cos(\alpha)} = \frac{2V_{10} \tan(\alpha)}{g}$$

$$\begin{aligned}
 t_{1п} &= \frac{2V_0\sqrt{3}tg(30^\circ)}{g} = \frac{2V_0}{g} \\
 X_2 &= V_{10}\cos(a)\frac{2V_{10}tg(a)}{g} + \frac{g}{2}\sin(a)\left(\frac{2V_{10}tg(a)}{g}\right)^2 = \\
 &= \frac{2V_{10}^2}{g}tg(a)(\cos(a) + tg(a)\sin(a)) = \\
 &= \frac{2(V_0\sqrt{3})^2}{g}tg(30^\circ)(\cos(30^\circ) + tg(30^\circ)\sin(30^\circ)) = \\
 &= \frac{6V_0^2}{g} * \frac{1}{\sqrt{3}} * \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{1}{2}\right) = \frac{6V_0^2}{g}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \\
 &= \frac{4V_0^2}{g} = \frac{4(\sqrt{2gh})^2}{g} = 8h
 \end{aligned}$$

Таким образом, третий удар шарик совершит на расстоянии, равном
 $4h + 8h = 12h = 12 * 1,5 = 18 \text{ (м)}$

Ответ: 18 м.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (18 м)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято пи не рекомендованной точности, при этом ответ отличается не более чем на 1 м ($18 \pm 1 \text{ м}$)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определено расстояние между 1 и 2 ударом (4h или 6 м) и/или угол падения перед 2 ударом (60°)	5
4	Приведён только верный ответ (18 м)	3

Задание №5 (10 баллов)

Робот через неподвижный блок равномерно и прямолинейно поднимает по наклонной плоскости брусок (см. *Схема полигона*).

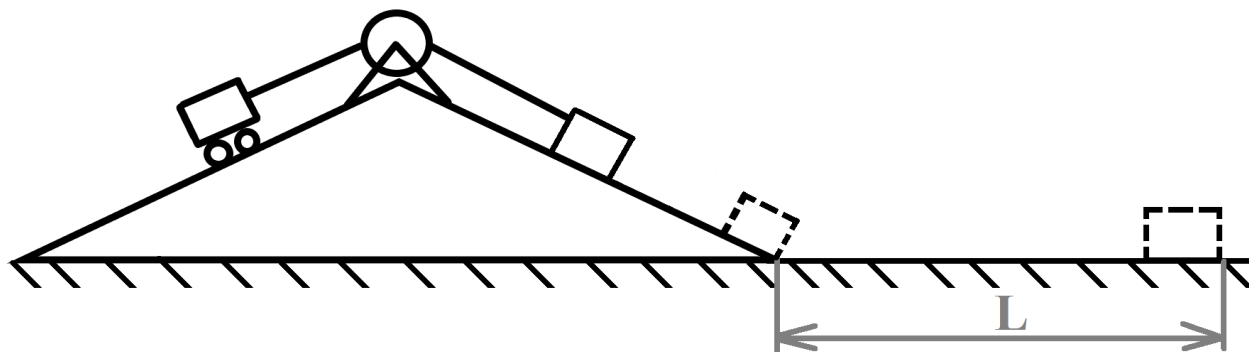


Схема полигона

Робот должен поднять по наклонной плоскости брусок и остановиться так, чтобы после перерезания верёвки, брусок соскользнул с наклонной плоскости и, проехав по поверхности полигона, коснулся бы линии, расположенной на расстоянии $L = 2$ м от края наклонной плоскости. Наклонная плоскость представляет собой прямую трёхгранную призму, перпендикулярное сечение которой представляет собой равнобедренный треугольник с углом при вершине равном 120° . Коэффициент трения между плоскостью и бруском равен $\mu_1 = 0,1$. Коэффициент трения между бруском и поверхностью полигона равен $\mu_2 = 0,2$, начальное положение бруска — нижнее ребро бруска касается поверхности полигона, при это вся нижняя грань лежит на наклонной плоскости.

Робот оснащён двумя независимыми моторами. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Диаметры колёс робота одинаковые и равны $d = 8$ см. Ширина колеи робот равна 20 см. Между моторами и колёсами установлены двухступенчатые передачи. На оси мотора установлена шестерёнка с 24 зубьями, на оси ведомой оси первой ступени — с 40 зубьями. На ведущей оси второй ступени шестерёнка с 8 зубьями, на ведомой оси второй ступени — с 24 зубьями.

Определите, на какое минимальное число градусов должна повернуться ось каждого из моторов, чтобы брусок, соскользнув с плоскости, смог, проехав по полигону, коснуться линии на полигоне. Для простоты считайте, что процесс перехода бруска с наклонной плоскости на горизонтальный полигон мгновенный и что размерами бруска по сравнению с размерами горки и полигона можно пренебречь. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 6933°.

Решение

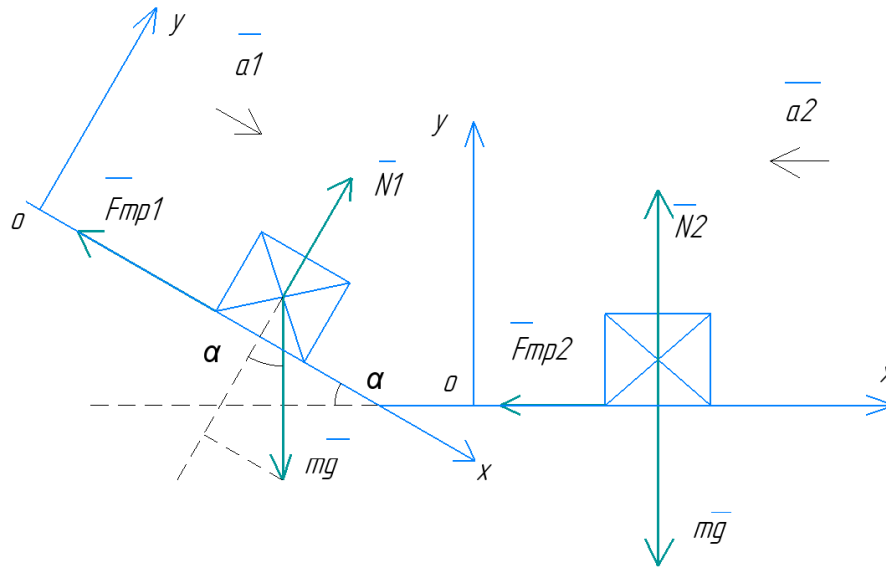
Определим угол наклона плоскости к горизонту:

$$\alpha = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$$

Чтобы брусок коснулся линии на полигоне, достаточно, чтобы на расстоянии L от края наклонной плоскости скорость бруска стала равна 0.

Чтобы брусок соскользнул с плоскости и проехал расстояние по полигону, он должен иметь запас энергии, которую он может получить при подъёме его на высоту h .

Сделаем рисунок, введём координатные оси, запишем второй закон Ньютона, спроецируем его на оси.



Для бруска на наклонной плоскости

На OX:

$$-F_{\text{тр}1} + 0 + mg \cdot \sin \alpha = ma_1$$

На OY:

$$0 + N_1 - mg \cdot \cos \alpha = 0$$

$$N_1 = mg \cdot \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}1} = \mu_1 \cdot N_1 = \mu_1 \cdot mg \cdot \cos \alpha$$

Для бруска на горизонтальной плоскости

На OX:

$$-F_{\text{тр}2} + 0 + 0 = -ma_2$$

На OY:

$$0 + N_2 - mg = 0$$

$$N_2 = mg$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu_2 \cdot N_2 = \mu_2 \cdot mg$$

Посчитаем, какую работу должна совершить сила трения $F_{\text{тр}2}$, чтобы остановить брусок на расстоянии L края наклонной плоскости:

$$\frac{mV^2}{2} + 0 = F_{\text{тр}2} \cdot L = \mu_2 \cdot mg \cdot L$$

$$V = \sqrt{2 \cdot \mu_2 \cdot gL}$$

Определим расстояние, которое должен пройти брусок по наклонной плоскости:

$$S = \frac{h}{\sin \alpha}$$

Запишем закон сохранения энергии для движения бруска по наклонной плоскости:

$$0 + mgh = \frac{mV^2}{2} + F_{\text{тр}1} \cdot S$$

$$mgh = \frac{m(\sqrt{2 * \mu_2 * gL})^2}{2} + \mu_1 * mg * \cos\alpha * \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$h = \mu_2 * L + \mu_1 * \cos\alpha * \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$h(1 - \mu_1 * \operatorname{ctg}\alpha) = \mu_2 * L$$

$$h = \frac{\mu_2}{(1 - \mu_1 * \operatorname{ctg}\alpha)} * L$$

Расстояние, которое должен проехать робот вверх по наклонной плоскости, равно:

$$S = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{\mu_2}{(1 - \mu_1 * \operatorname{ctg}\alpha)\sin\alpha} * L$$

Определим, на сколько градусов должны повернуться колёса робота, чтобы робот проехал расстояние S:

$$\frac{S}{\pi d} * 360^\circ$$

Определим, на сколько градусов должны повернуться оси моторов робота:

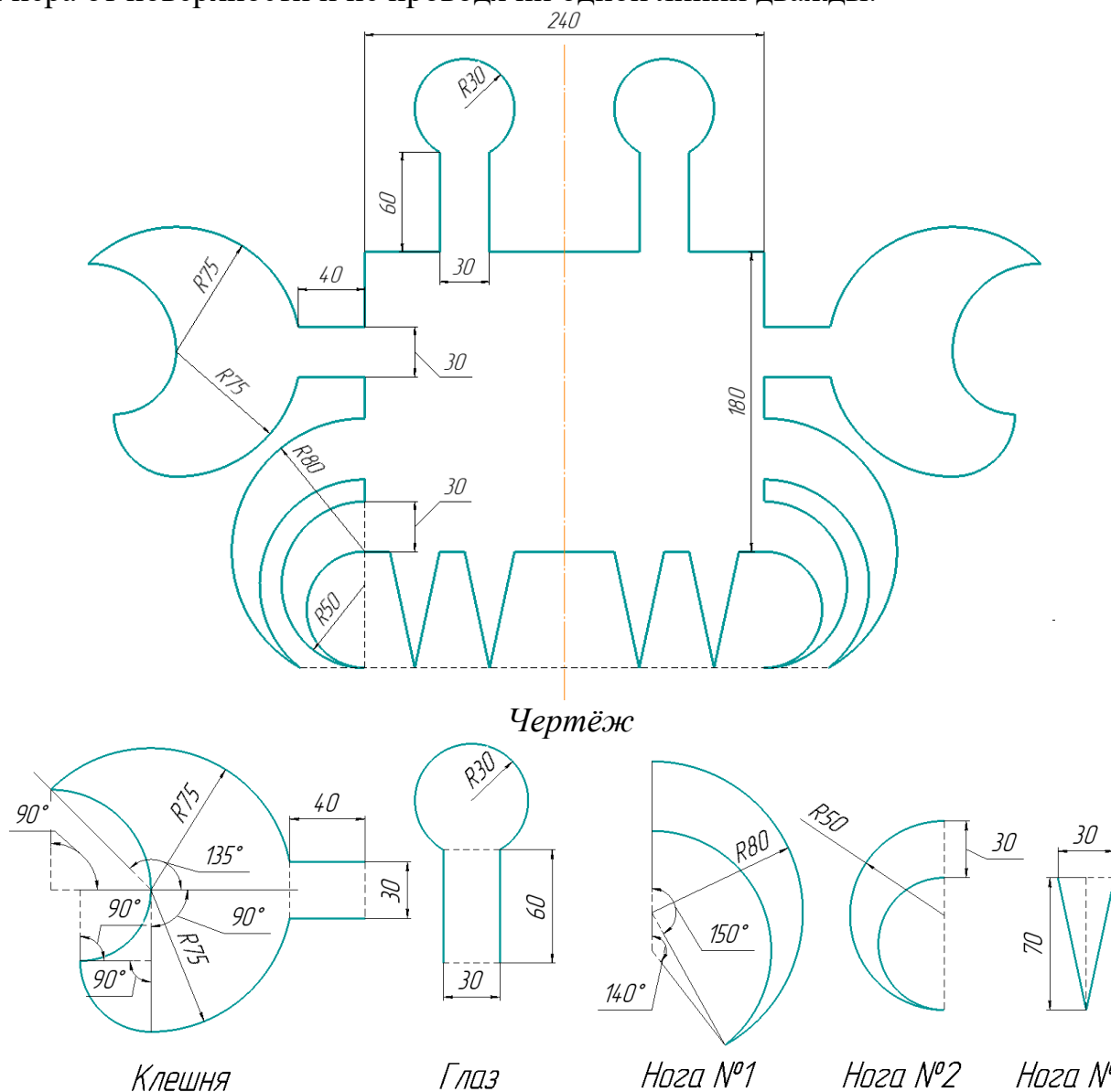
$$\begin{aligned} & \frac{S * 360^\circ}{\pi d} * \frac{40}{24} * \frac{24}{8} = \frac{5 * S * 360^\circ}{\pi d} = \\ & = \frac{\mu_2}{(1 - \mu_1 * \operatorname{ctg}\alpha)\sin\alpha} * \frac{L}{\pi d} * 1800^\circ = \\ & \approx \frac{0,2}{(1 - 0,1 * \sqrt{3}) * 0,5} * \frac{2}{3,14 * 0,08} * 1800^\circ = \\ & = \frac{18000^\circ}{3,14 * (1 - 0,1 * \sqrt{3})} \approx 6933,38... \approx 6933^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 6933°.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (6933°)	10
2	Неверно выполнено округление или взято пи или g не рекомендованной точности, при этом ответ отличается не более чем на 5° (6933° ± 5°)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определён сила трения на наклонной плоскости ($F_{\text{тр}1} = \mu_1 * mg * \cos\alpha$) и/или высота подъёма бруска ($h = \frac{\mu_2}{(1 - \mu_1 * \operatorname{ctg}\alpha)} * L$)	5
4	Приведён только верный ответ (6933°)	3

Задание №6 (10 баллов)

Робот - чертёжник оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Робот движется по ровной горизонтальной поверхности и с помощью кисти, закреплённой посередине между колёс, наносит на неё следующее изображение (см. *чертёж*). Робот начертил данную фигуру одним росчерком пера, не отрывая пера от поверхности и не проводя ни одной линии дважды.



Краб состоит из двух клешней, двух глаз, двух ног №1, двух ног №2 и четырёх ног №3. Фигура обладает вертикальной осью симметрии. В элементах «Клешня» и «Глаз» использованы прямоугольники. Элемент «Нога №2» составлен из двух полуокружностей. В элементе «Нога №3» размер 70 см указывает длину высоты исходного равнобедренного треугольника.

Все линейные размеры на чертеже даны в сантиметрах. Робот изображал только линию, показанную толстой сплошной обводкой.

Определите длину линии, которую начертил робот. Ответ дайте в дециметрах, при необходимости округлив результат до целых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для

получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

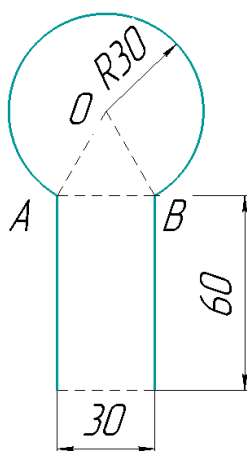
Ответ: 393 дм.

Решение

Для того, чтобы определить длину линии, нам нужно определить длины каждого из элементов, а также определить, какая длина приходится на «туловище» - прямоугольник со сторонами 180 на 240 см, содержащий пропуски.

Определим длину линии, изображающей глаз.

Линия состоит из двух отрезков и дуги окружности. Определим градусную меру дуги окружности. Для этого соединим центр окружности O и точки A и B :



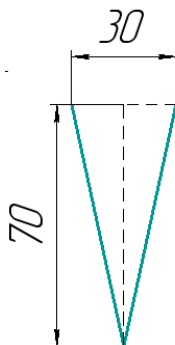
Получим треугольник, стороны $OA=OB=30$ см как радиусы окружности, а сторона $AB=30$ см как сторона прямоугольника. Тогда все стороны треугольника ABO равны, значит он равносторонний, значит все его углы равны по 60° . Значит, градусная мера дуги окружности равна:

$$360^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

Посчитаем длину линии, изображающей глаз:

$$2 * 60 + 2 * \pi * 30 * \frac{300^\circ}{360^\circ} = 120 + 50\pi(\text{см})$$

Определим длину элемента «Нога №3».



Так как в равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, является медианой, то длина гипотенузы будет равна:

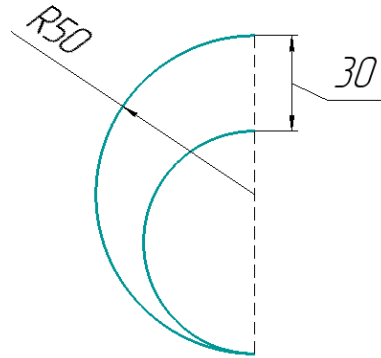
$$\sqrt{70^2 + (30:2)^2} = \sqrt{5125} = 5\sqrt{205}(\text{см})$$

Значит, длина элемента равна:

$$2 * 5\sqrt{205} = 10\sqrt{205}(\text{см})$$

Определим длину элемента «Нога №2».

Элемент «Нога №2» состоит из двух полуокружностей. Чтобы определить радиус меньшей окружности, составим линейное уравнение. Обозначим за X - радиус меньшей окружности.



Так как разность длин диаметров равна 30, то составим уравнение:

$$2 * 50 - 2X = 30$$

$$X = 35$$

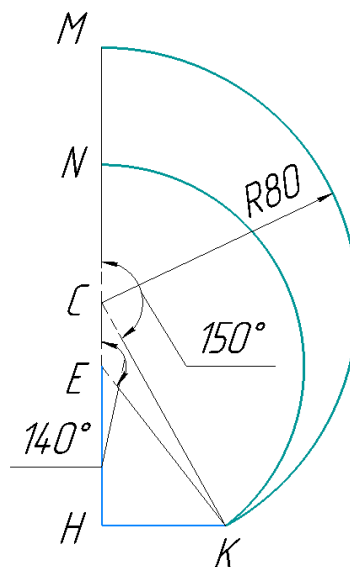
Определим длину элемента «Нога №2»:

$$2\pi * 50 * \frac{180^\circ}{360^\circ} + 2\pi * 35 * \frac{180^\circ}{360^\circ} = 85\pi(\text{см})$$

Рассмотрим элемент «Нога №1».

Нам нужно найти радиус меньшей окружности.

Сделаем дополнительное построение, опустив из точки K перпендикуляр на прямую, являющуюся продолжением линии, соединяющей центры дуг:



По построению, $\angle CHK = 90^\circ$. Тогда треугольники CHK и ENK - прямоугольные. $\angle HCK = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ и $\angle NEK = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (так как сумма смежных углов равна 180°).

Обозначим за X радиус меньшей окружности.

Катет HK можно найти двумя путями.

$$HK = 80 * \sin(30^\circ) = 40$$

$$HK = X * \sin(40^\circ)$$

Составим уравнение, приравняв величины HK. Выразим X:

$$X = 40 : \sin(40^\circ)$$

Длина элемента «Нога №1» равна:

$$2 * \pi * 80 * \frac{150^\circ}{360^\circ} + 2 * \pi * \frac{40}{\sin(40^\circ)} * \frac{140^\circ}{360^\circ} = \frac{200\pi}{3} + \frac{280\pi}{9\sin(40^\circ)} \text{ (см)}$$

Определим длину MN.

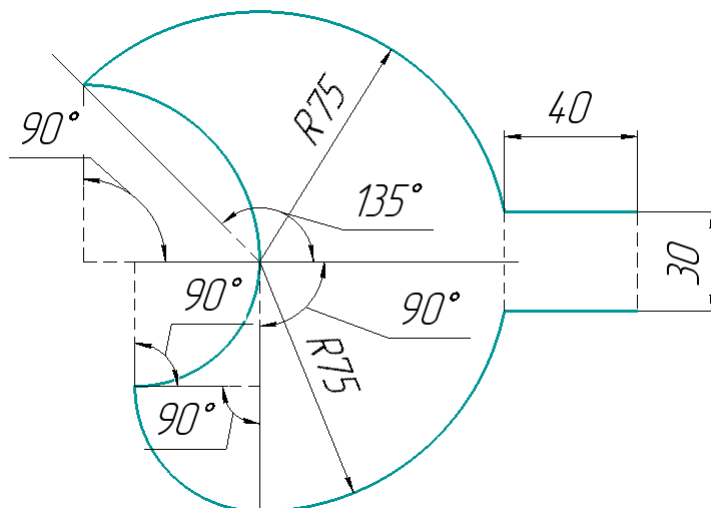
$$MN = CM - NC = CM - (NE - CE) = CM + CE - NE$$

$$CE = CK * \cos(30^\circ) - HK * \operatorname{ctg}(40^\circ) = 80 * \cos(30^\circ) - 40 * \operatorname{ctg}(40^\circ) \approx 21,6119 \text{ (см)}$$

Длина MN равна:

$$80 - 40 : \sin(40^\circ) + 21,6119 \approx 39,3829 \text{ (см)}$$

Рассмотрим элемент «Клешня».



Элемент «Клешня» содержит в себе три элемента, которые можно рассмотреть отдельно.

Рассмотрим верхнюю часть клешни. Определим радиус меньшей части верхней части клешни, учитывая, что её радиус является катетом в равнобедренном прямоугольном треугольнике.

Обозначим радиус за X, тогда можно записать следующее уравнение:

$$X^2 + X^2 = 75^2$$

$$X = \frac{75}{2} \sqrt{2} = 37,5\sqrt{2} \text{ (см)}$$

Рассмотрим нижнюю часть клешни. Можно показать, что радиусы меньших окружностей равны между собой и равны половине большего радиуса, то есть 37,5 см. Из градусной меры дуги радиуса 75 см следует убрать градусную меру угла α , равную:

$$\arccos\left(\frac{75^2 + 75^2 - 30^2}{2 * 75 * 75}\right) = \arccos\left(\frac{23}{25}\right)$$

Определим длину элемента «Клешня»:

$$2\pi * 75 * \frac{225^\circ - \arccos(0,92)}{360^\circ} + 2\pi * 37,5 * \frac{180^\circ}{360^\circ} + 2\pi * 37,5\sqrt{2} * \frac{90^\circ}{360^\circ} + 2 * 40 =$$

$$= 150\pi * \frac{225^\circ - \arccos(0,92)}{360^\circ} + 37,5\pi + 18,75\sqrt{2}\pi(\text{см}) + 80$$

Суммарная длина линий, составляющих тело краба равна:

$$2 * (240 + 180) - 2 * (5 * 30 + 80 - 40: \sin(40^\circ) + 21,612) = \\ = 2 * (420 - 230 + 40: \sin(40^\circ) - 21,612) = 336,776 + 80: \sin(40^\circ)(\text{см})$$

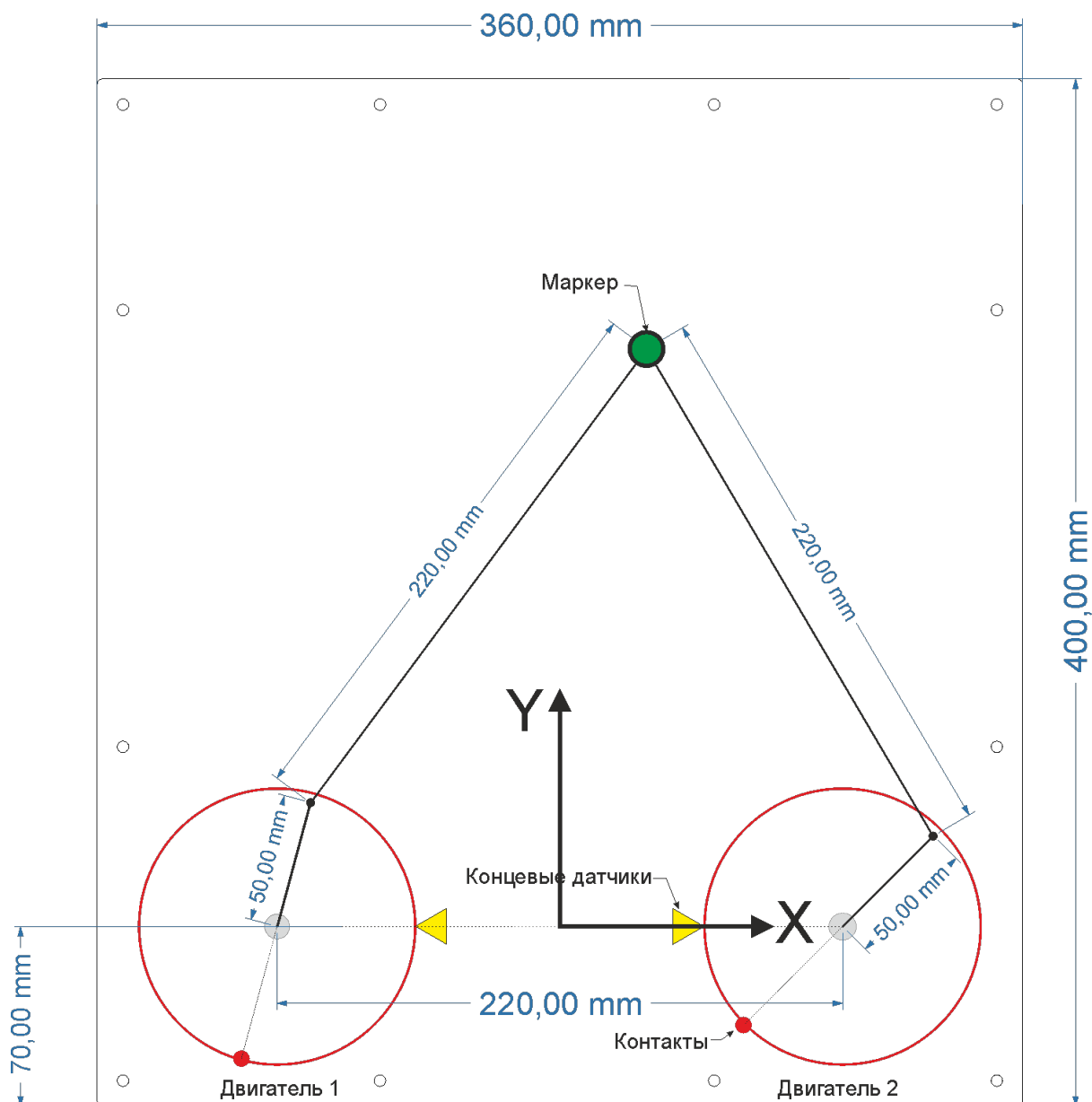
Таким образом, длина линии, которой можно изобразить краба, равна:

$$336,776 + 80: \sin(40^\circ) + 2 * (150\pi * \frac{225^\circ - \arccos(0,92)}{360^\circ} + 37,5\pi + 18,75\sqrt{2}\pi(\text{см}) \\ + 80) + 2 * (\frac{200\pi}{3} + \frac{280\pi}{9\sin(40^\circ)}) + 2 * 85\pi + 2 * (120 + 50\pi) + 4 \\ * 10\sqrt{205} = \\ = 336,776 + 80: \sin(40^\circ) + 300\pi * \frac{225^\circ - \arccos(0,92)}{360^\circ} + 75\pi + 37,5\sqrt{2}\pi + 160 + \\ + \frac{400\pi}{3} + \frac{560\pi}{9\sin(40^\circ)} + 170\pi + 240 + 100\pi + 40\sqrt{205} = \\ = 736,776 + 80: \sin(40^\circ) + 40\sqrt{205} + \pi(345 + 300 * \frac{225^\circ - \arccos(0,92)}{360^\circ} + \\ + \frac{400}{3} + \frac{560}{9\sin(40^\circ)} + 37,5\sqrt{2}) \approx 861,24 + 572,71 \ 286,36 + \pi(646,67 + 149,83) = \\ = 1433,95 + 796,5 * 3,14 = 3934,96(\text{см}) \\ 3934,96 \text{ см} \approx 393,496 \text{ дм} \approx 393 \text{ дм}$$

Ответ: 393 дм.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (393 дм)	10
2	Дан ответ не в тех единицах измерения, или не выполнено округление, или взято пи другой точности, при этом ответ отличается не более чем на 2 дм (393 дм \pm 2 дм)	8
3	В решении допущена одна арифметическая ошибка или решение не доведено до конца, но общий ход решения верен. Верно определена длина элементов «глаз» (120 + 50π или 277 см), «нога №2» (85π или 266,9 см) и нога №3 (10√205 или ≈143,2 см)	5
4	Приведён только верный ответ (393 дм)	3

Задача практического тура 2024



Задача 10-11

С использованием данного устройства:

1. Нарисовать окружность максимального размера
2. Нарисовать отрезок, лежащий на оси y , и любую перпендикулярную ему прямую
3. Построить график функции:

$$y = \begin{cases} \frac{e^{\ln(\sqrt[5]{x^{10}+4})} - \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(\ln(e^{-x^2-16})))}{2} + 8, & \text{если } \pi^{x^2+2x} < 1; \\ \frac{-4x^4 + x^3 + 83x^2 - 20x - 60}{(\sqrt{x} + 1)(4x^{\frac{3}{2}} - 4x + 3x^{\frac{1}{2}} - 3)} + 2, & \text{если } \sqrt[5]{x^{10}} - 4 < 0. \end{cases}$$

Указания для решения задач

Ось x проходит через центры крепления колес, ориентирована вправо, ось y - вертикально вверх. Начало координат - середина отрезка, соединяющего центры колес.

Единичный отрезок равен 1 см.

Участникам необходимо разработать алгоритм, написать программу в Arduino IDE и продемонстрировать ее работу на устройстве, предоставленном организаторами.

Каждое задание сдается отдельно.

Концевой выключатель в разомкнутом положении выдаёт 1, в замкнутом - 0.

Положительное направление движения моторов - по часовой стрелке.

```
#define pinStep1 3      //Пин шага левого двигателя (Двигатель 1 на схеме)
#define pinDirection1 6  //Пин направления левого двигателя
#define pinEndStop1 10   //Левый концевой выключатель "Ноль"
```

```
#define pinStep2 2      //Пин шага правого двигателя (Двигатель 2 на схеме)
#define pinDirection2 5  //Пин направления правого двигателя
#define pinEndStop2 9    //Правый концевой выключатель "Ноль"
```

Критерии оценивания

Решение первой задачи - 10 баллов

Решение второй задачи - 10 баллов

Решение третьей задачи - 10 баллов

Решение четвертой задачи - 20 баллов

2 попытки - выбирается лучшая попытка

Частичное решение задачи - штраф 50% баллов за задачу

Задача 8-9:

С использованием данного устройства:

1. Нарисовать окружность максимального размера
2. Нарисовать вертикальную прямую максимальной длины
3. Отметить на окружности вершины квадрата
4. Отметить на окружности вершины правильного n -угольника, где n - сумма корней уравнения:

$$x^3 - 6x^2 - ax + 14 = 0, \text{ если } x_1 = 7.$$

Указания для решения задач

Ось x проходит через центры крепления колес, ориентирована вправо, ось y - вертикально вверх. Начало координат - середина отрезка, соединяющего центры колес.

Единичный отрезок равен 1 см.

Участникам необходимо разработать алгоритм, написать программу в Arduino IDE и продемонстрировать ее работу на устройстве, предоставленном организаторами.

Каждое задание сдается отдельно.

Концевой выключатель в разомкнутом положении выдаёт 1, в замкнутом - 0.

Положительное направление движения моторов - по часовой стрелке.

```
#define pinStep1 3      //Пин шага левого двигателя (Двигатель 1 на схеме)
#define pinDirection1 6  //Пин направления левого двигателя
#define pinEndStop1 10   //Левый концевой выключатель "Ноль"
```

```
#define pinStep2 2      //Пин шага правого двигателя (Двигатель 2 на схеме)
#define pinDirection2 5  //Пин направления правого двигателя
#define pinEndStop2 9   //Правый концевой выключатель "Ноль"
```

Критерии оценивания

Решение первой задачи - 5 баллов

Решение второй задачи - 10 баллов

Решение третьей задачи - 15 баллов

2 попытки - выбирается лучшая попытка

Частичное решение задачи - штраф 50% баллов за задачу