

Олимпиада школьников «Ломоносов» по физике.

Отборочный этап

2023/2024 учебный год

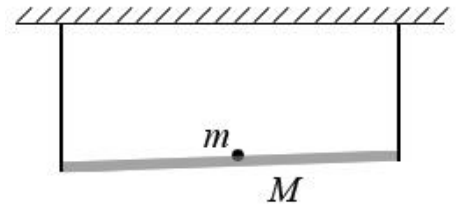
Задания для 10 класса

Задача 1. (24 балла). Мальчик на санках массой $m = 20$ кг съезжает с горки с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Поверхность горки плавно переходит на горизонтальный участок, по которому санки скользят ещё $S = 20$ м до остановки. После этого санки с мальчиком втаскивают обратно в горку за верёвочку. Какую при этом надо совершить минимальную работу A_{\min} , если коэффициент трения санок о снег как на наклонном, так и на горизонтальном участках равен $\mu = 0,2$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Ответ выразить в Джоулях, округлив до целых долей.

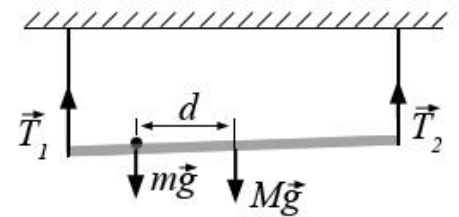
Решение. Закон сохранения и изменения энергии на этапах спуска до места остановки и подъёма обратно можно записать так: $mgh + A_{\text{тр}} = 0$ и $0 + A_{\min} + A_{\text{тр}} = mgh$ соответственно. Отсюда минимальная работа равна $A_{\min} = 2mgh = -2A_{\text{тр}}$. С другой стороны, работа силы трения в обоих случаях равна $A_{\text{тр}} = -\mu mgS - \mu mgh \text{ctg} \alpha$. Используя эти соотношения, приходим к равенству $A_{\min}(1 - \mu \text{ctg} \alpha) = 2\mu mgS$ и получаем ответ задачи: $A_{\min} = \frac{2\mu mgS}{1 - \mu \text{ctg} \alpha}$.

Ответ: $A_{\min} = \frac{2\mu mgS}{1 - \mu \text{ctg} \alpha}$.

Задача 2. (23 балла). Металлический жёлоб длиной $l = 1$ м и массой $M = 0,5$ кг подвешен с помощью двух нерастяжимых нитей под малым углом $\alpha = 10^{-3}$ рад к горизонту, как показано на рисунке. В середину жёлоба помещают маленький шарик массой $m = 92$ г и отпускают. Через какое время τ после начала движения шарика одна из нитей разорвется? Известно, что каждая нить по отдельности может выдержать груз массой не более $0,6M$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Считать, что для малых углов $\sin \alpha \approx \alpha$, а $\cos \alpha \approx 1$. Ответ представить в секундах, округлив до десятых долей.



Решение. Запишем для жёлоба уравнение моментов относительно оси, проходящей через точку крепления правой нити с учётом малости угла α : $T_1 \cdot l - mg \left(\frac{l}{2} + d \right) - Mg \frac{l}{2} = 0$.



Чтобы нить разорвалась необходимо, чтобы сила натяжения T_1 достигла своего максимального значения, которое равно $T_1 = 0,6Mg$. Используя оба равенства получим, что это произойдёт, когда шарик сместится вдоль жёлоба из его центра на расстояние, равное $d = \frac{0,2M - m}{2m} \cdot l$. Движение шарика равноускоренное

с ускорением $a = g \sin \alpha \approx g \alpha$ и он преодолеет это расстояние за время $\tau = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{0,2M - m}{mg \alpha}} l$.

Варьируемый параметр m может принимать значение от 56 до 92 г, с шагом 4 г.

Ответ: $\tau = \sqrt{\frac{0,2M - m}{mg \alpha}} l$.

Задача 3. (15 баллов). Невесомая мягкая оболочка аэростата может растягиваться до максимального объёма заполнения $V = 1500 \text{ м}^3$. На поверхности Земли оболочку аэростата заполнили водородом при давлении $p_1 = 100 \text{ кПа}$ и температуре $t_1 = 17^\circ\text{C}$, при этом ее объем составляет $n = 8/9$ части от максимального значения. Аэростат поднялся на некоторую высоту h , где давление $p_2 = 79,4 \text{ кПа}$, потеряв при этом $\Delta m = 7 \text{ кг}$ газа. На какую высоту поднялся аэростат, если темп уменьшения температуры составляет $\tau = 6 \text{ град/км}$. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$, а молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Ответ приведите в километрах и округлите до десятых долей.

Решение. Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева: $p_1 n V = \frac{m}{\mu} R T_1$. После подъёма аэростата на высоту h потери части газа Δm , в оболочке аэростата остаётся водород массой $(m - \Delta m)$, для которого справедливо уравнение: $p_2 V = \frac{(m - \Delta m)}{\mu} R T_2$. Тогда $\frac{p_1 n V \mu}{R T_1} = \frac{p_2 V \mu}{R T_2} + \Delta m$. Откуда получаем конечную температуру газа: $T_2 = \frac{p_2 V T_1 \mu}{n p_1 V \mu - \Delta m R T_1}$. Изменение температуры с высотой равно: $T_2 - T_1 = \tau h$. С учётом этого равенства получаем ответ задачи: $h = \frac{T_1 - T_2}{\tau} = \frac{1}{\tau} \left(T_1 - \frac{p_2 V T_1 \mu}{n p_1 V \mu - \Delta m R T_1} \right)$. Абсолютная температура $T_1 = (t_1 + 273) \text{ К}$.

Ответ: $h = \frac{1}{\tau} \left(T_1 - \frac{p_2 V T_1 \mu}{n p_1 V \mu - \Delta m R T_1} \right)$.

Задача 4. (15 баллов). Заряженная бусинка массой $m = 500$ мг висит на лёгкой нерастяжимой диэлектрической нити длиной $l = 100$ см, прикреплённой к горизонтальной оси. Какую минимальную скорость v_0 надо сообщить бусинке в горизонтальном направлении, чтобы она, двигаясь по окружности, совершила полный оборот вокруг этой оси? Бусинка имеет пренебрежимо малые размеры и несёт заряд $q = -25$ мкКл.

Считать, что вся система находится в однородном электрическом поле Земли с напряжённостью $E = 100$ В/м, направленном вертикально вниз. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Ответ приведите в см/с, округлив до десятых долей.

Решение. На заряженную бусинку помимо силы тяжести и силы натяжения нити действует вертикально вверх сила равная qE со стороны электрического поля Земли. Эта сила по мере подъёма до верхней точки траектории совершает над бусинкой положительную работу равную $-2qEl$. В соответствии с законом сохранения механической энергии можно записать:

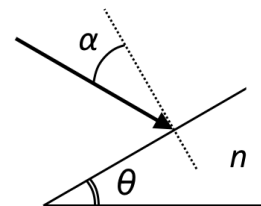
$\frac{mv_0^2}{2} - 2qEl = \frac{mv^2}{2} + 2mgl$. Минимальная начальная скорость бусинки обеспечивает условие, при котором в момент, когда бусинка достигнет наивысшей точки своей траектории, натяжение нити на мгновение обращается в ноль. Центробежное ускорение при этом обеспечивает сумма только двух сил: mg и qE . Уравнение движения для этой точки будет выглядеть так:

$m \frac{v^2}{l} = mg + qE$. Выражая квадрат скорости из второго уравнения и подставляя в первое,

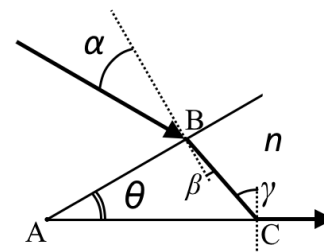
получаем ответ задачи: $v_0 = \sqrt{5gl + 5 \frac{qEl}{m}}$.

Ответ: $v_0 = \sqrt{5gl + 5 \frac{qEl}{m}}$ или $v_0 = \sqrt{5 \left(g + \frac{qE}{m} \right) l}$.

Задача 5. (23 балла). На одну из граней стеклянной призмы падает луч света под углом α к её поверхности (см. рисунок). Показатель преломления материала призмы n , а угол при её вершине $\theta = 30^\circ$. Определить, при каком минимальном значении угла α прохождение света через призму насквозь становится невозможным. Ответ выразить в градусах, округлив до десятых долей.



Решение: Луч света перестанет проходить через призму, если при падении на вторую грань призмы AC (см. рис.) будет наблюдаться полное внутреннее отражение, т.е. углы падения на эту грань превысят значение, определяемое равенством: $\sin \gamma = 1/n$. Ход лучей через призму для такого предельного угла изображен на рисунке. Далее для первой грани призмы запишем закон преломления света: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$. Угол β определяется из соотношения



для углов треугольника ABC : сумма внутренних углов данного треугольника равна $\theta + \pi/2 + \beta + (\pi/2 - \gamma) = \pi$. Отсюда $\beta = \gamma - \theta$. Подставляя β в равенство $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$ и используя тригонометрическую формулу для синуса разности углов (заменяя в ней $\sin \gamma = 1/n$) получим: $\sin \alpha = n \sin(\gamma - \theta) = \cos \theta - \sin \theta \sqrt{n^2 - 1}$. Отсюда $\alpha = \arcsin(\cos \theta - \sin \theta \sqrt{n^2 - 1})$.

Ответ: $\alpha = \arcsin(\cos \theta - \sin \theta \sqrt{n^2 - 1})$.

Красным выделен варьируемый параметр в задаче.

Критерий оценивания:

Полный балл	Получен верный численный ответ
0 баллов	Нет верного численного ответа

Олимпиада школьников «Ломоносов» по физике.

Отборочный этап

2023/2024 учебный год

Задания для 7-9 классов

Задача 1. (20 баллов). Дед Мороз пришел к школьникам на праздник и попросил их измерить плотность новогоднего подарка, покрытого тонкой подарочной упаковкой, и после измерений она оказалась равной $\rho = 400 \text{ кг/м}^3$. Дед Мороз подсказал школьникам, что подарок состоит из трех частей равной массы, плотности которых относятся как 1:2:3. Найдите плотность наименьшей по объему части новогоднего подарка. Считать, что пустот в новогоднем подарке нет, а объем и массу подарочной упаковки малыми. Ответ дать в кг/м^3 и округлить до целых.

Решение

Плотность новогоднего подарка равна:

$$\rho = \frac{3m}{V_1 + V_2 + V_3}, \quad (1)$$

где m – масса одной части подарка, V_1, V_2, V_3 – объемы каждой из трех частей подарка соответственно.

Плотности каждой части подарка равны соответственно:

$$\rho_1, \rho_2 = 2\rho_1, \rho_3 = 3\rho_1. \quad (2)$$

Объемы каждой из частей новогоднего подарка:

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1}, V_2 = \frac{m}{\rho_2}, V_3 = \frac{m}{\rho_3}. \quad (3)$$

Используя формулы (1)-(3), получим:

$$\rho = \frac{18\rho_1}{11}.$$

Искомая плотность будет равна:

$$\rho_3 = 3\rho_1 = \frac{11\rho}{6} \approx 1,8(3) \cdot \rho$$

Задача 2. (20 баллов). Букашка девять минут ползет вдоль прямой. Скорость букашки за первые три минуты движения составила $V_1 = 2$ см/с, за первые шесть минут средняя скорость движения равна $V_2 = 5$ см/с, а за девять минут средняя скорость составила $V_3 = 8$ см/с. Найдите среднюю скорость букашки за последние $S = 4000$ см пути. Ответ дать в см/с и округлить до сотых.

Решение

Найдем расстояние, которое проползла букашка за первые три минуты:

$$S_1 = V_1 t_1 = 2 \cdot 180 = 360 \text{ см.}$$

Найдем расстояние, которое проползла букашка за первые шесть минут:

$$S_2 = V_2 t_2 = 5 \cdot 360 = 1800 \text{ см.}$$

Найдем расстояние, которое проползла букашка за девять минут:

$$S_3 = V_3 t_3 = 8 \cdot 540 = 4320 \text{ см.}$$

Тогда расстояние, пройденное за четвертую, пятую, шестую минуту, равно:

$$L_2 = S_2 - S_1 = 1800 - 360 = 1440 \text{ см,}$$

а расстояние, пройденное за последние три минуты:

$$L_3 = S_3 - S_2 = 4320 - 1800 = 2520 \text{ см.}$$

Стоит заметить, что значение величины S , приведенной в условии задачи, подчиняется неравенству $S > (L_2 + L_3)$, что и было показано в вышеприведенных расчетах. Из последних S см пути со скоростью V_1 букашка проползет расстояние $l = S - L_2 - L_3$, затратив на это время $\frac{l}{V_1}$.

Оставшееся расстояние она проползет за время $t_3 - t_1$. Следовательно, искомая средняя скорость равна:

$$V_{\text{cp}} = \frac{S}{\frac{l}{V_1} + (t_3 - t_1)} = \frac{2S}{S - 3240}$$

Стоит заметить, что данная общая формула справедлива при условии $S > (L_2 + L_3)$, а значения V_2 и t_2 заданы в условии задачи для того, чтобы было обеспечено выполнение вышеприведённого условия.

Задача 3. (20 баллов). Турист решил проверить насколько эффективно происходит нагрев воды в двух его котелках. Оба котелка легкие, небольшого объема (700 мл) первый не имеет донного теплообменника, а второй имеет. В оба котелка турист залил $m_1 = 500$ г воды и закрыл крышками чтобы уменьшить затраты энергии на испарение. Для нагрева обоих котелков турист использовал одну и ту же горелку и баллон с горючим туристическим газом, первоначальной массы $m_2 = 382,0$ г. С помощью данной системы нагрева турист довел до кипения воду в первом котелке, а затем во втором. После завершения нагрева первого котелка масса баллона с газом стала $m_3 = 375,5$ г., а после нагрева второго $m_4 = 371$ г. Найти, на сколько процентов КПД описанной системы нагревания с применением второго котелка больше чем при использовании первого, если удельная теплота сгорания газа, находящегося в баллоне, $q = 46,5$ МДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $^{\circ}$ С), начальная температура воды $t_1 = 20^{\circ}$ С, температура кипения $t_2 = 100$ $^{\circ}$ С, теплоемкостью металла котелков и крышек можно пренебречь. Ответ привести в процентах с точностью до целого числа.

Решение

Количество теплоты, требуемое для нагрева воды:

$$Q_1 = cm_1(t_2 - t_1), (1)$$

Количество теплоты, выделяющееся при сжигании газа для нагрева первого котелка:

$$Q_2 = q(m_2 - m_3), (2)$$

а для нагрева второго котелка:

$$Q_3 = q(m_3 - m_4). (3)$$

КПД системы нагрева при использовании первого котелка:

$$\eta_1 = Q_1/Q_2, (4)$$

при использовании второго:

$$\eta_2 = Q_1/Q_3. (5)$$

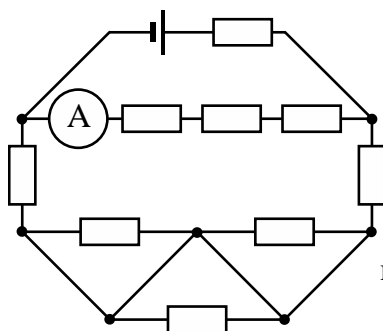
Искомое количество процентов, на которое КПД системы нагрева больше во втором случае, чем в первом:

$$p = \eta_2 \cdot 100\% - \eta_1 \cdot 100\%. (6)$$

Подставляя в формулу (6) соотношения (1)–(5) получим:

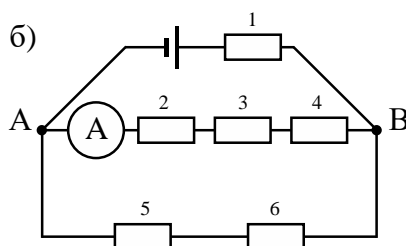
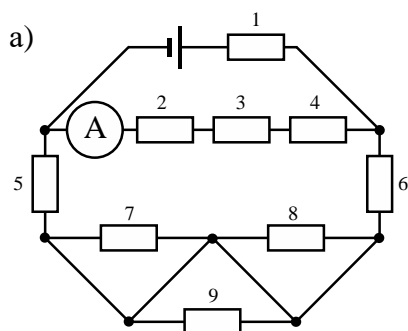
$$p = \frac{cm_1}{q}(t_2 - t_1) \left(\frac{1}{(m_3 - m_4)} - \frac{1}{(m_2 - m_3)} \right) \cdot 100\%,$$

Задача 4. (20 баллов).



В схеме, представленной на рисунке, напряжение на полюсах источника $U_0 = 11$ В. Найти силу тока, протекающего через идеальный амперметр, если сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 2$ Ом. Сопротивлением проводов можно пренебречь.

Решение



Обозначим резисторы цифрами, см. рис.а. Резисторы 7, 8, 9 шунтированы проводами, следовательно, можно считать, что ток через них протекать не будет и их можно удалить из схемы. В результате получится схема, изображенная на рис.б. Резисторы 2, 3, 4 соединены последовательно, следовательно, их общее сопротивление равно

$$R_{2-4} = 3R.$$

Аналогично общее сопротивление резисторов 5, 6 равно

$$R_{56} = 2R.$$

Резисторы R_{2-4} и R_{56} в схеме соединены параллельно, их общее сопротивление будет равно:

$$R_{2-6} = \frac{R_{2-4} \cdot R_{56}}{R_{2-4} + R_{56}} = \frac{6}{5}R.$$

Общее сопротивление всей схемы

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_{2-6} = \frac{11}{5}R,$$

где R_1 – сопротивление резистора 1. Ток, протекающий через R_1 :

$$I_1 = \frac{U_0}{R_{\text{общ}}} = \frac{5U_0}{11R}$$

Напряжение между точками АВ

$$U_{AB} = I_1 \cdot R_{2-6} = \frac{5U_0}{11R} \cdot \frac{6}{5}R = \frac{6}{11}U_0 \cdot$$

Искомая сила тока, протекающего через идеальный амперметр, будет равна

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_{2-4}} = \frac{2U_0}{11R}.$$

Задача 5. (20 баллов). Нагревательный элемент изготовлен из проволоки с температурным коэффициентом сопротивления $\alpha = 1/225 \text{ K}^{-1}$. После подключения нагревательного элемента к источнику постоянного напряжения было замечено, что время нагрева воды в калориметре от температуры T до температуры $T + \Delta T$ отличается от времени нагрева от температуры $T + \Delta T$ до температуры $T + 2\Delta T$ на $p = 4\%$. Определить температурный интервал ΔT (округлить с точностью до десятых), если $T = 20^\circ\text{C}$. Считать, что в диапазоне температур от 0°C до 100°C удельное сопротивление проволоки нагревательного элемента линейно зависит от температуры. Потерями теплоты и теплоёмкостью калориметра можно пренебречь. Ответ дать в градусах Цельсия и округлить с точностью до десятых.

Решение.

Линейная зависимость удельного сопротивления меди от температуры, означает, что сопротивление R нагревательного элемента может быть представлено в виде:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)], \quad (1)$$

где R_0 – сопротивление нагревательного элемента при температуре T_0 , α – температурный коэффициент сопротивления.

Пусть за время τ температура воды изменилась от T_1 до T_2 , тогда согласно закону сохранения энергии и закону Джоуля-Ленца справедливо соотношение:

$$Cm(T_2 - T_1) = \frac{U^2}{R_{cp}} \tau, \quad (2)$$

где C – удельная теплоёмкость воды, m – масса воды, U – напряжение источника,

$$R_{cp} = \frac{R(T_1) + R(T_2)}{2} = R_0(1 + \frac{\alpha}{2}(T_1 + T_2)). \quad (3)$$

Здесь T_0 считаем равным 0°C .

Пусть τ_1 – время нагрева воды от T до $T + \Delta T$, а τ_2 – время нагрева воды от $T + \Delta T$ до $T + 2\Delta T$.

Тогда согласно выражениям (2) и (3) находим

$$\tau_1 = \frac{Cm\Delta TR_0}{U^2} (1 + \frac{\alpha}{2}(2T + \Delta T)), \quad (4)$$

$$\tau_2 = \frac{Cm\Delta TR_0}{U^2} (1 + \frac{\alpha}{2}(2T + 3\Delta T)). \quad (5)$$

Согласно условию задачи имеем

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{1 + \frac{\alpha}{2}(2T + 3\Delta T)}{1 + \frac{\alpha}{2}(2T + \Delta T)} = 1 + \frac{p}{100}. \quad (6)$$

Из равенств (6) находим

$$\Delta T = \left(\frac{1}{\alpha} + T \right) \frac{2p}{200 - p}, \quad (7)$$

Красным выделен варьируемый параметр в задаче.

Критерий оценивания:

Полный балл	Получен верный численный ответ
0 баллов	Нет верного численного ответа